
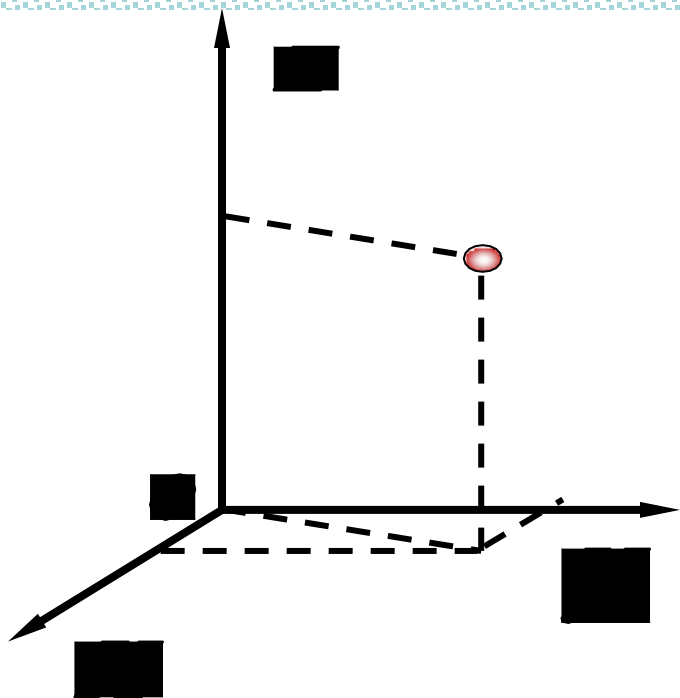


11-3 能量均分定理

计算气体分子能量的简化模型

原子——质点
分子——刚体

 —— 拟定某物体空间位置所需的独立坐标的数目 (■)，称为该物体的自由度。



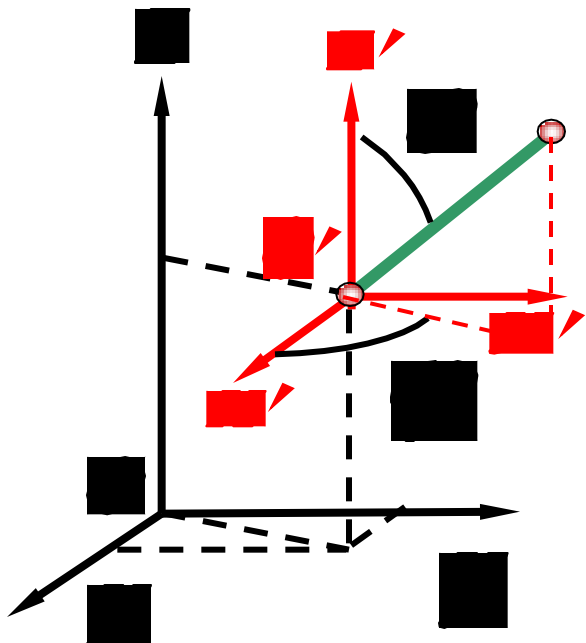
单原子分子

平动坐标: (x, y, z)

平动自由度:

$i=3$

如He、Ne、Ar等



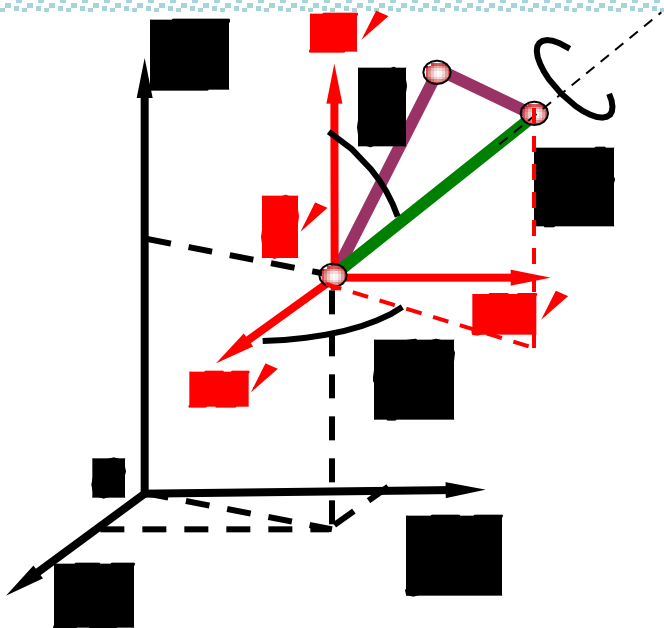
双原子分子

平动坐标: (x, y, z)

转动坐标 (φ, θ)

自由度: $i=5$

如 H_2 、 O_2 、 N_2 等



三及多原子分子

平动坐标: (x, y, z)

转动坐标 (φ, θ, ϕ)

自由度: $i=6$

如 H_2S 、 CO_2 等

根据理想气体温度公式，分子平均平动动能与温度关系为

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

$$Q \quad \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}$$

$$\therefore \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \overline{v^2} / 3$$

则有 $\frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} kT$

即分子在每个自由度上具有相同的平均平动能

上述结论可推广到转动和振动中，
得到能量均分定理：

在温度为 T 的平衡态下，气体分子的每一种平动或转动自由度都具有相等的平均动能，其大小等于 $kT/2$
每一种振动自由度都具有相同的平均动能 $kT/2$
和平均势能 $kT/2$ 。

假如气体分子具有 t 个平动自由度和 r 个转动自由度，
则气体分子的平均动能为

$$\overline{\epsilon} = \frac{1}{2} kT + kT = \frac{3}{2} kT$$

$$\overline{\epsilon} = kT + kT = 2kT$$

分子	■	■	■
■、■	■	■	■
■、■	■	■	■
■、■	■	■	■
■、■	■	■	■

理想气体的内能是全部分子的平动动能、转动动能和振动能量的总和

分子的平均动能 $\bar{\epsilon} = \frac{i}{2} kT$

ν mol 气体有 N (阿伏伽德罗常数) 个分子

则 ν mol 理想气体的内能

$$E_{\nu \text{ mol}} = N \bar{\epsilon} = N \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu R T$$

理想气体



$$\frac{i}{2} \nu R T \text{ mol 理想气体的内能}$$

$$E = \frac{i}{2} \nu R T$$

$$E = \frac{i}{2} \nu R T, \quad \nu = \frac{m}{M}, \quad R = \frac{8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

例1: 密闭容器内有1mol分子氧气，温度为T，问（
1）氧气分子的平均平动动能和平均转动动能是多少？（
2）全部氧气分子的平均平动动能的总和是多少？（3）当
气体温度升高1K时，其热力学能增长多少？

解: (1) $\bar{\varepsilon}_{\text{平动}} = \frac{3}{2}kT$ $\bar{\varepsilon}_{\text{转动}} = 2 \times \frac{1}{2}kT = kT$

(2) $E_{\text{平动}} = N_A \bar{\varepsilon} = N_A \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}RT$

(3) $\Delta E_m = \frac{i}{2}R\Delta T = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 1 = 20.8(\text{J})$

例2: 贮有氢气的容器以匀速 $v = 100\text{m/s}$ 运动，容器壁四面绝热。令该容器忽然停止，问容器中氢气的温度上升几度？

解: 当容器忽然停止时，经过碰撞，定向运动动能转化为热力学能，从而使气体温度升高。根据能量守恒定律有：

$$Q \Delta E_m = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

$$\therefore \frac{1}{2} M v^2 = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Delta T, \Rightarrow \Delta T = \frac{\mu v^2}{iR}$$

