

- 信通学院通信工程系
- 办公室：机电楼B312
- E-mail:

- 电磁场理论

- Theory of Electromagnetic Fields

本课程的目的

- 电磁场理论是无线通信、移动通信、微波通信的基础
- 后续课程有
 - 微波技术
 - 天线技术
 - 光纤通信等

先修课程

- 高等数学
 - 矢量的公式和定理
 - 微分、积分
- 复变函数、线性代数
- 场论基础
- 大学物理中的电磁学部分

电磁场理论

- 必修课，共32学时，2个学分

- 成绩考核与评定

本课为考查课，期末总成绩：

- 理论考试： 80%
- 平时成绩： 20%

第1章 矢量分析

主要内容

- 矢量
- 哈密尔顿算子 ∇
- 标量场的梯度
- 矢量场的散度、旋度
- 亥姆霍兹定理
- 正交坐标系

- 矢量 vector
- 点积 dot product
- 叉积 cross product
- 梯度 gradient
- 通量 flux
- 散度 divergence

1.1 矢量

1、矢量的表示方法

- 矢量（Vector）：不但有大小而且有方向的量，表示为 $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = A\vec{e}$$

- 在直角坐标系中可写为

$$\mathbf{A} = A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y + A_z \vec{e}_z$$

2、矢量的运算规则

- 加法和减法运算：作图法、分量法

$$\begin{aligned} \vec{A} + \vec{B} &= (\vec{A}_x \vec{e}_x + \vec{A}_y \vec{e}_y + \vec{A}_z \vec{e}_z) + (\vec{B}_x \vec{e}_x + \vec{B}_y \vec{e}_y + \vec{B}_z \vec{e}_z) \\ &= (\vec{A}_x + \vec{B}_x) \vec{e}_x + (\vec{A}_y + \vec{B}_y) \vec{e}_y + (\vec{A}_z + \vec{B}_z) \vec{e}_z \\ &= (\vec{A} + \vec{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{A} - \vec{B} &= (\vec{A}_x \vec{e}_x + \vec{A}_y \vec{e}_y + \vec{A}_z \vec{e}_z) - (\vec{B}_x \vec{e}_x + \vec{B}_y \vec{e}_y + \vec{B}_z \vec{e}_z) \\ &= (\vec{A}_x - \vec{B}_x) \vec{e}_x + (\vec{A}_y - \vec{B}_y) \vec{e}_y + (\vec{A}_z - \vec{B}_z) \vec{e}_z \\ &= (\vec{A} - \vec{B}) \end{aligned}$$

2、矢量的运算规则

■ 矢量的“乘积”计算

$A \bullet$

- 点积(dot product): 标量积, 是个标量

$A \times B$

- 叉积(cross product): 矢量积, 是个矢量

$A \bullet$

- 点积——是标量

$$\begin{aligned} A \bullet B &= (A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y + A_z \vec{e}_z) \bullet (\vec{B}_x \vec{e}_x + \vec{B}_y \vec{e}_y + \vec{B}_z \vec{e}_z) \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{aligned}$$

- 正交

$$A \bullet B = 0$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

- 叉积——是矢量

- 方向：“右手螺旋法则”

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \vec{e} (A \cdot B \cdot \sin \theta_{AB}) = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

矢量叉乘的性质

- $A \times B = -B \times A$
- $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
- C
- 标量三重积—记忆：“循环互换规律”
 $A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A) = C \cdot (A \times B)$

- 其他矢量函数的代数运算规则见书后附录

1.2 哈密尔顿算子 ∇

在直角坐标系中

$$\nabla \equiv \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

- a. 矢性微分算子，有矢性和微分双重性质。
- b. 作用在标量函数或矢量函数上仅有三种方式

$$\nabla u, \quad \nabla \cdot \vec{u}, \quad \nabla \times \vec{u}$$

分别对应标量场的梯度，矢量场的散度和旋度。

§ 1.3 标量场的梯度

1 场的概念

在自然界中，许多问题是定义在确定空间区域上的，在该区域上每一点都有确定的量与之对应，我们称在该区域上定义了一个场。如电荷在其周围空间激发的电场，电流在周围空间激发的磁场等。如果这个量是标量我们称该场为标量场；如果这个量是矢量，则称该场为矢量场。如果场与时间无关，称为静态场，反之为时变场。从数学上看，场是定义在空间区域上的函数。

