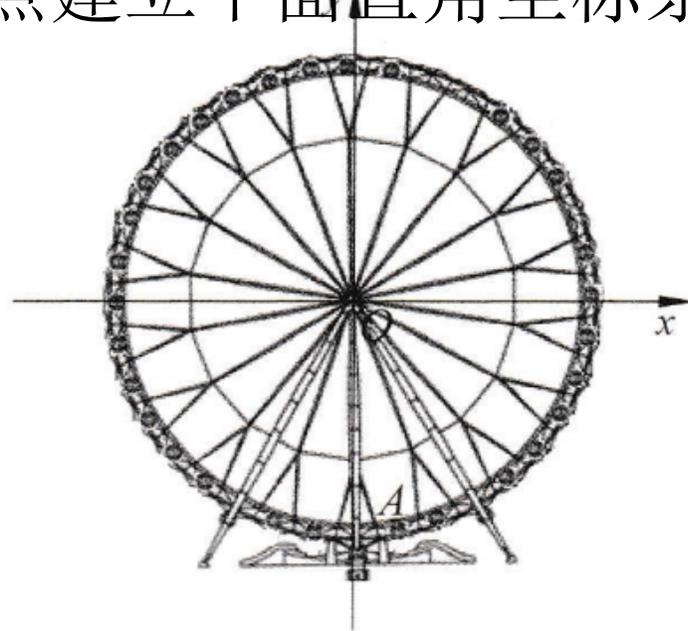


北师大版数学必修第二册 第一章 三角函数

函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的性质与图象

新课引入

“南昌之星”摩天轮于2006年竣工，总高度160m，直径153m，匀速旋转一圈需时30min，以摩天轮的中心为原点建立平面直角坐标系，画示意图，如图



若某人从最低座舱A开始，由正弦函数的定义，经过x分钟后，他到地面的距离y与x的关系可表示为函数关系

$$y = 76.5 \sin \left(\frac{\pi}{15} x - \frac{\pi}{2} \right) + 83.5$$

$$y = 76.5 \sin \left(\frac{\pi}{15} x - \frac{\pi}{2} \right) + 83.5$$


The diagram shows three boxes with arrows pointing to the corresponding parts of the equation: A points to 76.5, ω points to $\frac{\pi}{15}$ and φ points to $-\frac{\pi}{2}$, and b points to 83.5.

在物理和工程技术中会遇到一些问题，其中的函数关系都是形如

$y = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 A, ω, φ 是常数: $A > 0, \omega > 0$).

这种函数我们称为**正弦型函数**，**思考：它的图像与正弦曲线 $y = \sin x$ 的图像有何关系呢？**

？ 思考 :怎么研究 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象

从解析式看，函数 $y=\sin x$ 就是函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 在 $A=1$ ， $\omega=1$ ， $\varphi=0$ 时的特殊情形.

