

新疆维吾尔自治区库尔勒市新疆兵团第二师华山中学 2023-2024 学年高三数学第一学期

期期末统考模拟试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

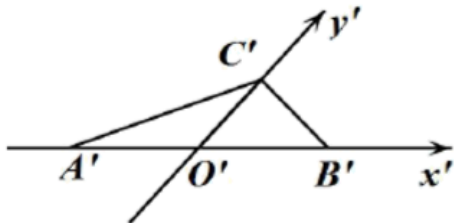
1. 已知实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ 4x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$$
，则 $|3x + 4y|$ 的最小值为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 观察下列各式： $x \otimes y = 2$ ， $x^2 \otimes y^2 = 4$ ， $x^3 \otimes y^3 = 9$ ， $x^4 \otimes y^4 = 17$ ， $x^5 \otimes y^5 = 31$ ， $x^6 \otimes y^6 = 54$ ， $x^7 \otimes y^7 = 92$ ， $\dots$ ，根据以上规律，则 $x^{10} \otimes y^{10} =$ ()

A. 255 B. 419 C. 414 D. 253

3. 水平放置的 $\triangle ABC$ ，用斜二测画法作出的直观图是如图所示的 $\triangle A'B'C'$ ，其中 $O'A' = O'B' = 2$ ， $O'C' = \sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 绕 AB 所在直线旋转一周后形成的几何体的表面积为 ()



A. $8\sqrt{3}\pi$ B. $16\sqrt{3}\pi$ C. $(8\sqrt{3} + 3)\pi$ D. $(16\sqrt{3} + 12)\pi$

4. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(-x)$ ，且在区间 $[1, 2]$ 上是减函数，令

$a = \ln 2$ ， $b = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ， $c = \log_{\frac{1}{2}} 2$ ，则 $f(a)$ ， $f(b)$ ， $f(c)$ 的大小关系为 ()

A. $f(a) < f(b) < f(c)$ B. $f(a) < f(c) < f(b)$
C. $f(b) < f(a) < f(c)$ D. $f(c) < f(a) < f(b)$

5. 设 i 为虚数单位， z 为复数，若 $\frac{|z|}{z} + i$ 为实数 m ，则 $m =$ ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

6. 已知函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中 $0 \leq b \leq 4, 0 \leq c \leq 4$ ，记函数 $f(x)$ 满足条件： $\begin{cases} f(2) \leq 12 \\ f(-2) \leq 4 \end{cases}$ 为事件 A ，则事件 A 发生的概率为

- A.** $\frac{1}{4}$
- B.** $\frac{5}{8}$
- C.** $\frac{3}{8}$
- D.** $\frac{1}{2}$

7. 已知定义在 $[1, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(3x) = 3f(x)$, 且当 $1 \leq x \leq 3$ 时, $f(x) = 1 - |x - 2|$, 则方程 $f(x) = f(2019)$ 的最小实根的值为 ()

- A. 168 B. 249 C. 411 D. 561

8. 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \log_2(x+1) + ax^2 - a + 1$ (a 为常数), 则不等式 $f(3x+4) > -5$ 的解集为 ()

- A.** $(-\infty, -1)$ **B.** $(-1, +\infty)$ **C.** $(-\infty, -2)$ **D.** $(-2, +\infty)$

9. 已知函数 $f(x) = \frac{x^3 + \sin x}{(1+x)(m-x) + e^x + e^{-x}}$ 为奇函数, 则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

10. 椭圆是日常生活中常见的图形，在圆柱形的玻璃杯中盛半杯水，将杯体倾斜一个角度，水面的边界即是椭圆.现有一高度为 12 厘米，底面半径为 3 厘米的圆柱形玻璃杯，且杯中所盛水的体积恰为该玻璃杯容积的一半（玻璃厚度忽略不计），在玻璃杯倾斜的过程中（杯中的水不能溢出），杯中水面边界所形成的椭圆的离心率的取值范围是（ ）

- A. $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{6}\right]$ B. $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}, 1\right)$ C. $\left(0, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$ D. $\left[\frac{2\sqrt{5}}{5}, 1\right)$

11. 将 4 名大学生分配到 3 个乡镇去当村官, 每个乡镇至少一名, 则不同的分配方案种数是()

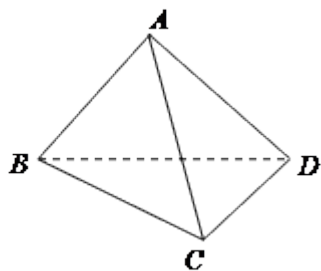
- A. 18 种 B. 36 种 C. 54 种 D. 72 种

12. 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 + a_3 + a_5 = 6$, $a_7 = 6$. 则这个数列的前 7 项和等于 ()