如果场与时间无关，称为静态场，反之为时变场。静态标量场和矢量场可分别表示为：

$$u(x, y, z), \quad F(x, y, z)$$

时变标量场和矢量场可分别表示为：

$$u(x, y, z, t), \quad F(x, y, z, t)$$

- (1) 场的基本性质及其分析方法
- (2) 场与源的关系及其相互作用
- (3) 场的相互作用

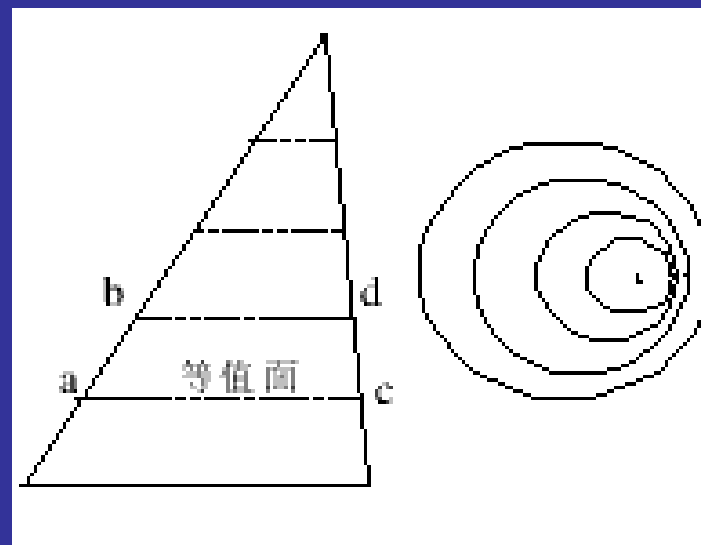
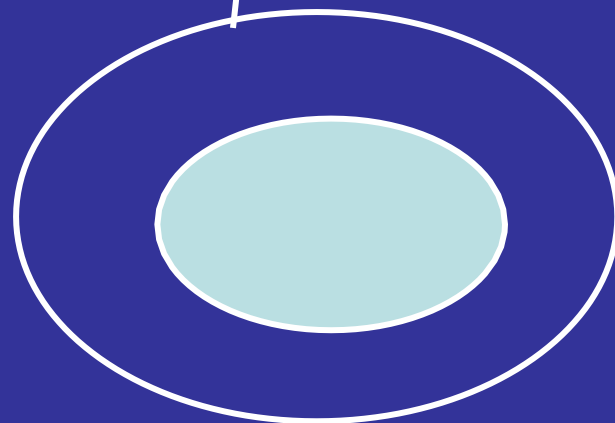
§ 1.3 标量场的梯度