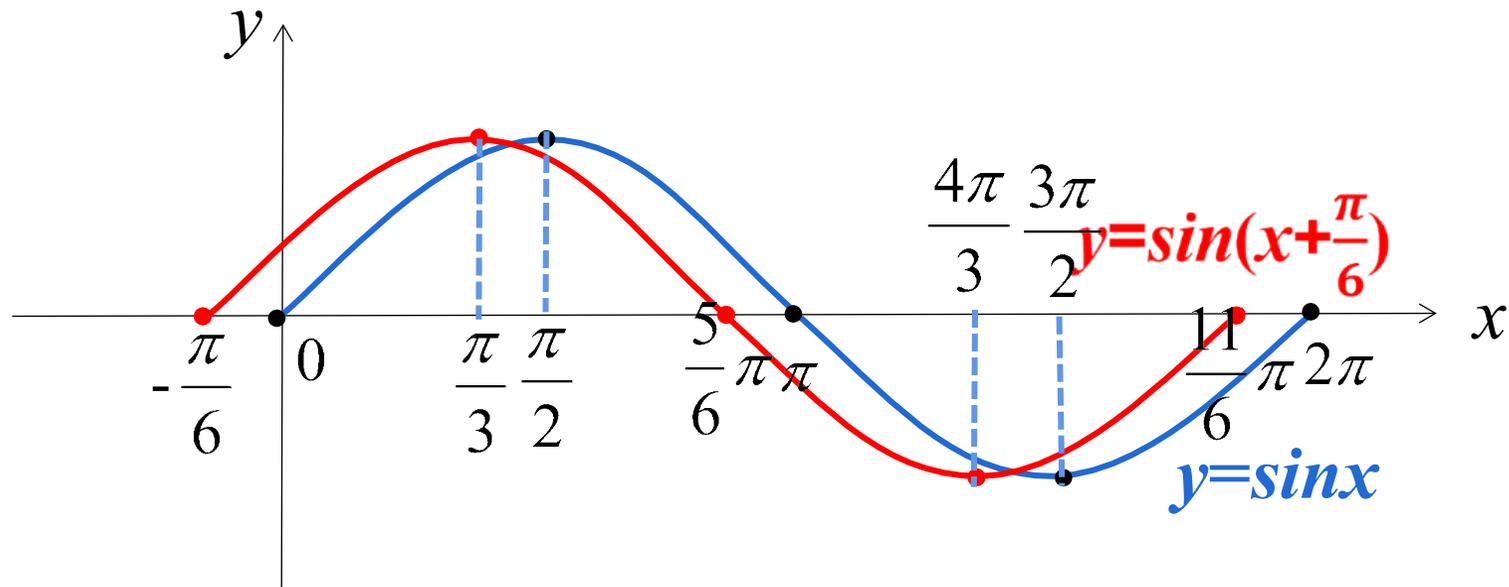
(1) 能否借助我们熟悉的函数 $y=\sin x$ 的图象与性质研究参数 A ， ω ， φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的影响？

(2) 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 含有三个参数，你认为应按怎样的思路进行研究？

新课讲解

探究点一 探索参数 φ 对函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 图象的影响

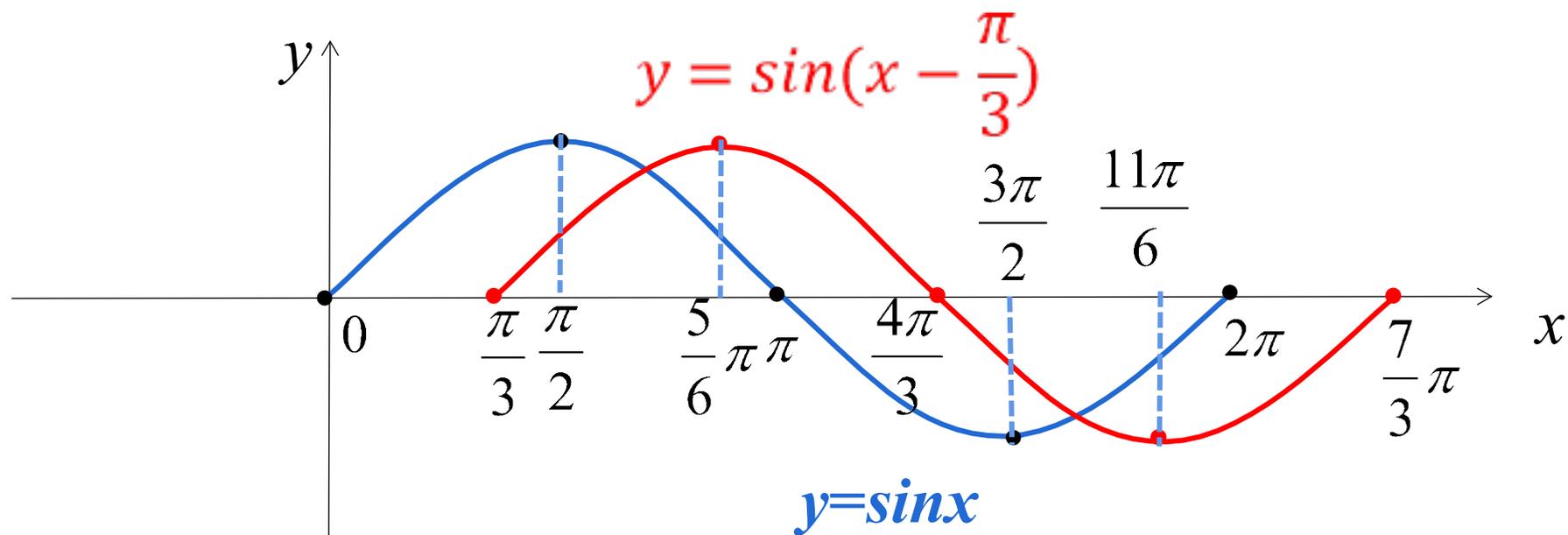
$$\varphi > 0$$



利用“五点作图法”作出 $y = \sin x$ 和 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的函数图象