- A. 12 B. 21 C. 24 D. 36**

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

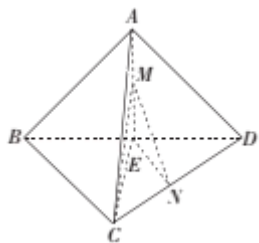
13. 如图, 四面体 $ABCD$ 的一条棱长为 x , 其余棱长均为 1, 记四面体 $ABCD$ 的体积为 $F(x)$, 则函数 $F(x)$ 的单调增区间是____; 最大值为____.



14. 能说明“在数列 $\{a_n\}$ 中, 若对于任意的 $m, n \in \mathbb{N}^+$, $a_{m+n} > a_m + a_n$, 则 $\{a_n\}$ 为递增数列”为假命题的一个等差数列是_____. (写出数列的通项公式)

15. 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2^x + m$ (m 为常数), 若 $f(1) = \frac{3}{2}$, 则实数 m 的值为_____.

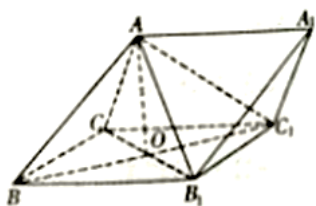
16. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 点 E 在 BD 上, $EA = EB = EC = ED$, $BD = \sqrt{2} CD$, $\triangle ACD$ 为正三角形, 点 M, N 分别在 AE, CD 上运动 (不含端点), 且 $AM = CN$, 则当四面体 $C-EMN$ 的体积取得最大值 $\frac{2}{3}$ 时, 三棱锥 $A-BCD$ 的外接球的表面积为_____.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 是菱形, 其对角线的交点为 O , 且

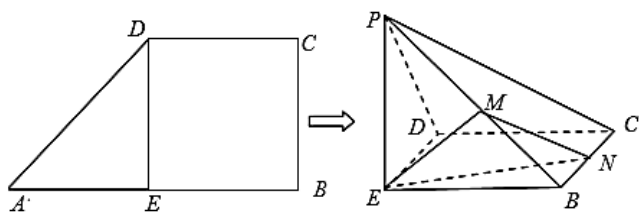
$$AB = AC_1 = \sqrt{6}, AB \perp B_1C.$$



(1) 求证: $AO \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) 设 $\angle B_1BC = 60^\circ$, 若直线 A_1B_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 45° , 求二面角 $A_1-B_1C_1-B$ 的正弦值.

18. (12 分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2DC = 2BC$, E 为 AB 的中点, 沿 DE 将 $\triangle ADE$ 折起, 使得点 A 到点 P 位置, 且 $PE \perp EB$, M 为 PB 的中点, N 是 BC 上的动点 (与点 B, C 不重合).



(I) 证明: 平面 $EMN \perp$ 平面 PBC 垂直;

(II) 是否存在点 N , 使得二面角 $B-EN-M$ 的余弦值 $\frac{\sqrt{6}}{6}$? 若存在, 确定 N 点位置; 若不存在, 说明理由.

19. (12 分) 设函数 $f(x) = \ln x - ax$, $a \in R$, $a \neq 0$.

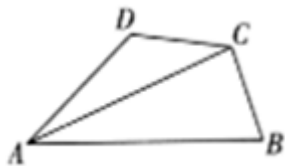
(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x) = 0$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.

(i) 求 a 的取值范围;

(ii) 求证: $x_1 \cdot x_2$ 随着 $\frac{x_2}{x_1}$ 的增大而增大.

20. (12 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = 2\angle B$, $AD = 2DC = 4$, $\sin \angle B = \frac{3}{4}$.



(1) 求 AC 的长;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 求 $\sin \angle CAB \cdot \sin \angle ACB$ 的值.

21. (12 分) 设函数 $f(x) = (a-x)e^x + bx - c \ln x$.

(1) 若 $a = 3$, $c = 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 求 b 的取值范围;

(2) 若 $a = 2$, $b = 4$, $c = 4$, 求证: 当 $x > 1$ 时, $f(x) < 16 - 8 \ln 2$.