2 标量场的等值面

为了直观表示场在空间的变化，经常使用场的等值面来直观描述。所谓等值面是标量场为同一数值各点在空间形成的曲面。

$$u(x, y, z) = C$$

导体等电位面



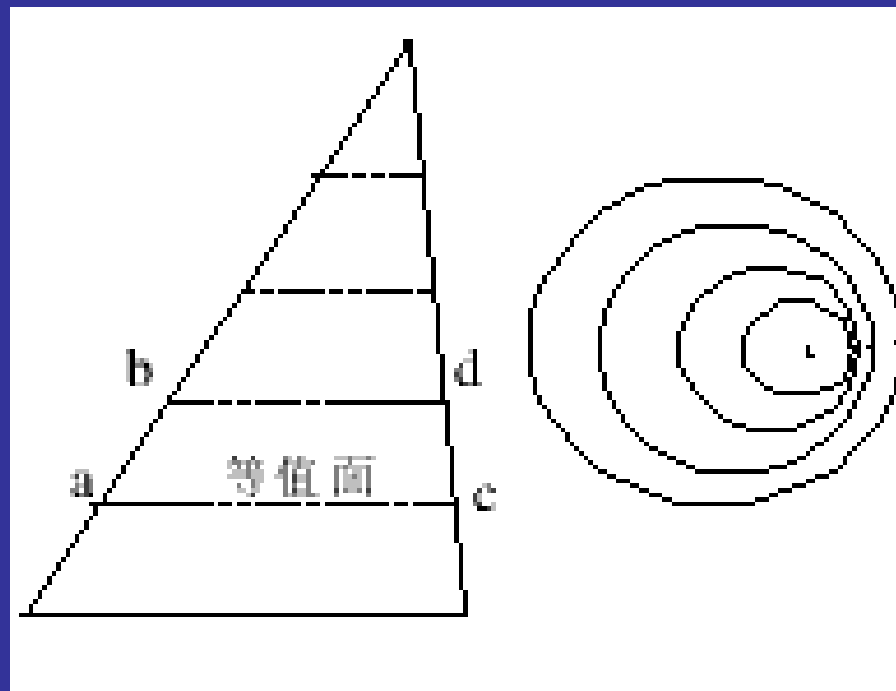
标量场等值面的特点

- 常数 C 取一系列的值，就得到一系列不同的等值面，形成等值面族。
- 等值面族充满整个空间。
- 因为标量函数 $u(x,y,z)$ 是单值的，一个点只能在一个等值面上，所以标量场的等值面互不相交。

§ 1.3 标量场的梯度

3 方向导数

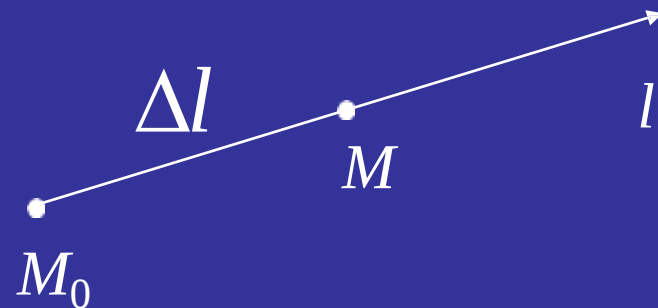
在实际应用中不仅需要宏观上了解场在空间的数值，还需要知道场在不同方向上场变化的情况。应用方向导数可以描述标量场在空间某个方向上变化的情况。



方向导数表示场沿 Δl 方向的空间变化率。

§ 1.3 标量场的梯度

3 方向导数



$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial l} \Big|_{M_0} &= \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta l} = \left[\frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right] \frac{1}{dl} \\&= \left[\vec{e}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial u}{\partial z} \right] \cdot \left[\frac{\vec{e}_x dx + \vec{e}_y dy + \vec{e}_z dz}{dl} \right] \\&= \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma\end{aligned}$$

$(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ 为 Δl 的方向余弦

4 标量场的梯度——Grad u

在场的某一点上，场沿不同方向上变化率的大小（方向导数）是不同的，必然存在一个变化最大的方向。定义：场变化最大的方向为标量场梯度的方向，其数值为标量场的梯度值。

$$\nabla u = \vec{e}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial u}{\partial z}$$