函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象，可以看作是曲线 $y = \sin x$ 上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度而得到的。

$$\varphi < 0$$

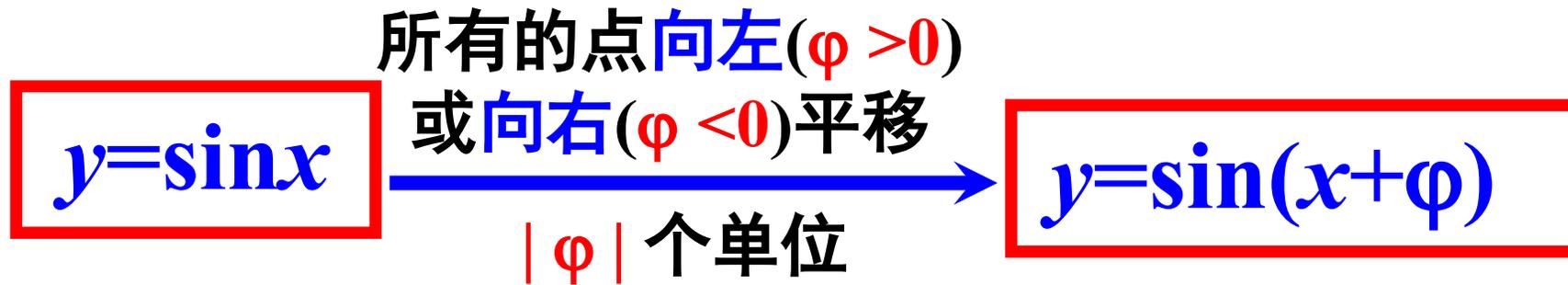


利用“五点作图法”作出 $y = \sin x$ 和 $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的函数图象

函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的图象，可以看作是曲线 $y = \sin x$ 上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到的。

为了更加直观地观察参数 φ 对函数图象的影响，下面我们借助信息技术做一个数学实验。

仔细观察几何画板上的数学实验并归纳总结



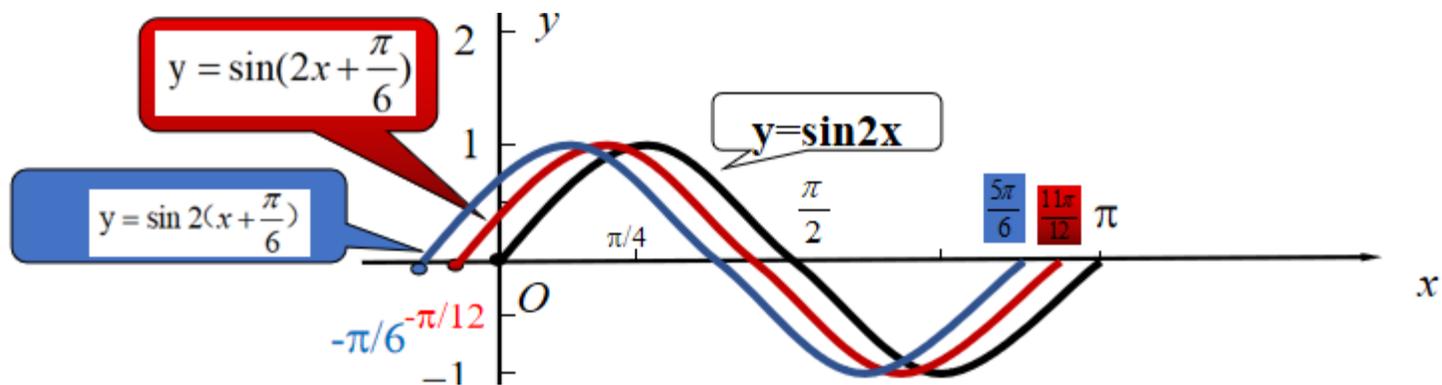
左加右减

这种变换称为相位变换，也叫平移变换

注意：这里平移的对象都是相对于x平移！[几何画板动画1](#)

延伸拓展

思考： $y = \sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度是得到 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 吗？



☆ 求函数 $y = \sin 2x$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后的函数解析式.