$$\Delta T = \frac{2 \times 10^{-3} \times 100^2}{5 \times 8.31} = 0.481 (K)$$

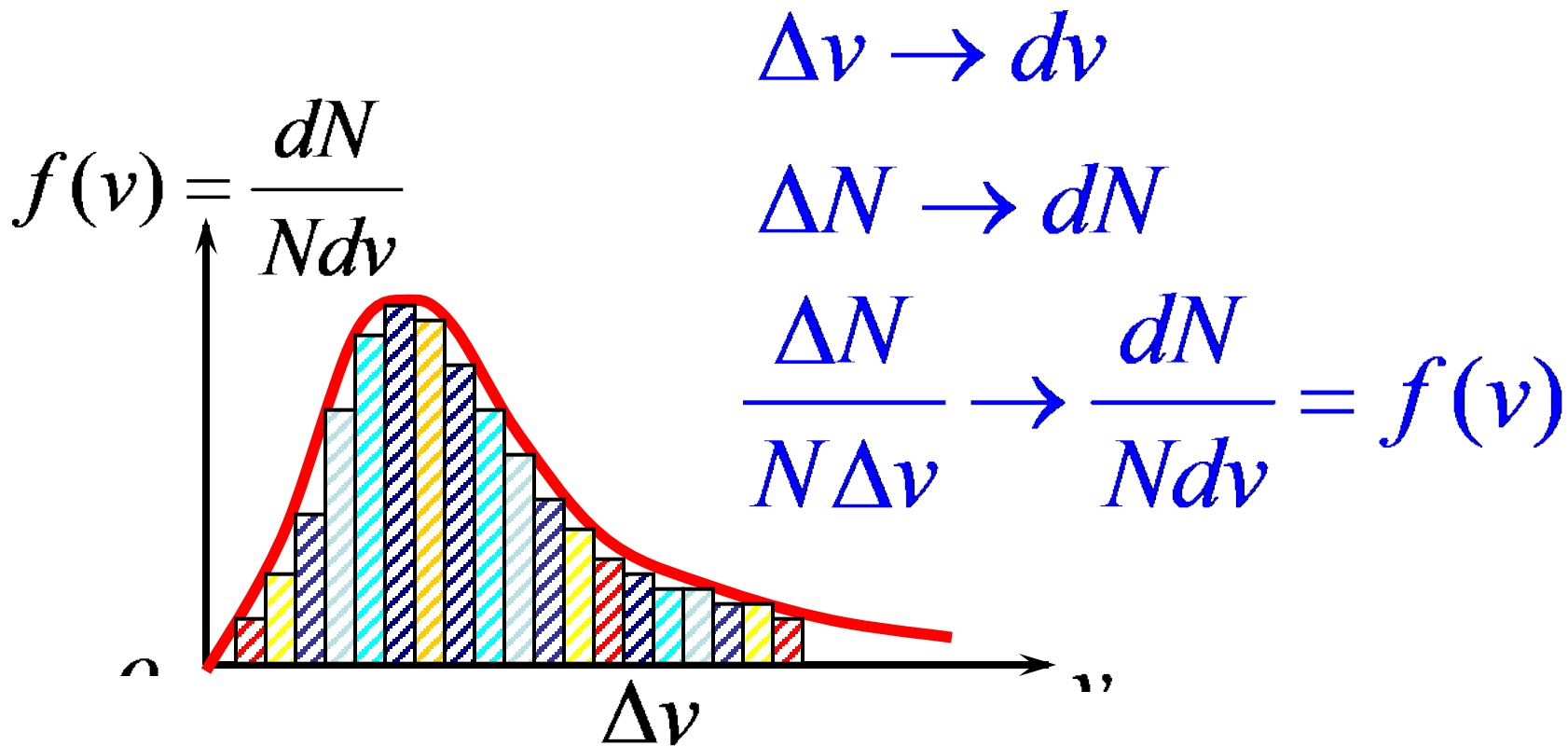
11-4 麦克斯韦速率分布律

单个分子速率不可预知，大量分子的速率分布遵照统计规律，是拟定的，这个规律也叫麦克斯韦速率分布律。

按统计假设，多种速率下的分子都存在，用某一速率区间内分子数占总分子数的百分比，表达分子按速率的分布规律。

- 1、气体分子速率分布区间为 $(0, \infty)$,
用 Δv 为间隔等分此区间
- 2、气体分子总数为 N , 则速率落在区间 $(v, v + \Delta v)$
的气体分子数为 ΔN
- 3、速率落在 v 附近单位间隔内的气体分子数为
 $\Delta N / \Delta v$, 占全部气体分子数的百分比为