§ 1.3 标量场的梯度

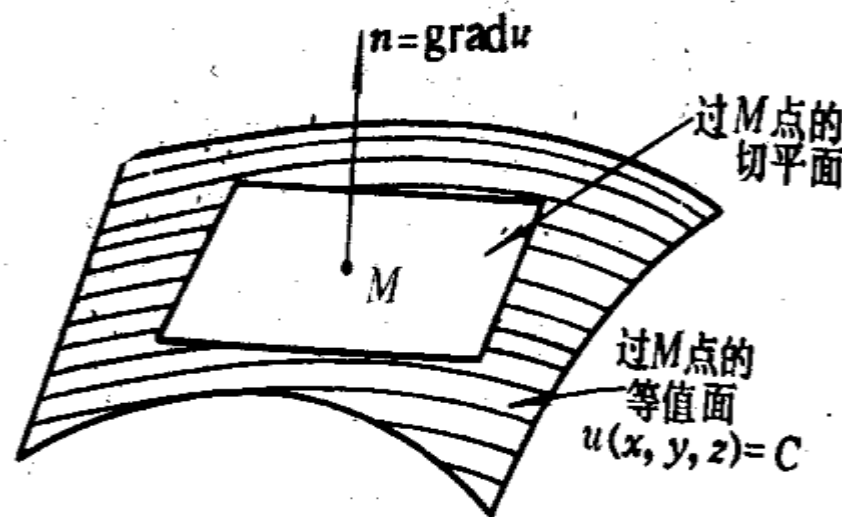
5 梯度的性质

- ☺ 标量场的梯度是矢量场，它在空间某点的方向表示该点场变化最大的方向，其数值表示变化最大方向上场的空间变化率。
- ☺ 标量场在某个方向上的方向导数，是梯度在该方向上的投影。

§ 1.3 标量场的梯度

😊 标量场的梯度函数建立了标量场与矢量场的联系，这一联系使得某一类矢量场可以通过标量函数来研究，或者说矢量场可以通过标量场的来研究。

😊 标量场的梯度垂直于通过该点的等值面（或切平面）



§ 1.3 标量场的梯度

6 梯度运算的基本公式

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla c = 0 \\ \nabla c u = c \nabla u \\ \nabla (u \pm v) = \nabla u \pm \nabla v \\ \nabla (u v) = u \nabla v + v \nabla u \\ \nabla f(u) = f'(u) \nabla u \end{array} \right.$$

- 例：求数量场 $u=xy^2+yz^3$ 在点 $M(2,-1,1)$ 处的梯度及在矢量 $\boldsymbol{l}=2\boldsymbol{e}_x+2\boldsymbol{e}_y-\boldsymbol{e}_z$ 方向的方向导数。

§ 1.4 矢量场的散度

1 矢量场与矢量线

在确定空间区域上的每一点有确定矢量与之对应，则称该空间区域上定义了一个矢量场。

$$\mathbf{E} = E(x$$

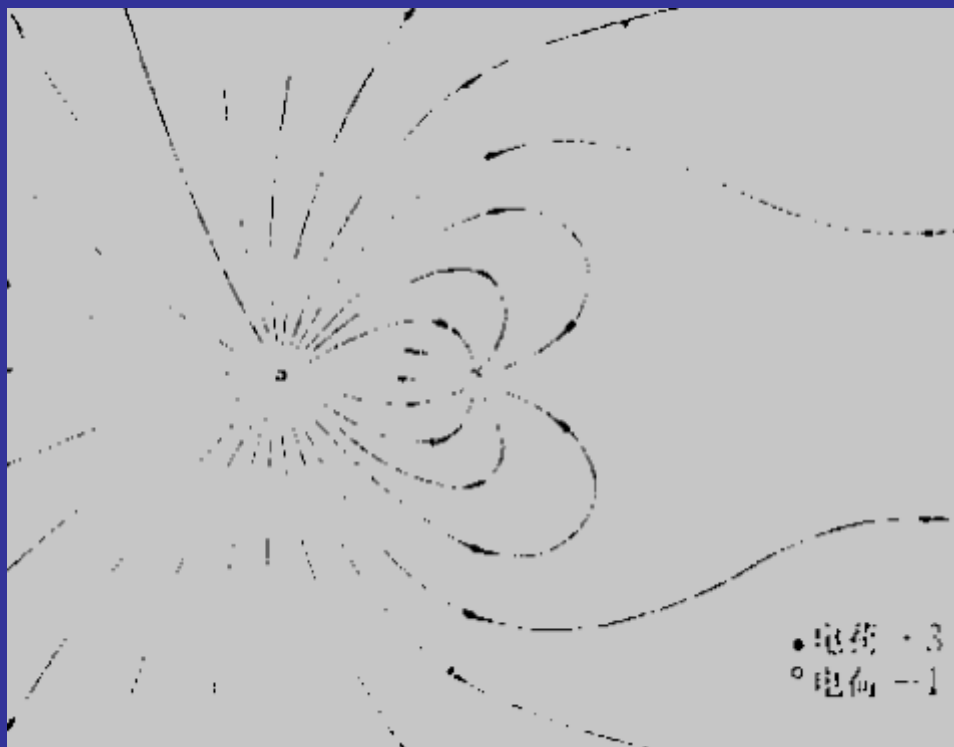
$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_x(x, y, z, t)\mathbf{e}_x + E_y(x, y, z, t)\mathbf{e}_y + E_z(x, y, z, t)\mathbf{e}_z$$