解

函数 $y = \sin 2x$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得 $y = \sin 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, 即 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

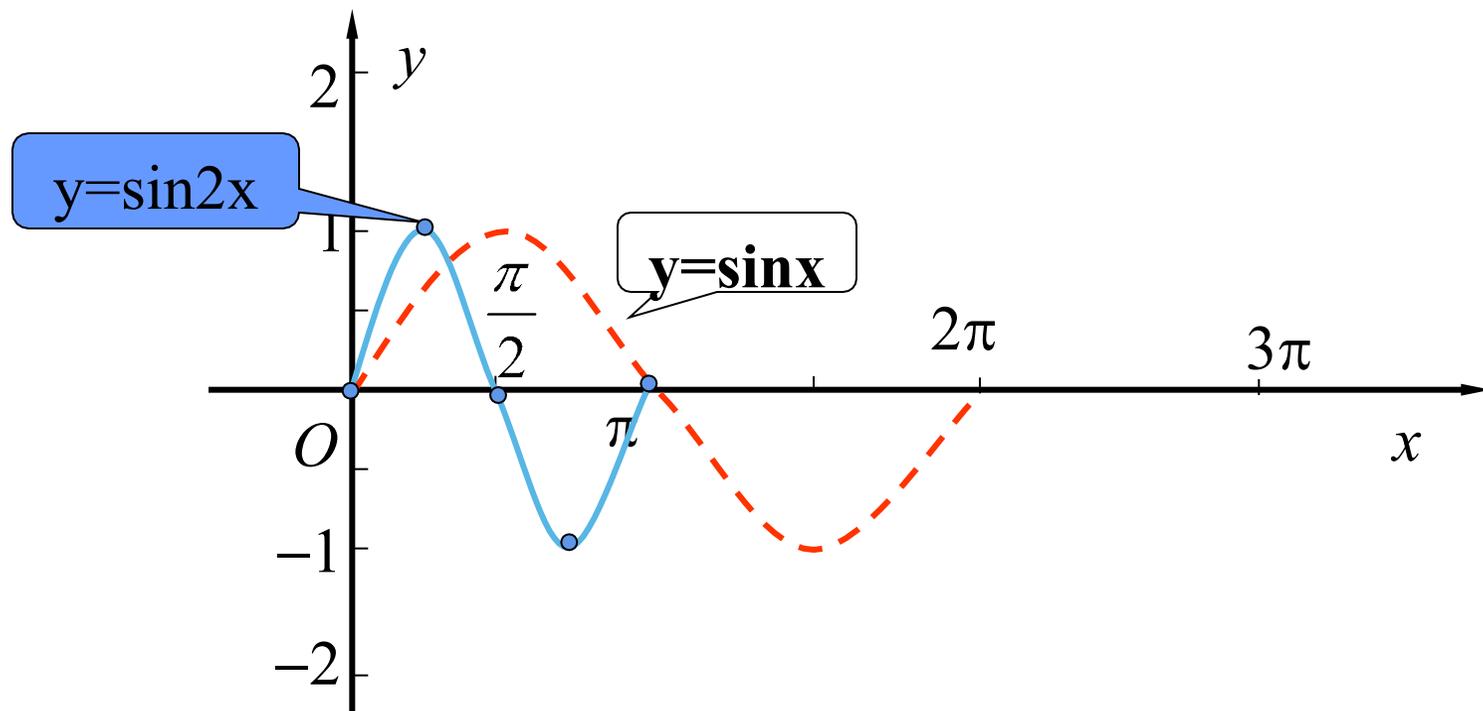
反思感悟 平移变换遵循“左加右减”原则，同时也需注意“左加右减”是针对自变量 x 而言的。

探究点二 探索参数 ω ($\omega > 0$)对函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 图象的影响