22. (10 分) 设函数 $f(x) = |x+2| - |2x-2|$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq 2x-1$;

(2) 记 $f(x)$ 的最大值为 M , 若实数 a, b, c 满足 $a+b+c = M$, 求证:

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq 3\sqrt{2}.$$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

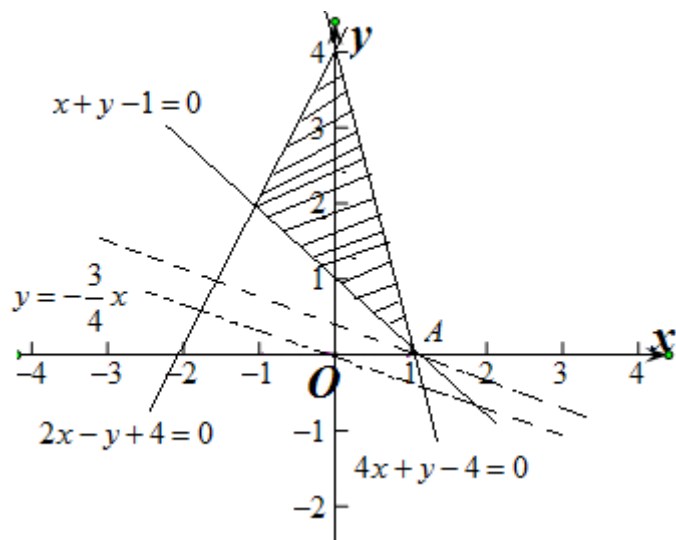
1、B

【解析】

作出约束条件的可行域，在可行域内求 $z = 3x + 4y$ 的最小值即为 $|3x + 4y|$ 的最小值，作 $y = -\frac{3}{4}x$ ，平移直线即可求解.

【详解】

作出实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ 4x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$$
 的可行域，如图（阴影部分）



令 $z = 3x + 4y$ ，则 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{z}{4}$ ，

作出 $y = -\frac{3}{4}x$ ，平移直线，当直线经过点 $A(1, 0)$ 时，截距最小，

故 $z_{\min} = 3 \times 1 + 0 = 3$ ，

即 $|3x + 4y|$ 的最小值为 3.

故选：B

【点睛】

本题考查了简单的线性规划问题，解题的关键是作出可行域、理解目标函数的意义，属于基础题.

2、B

【解析】

每个式子的值依次构成一个数列 $\{a_n\}$ ，然后归纳出数列的递推关系 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n$ 后再计算.

【详解】

以及数列的应用根据题设条件，设数字 2，4，9，17，31，54，92， $\dots$ 构成一个数列 $\{a_n\}$ ，可得数列 $\{a_n\}$ 满足

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n \quad (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*),$$

$$\text{则 } a_8 = a_7 + a_6 + 8 = 54 + 92 + 8 = 154,$$

$$a_9 = a_8 + a_7 + 9 = 154 + 92 + 9 = 255, \quad a_{10} = a_9 + a_8 + 10 = 255 + 154 + 10 = 419.$$

故选：B.

【点睛】

本题主要考查归纳推理，解题关键是通过数列的项归纳出递推关系，从而可确定数列的一些项.

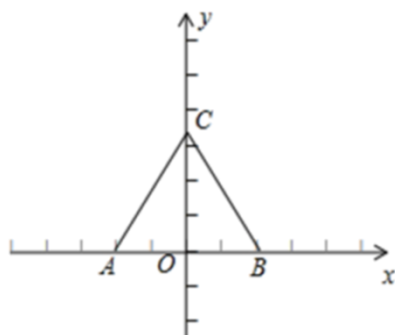
3、B

【解析】

根据斜二测画法的基本原理，将平面直观图还原为原几何图形，可得 $AO = BO = 2$ ， $OC = 2\sqrt{3}$ ， $\triangle ABC$ 绕 AB 所在直线旋转一周后形成的几何体是两个相同圆锥的组合物，圆锥的侧面展开图是扇形根据扇形面积公式即可求得组合体的表面积.

【详解】

根据“斜二测画法”可得 $AO = BO = 2$ ， $OC = 2\sqrt{3}$ ， $AB = AC = BC = 4$ ，



$\triangle ABC$ 绕 AB 所在直线旋转一周后形成的几何体是两个相同圆锥的组合物，

它的表面积为 $S = 2\pi rl = 2\pi \times 2\sqrt{3} \times 4 = 16\sqrt{3}\pi$.

故选：B

【点睛】

本题考查斜二测画法的应用及组合体的表面积求法,难度较易.

4、C

【解析】

可设 $x \in [0, 1]$, 根据 $f(x)$ 在 R 上为偶函数及 $f(x+2) = f(-x)$ 便可得到: $f(x) = f(-x) = f(-x+2)$, 可设 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 且 $x_1 < x_2$, 根据 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数便可得出 $f(x_1) < f(x_2)$, 从而得出 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, 再根据对数的运算得到 a, b, c 的大小关系, 从而得到 $f(a), f(b), f(c)$ 的大小关系.