§ 1.4 矢量场的散度

1 矢量场与矢量线

为了同时描述矢量场的方向和数值，除了直接用矢量的数值和方向来表示矢量场的大小以外，用**矢量线**来形象的描述矢量场分布。所谓矢量线是这样的曲线，其上每一点的切线方向代表了该点矢量场的方向。

§ 1.4 矢量场的散度



矢量线能够描述
矢量场在空间的
方向，但不能够
直观描述矢量场
的大小。

矢量线方程:

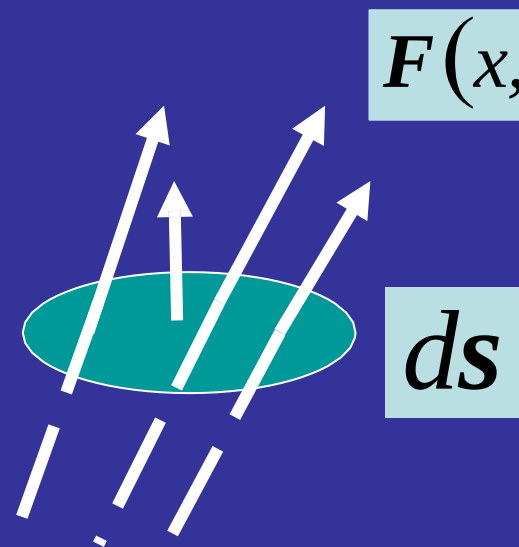
$$\frac{dx}{F_x(x,y,z)} = \frac{dy}{F_y(x,y,z)} = \frac{dz}{F_z(x,y,z)}$$

§ 1.4 矢量场的散度

2 矢量场的通量

为了克服矢量线不能定量描述矢量场的大小的问题，引入通量的概念。在场区域的某点选取面元，穿过该面元矢量线的总数称为**矢量场对于面积元的通量**。

$$d\psi = F(x,$$



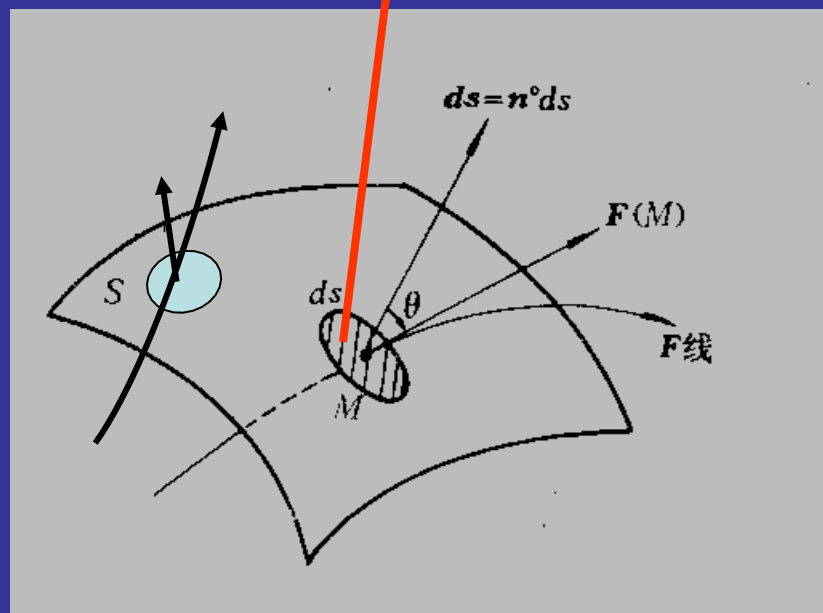
§ 1.4 矢量场的散度

矢量场对于曲面 s 的通量为曲面 s 上所有小面积元通量的叠加:

$$\psi = \int d\psi$$

$$= \iint_S \mathbf{F}(x, y, z) \cdot d\mathbf{s}$$

$$d\psi = \mathbf{F}(x, y, z) \cdot \mathbf{n} ds$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/948055027022006026>