$$\frac{\Delta N}{N \Delta v}$$



阐明：

1) 不同 v 附近的概率不同，与 v 有关

2) 不同 dv 概率不同， dv 大约率大，与 dv 有

$$f(v) = \frac{dN}{N dv} \quad \text{速率分布函数}$$

$$f(v)dv = \frac{dN}{N} \quad \text{速率分布率}$$

$$\Delta N = \int_{v_1}^{v_2} f(v) N dv$$

当 $v_1=0$, $v_2=\infty$ 时, $\Delta N \rightarrow N$, 即

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$

速率分布函数的归一化条件

理想气体的麦克斯韦速率分布律

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

理想气体的麦克斯韦速率分布函数

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$

麦克斯韦速率分布曲线

玻耳兹曼常数 若 m 、 T 给定，
函数的形式可概括为

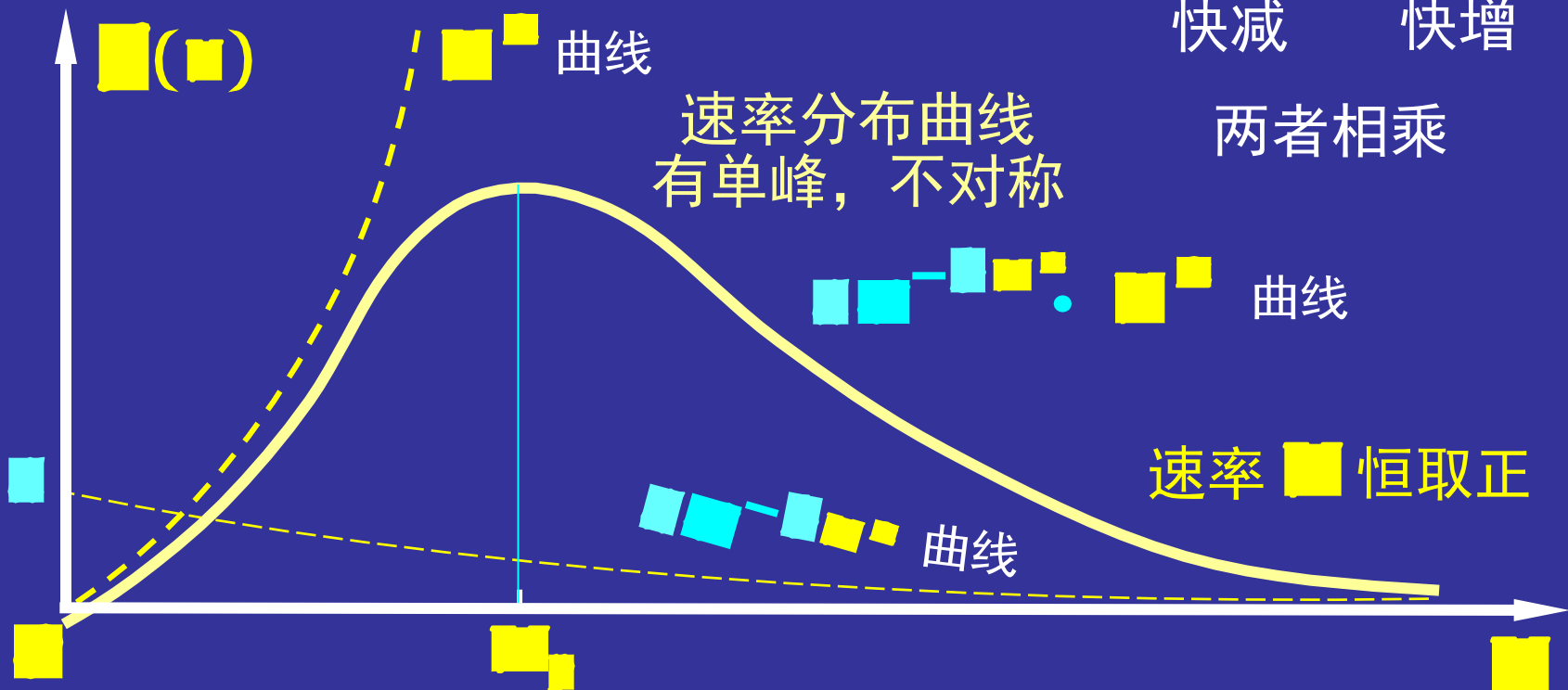
$$f(v) = \underbrace{A e^{-\frac{1}{2}mv^2}}_{\text{快减}} \cdot \underbrace{v^2}_{\text{快增}}$$