$\omega > 1$

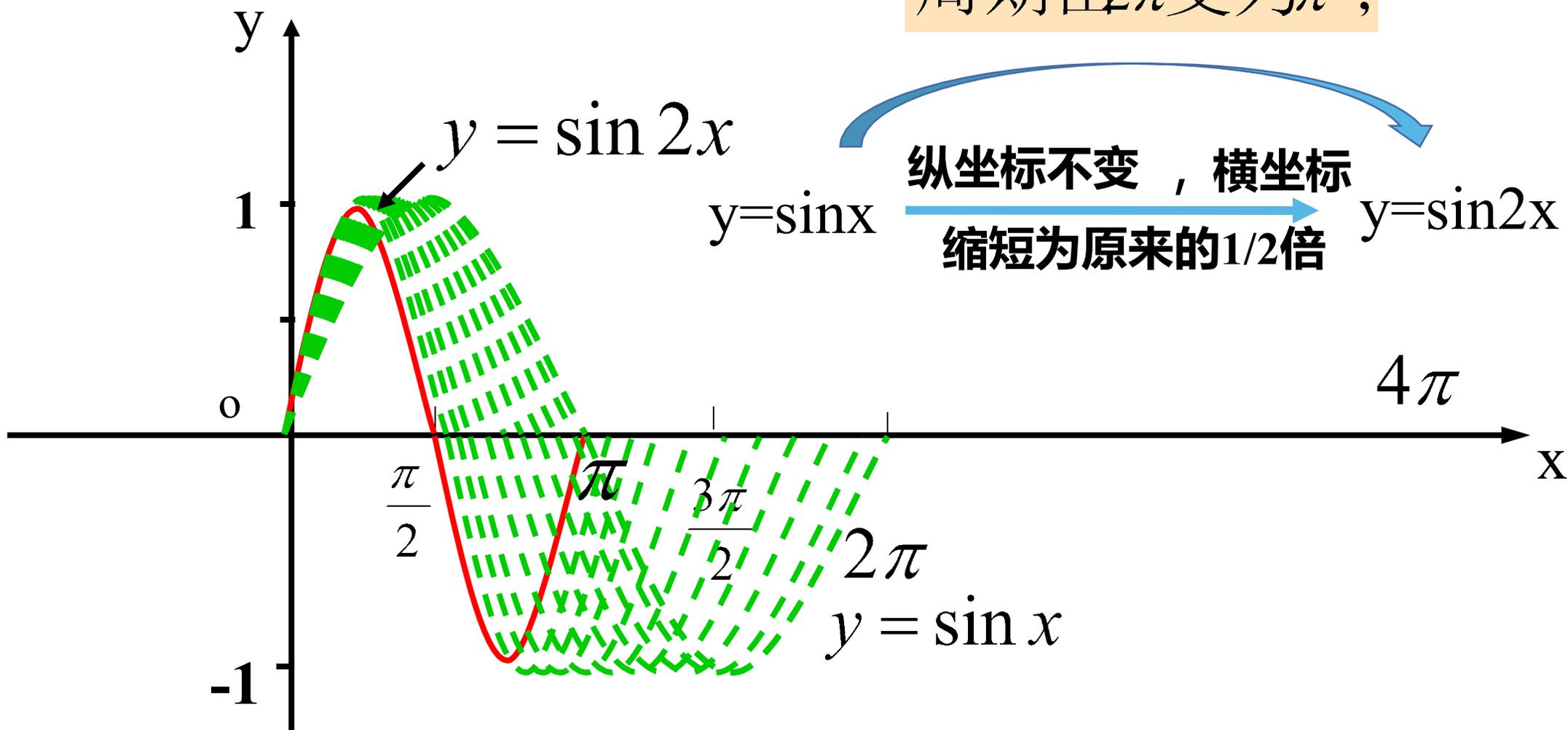
作出函数 $y = \sin x$ 及 $y = \sin 2x$ 的图象

函数 $y = \sin x$ 的周期 $T = 2\pi$ ；函数 $y = \sin 2x$ 的周期 $T = \pi$ 。



函数 $y = \sin 2x$ 与 $y = \sin x$ 的图象间的变化关系。

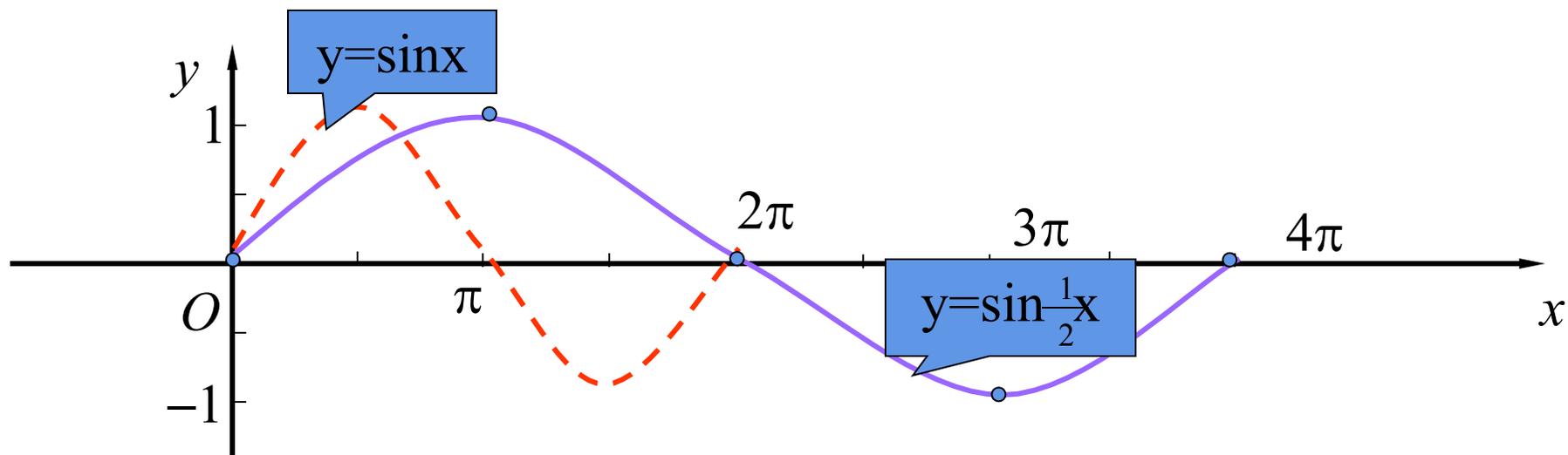
周期由 2π 变为 π ;



作出函数 $y = \sin \frac{1}{2}x$ 的图象

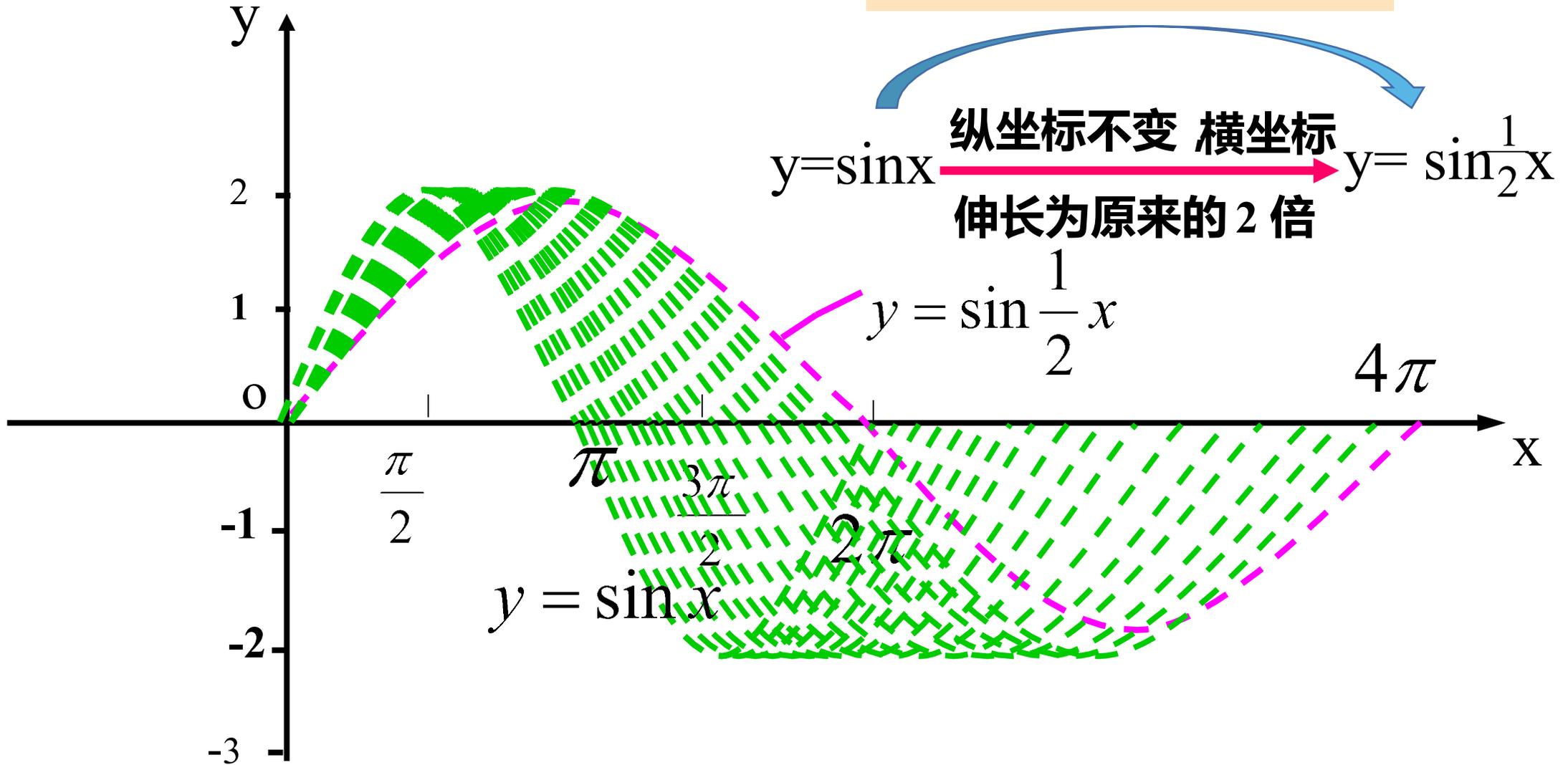
$$0 < \omega < 1$$

函数 $y = \sin x$ 的周期 $T = 2\pi$; 函数 $y = \sin \frac{1}{2}x$ 的周期 $T = 4\pi$.



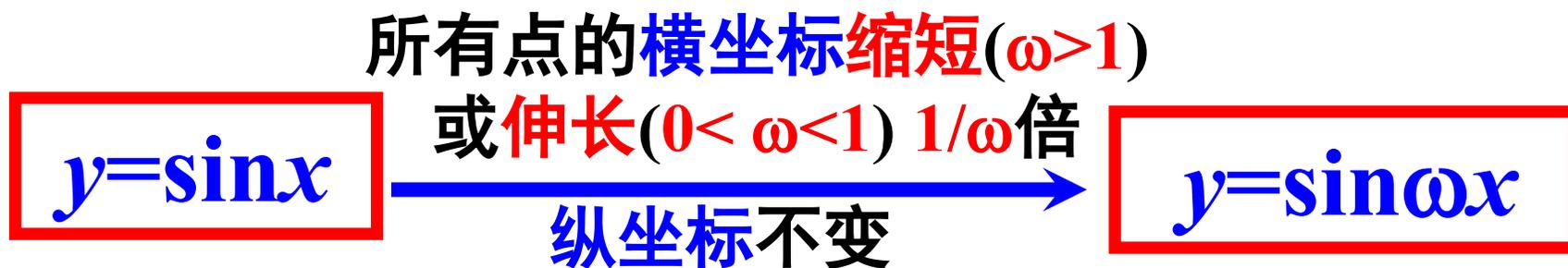
函数 $y = \sin \frac{1}{2}x$ 与 $y = \sin x$ 的图象间的变化关系

周期由 2π 变为 4π ;



为了更加直观地观察参数 ω 对函数图象的影响，下面我们借助信息技术做一个数学实验。

仔细观察几何画板上的数学实验并归纳总结



ω 决定函数的周期: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

周期变换

几何画板动画2

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/948114120043006051>