两者相乘

速率分布曲线
有单峰，不对称

$$f(v) = A e^{-\frac{1}{2}mv^2} \cdot v^2$$

速率 v 恒取正



麦克斯韦速率分布曲线

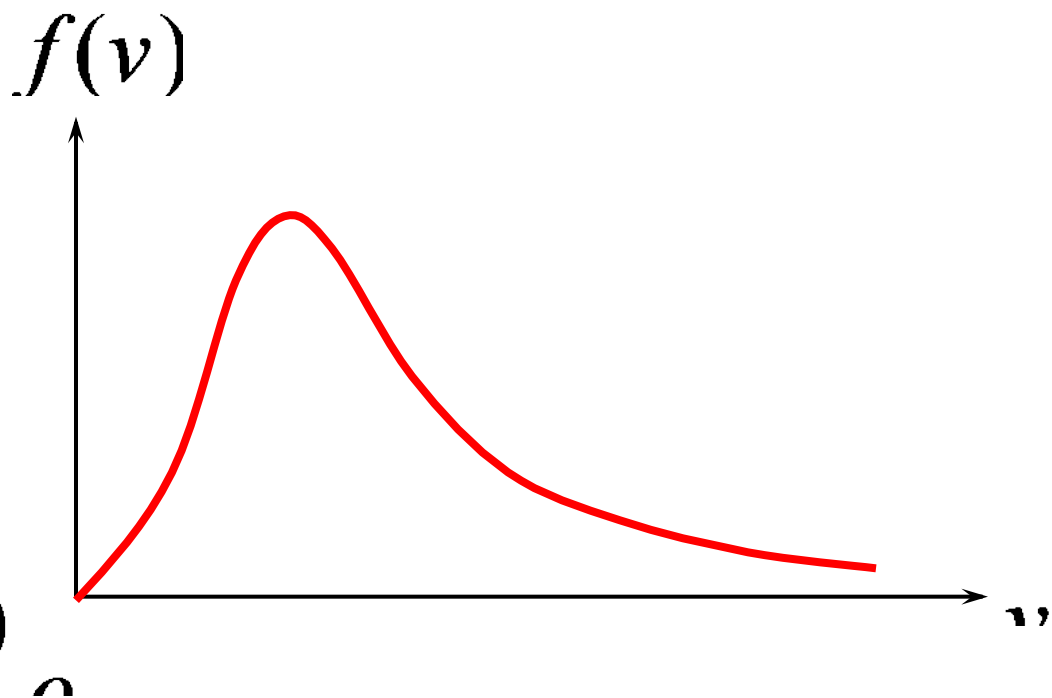
$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$

讨论:

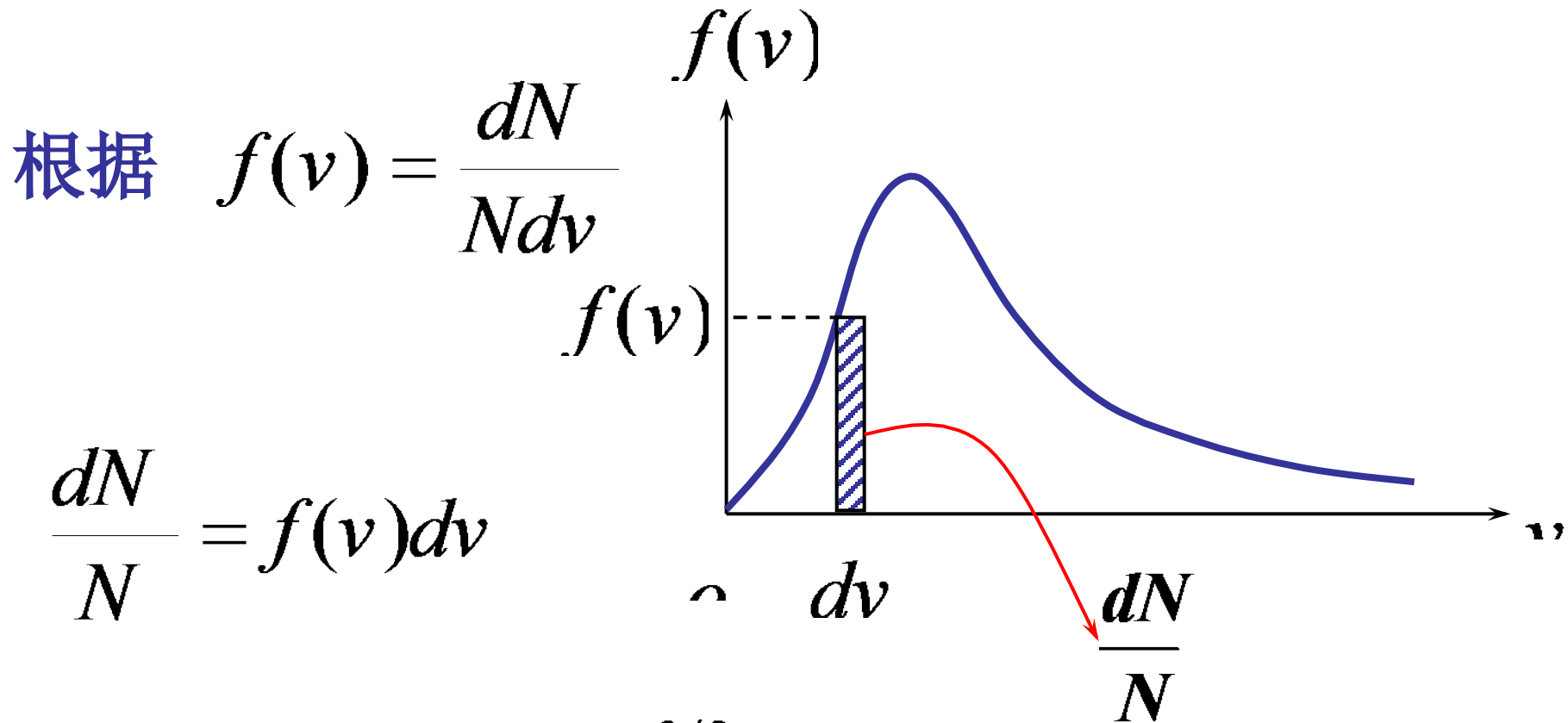
1. $f(v) \sim v$ 曲线

$v = 0$ 时 $f(v) = 0$

$v \rightarrow \infty$ 时 $f(v) \rightarrow 0$



2、在 dv 速率区间内分子出现的概率



$$= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/955004042014011334>