【详解】

解: 因为 $\ln 1 < \ln 2 < \ln e$, 即 $0 < a < 1$, 又 $b = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 2$, $c = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$

设 $x \in [0, 1]$, 根据条件, $f(x) = f(-x) = f(-x+2)$, $-x+2 \in [1, 2]$;

若 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 且 $x_1 < x_2$, 则: $-x_1+2 > -x_2+2$;

Q $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数;

$\therefore f(-x_1+2) < f(-x_2+2)$;

$\therefore f(x_1) < f(x_2)$;

$\therefore f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数;

所以 $f(b) = f(2) = f(0)$, $f(c) = f(-1) = f(1)$

$\therefore f(b) < f(a) < f(c)$

故选: C

【点睛】

考查偶函数的定义, 减函数及增函数的定义, 根据单调性定义判断一个函数单调性的方法和过程: 设 $x_1 < x_2$, 通过条件比较 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$, 函数的单调性的应用, 属于中档题.

5、B

【解析】

可设 $z = a + bi (a, b \in R)$, 将 $\frac{|z|}{z} + i$ 化简, 得到 $\frac{a + (\sqrt{a^2 + b^2} - b)i}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, 由复数为实数, 可得 $\sqrt{a^2 + b^2} - b = 0$, 解方程即可求解

【详解】

$$\text{设 } z = a + bi (a, b \in R), \text{ 则 } \frac{|z|}{z} + i = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a + bi} + i = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}(a - bi)}{a^2 + b^2} + i = \frac{a + (\sqrt{a^2 + b^2} - b)i}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

由题意有 $\sqrt{a^2 + b^2} - b = 0 \Rightarrow a = 0$, 所以 $m = 0$.

故选: B

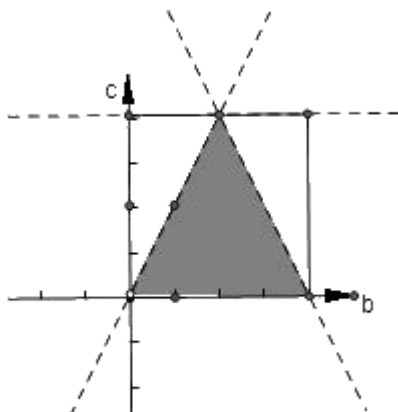
【点睛】

本题考查复数的模长、除法运算, 由复数的类型求解对应参数, 属于基础题

6、D

【解析】

由 $\begin{cases} f(2) \leq 12 \\ f(-2) \leq 4 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 4 + 2b + c \leq 12 \\ 4 - 2b + c \leq 4 \end{cases}$, 分别以 b, c 为横纵坐标建立如图所示平面直角坐标系, 由图可知, $P(A) = \frac{1}{2}$.



7、C

【解析】

先确定解析式求出 $f(2019)$ 的函数值, 然后判断出方程 $f(x) = f(2019)$ 的最小实根的范围结合此时的 $f(x) = x - 3^5$, 通过计算即可得到答案.

【详解】

当 $x \geq 1$ 时, $f(3x) = 3f(x)$, 所以 $f(x) = 3f(\frac{x}{3}) = 3^2 f(\frac{x}{3^2}) = \dots = 3^n f(\frac{x}{3^n})$, 故当

$3^n \leq x \leq 3^{n+1}$ 时, $\frac{x}{3^n} \in [1, 3]$, 所以 $f(x) = 3^n (1 - \left| \frac{x}{3^n} - 2 \right|) = \begin{cases} 3^{n+1} - x, & x \geq 2 \cdot 3^n \\ x - 3^n, & x < 2 \cdot 3^n \end{cases}$, 而

$2019 \in [3^6, 3^7]$, 所以 $f(2019) = 3^6 (1 - \left| \frac{2019}{3^6} - 2 \right|) = 3^7 - 2109 = 168$, 又当 $1 \leq x \leq 3$ 时,

$f(x)$ 的极大值为 1, 所以当 $3^n \leq x \leq 3^{n+1}$ 时, $f(x)$ 的极大值为 3^n , 设方程 $f(x) = 168$

的最小实根为 t , $168 \in [3^4, 3^5]$, 则 $t \in (3^5, \frac{3^5 + 3^6}{2})$, 即 $t \in (243, 468)$, 此时 $f(x) = x - 3^5$

令 $f(x) = x - 3^5 = 168$, 得 $t = 243 + 168 = 411$, 所以最小实根为 411.

故选: C.

【点睛】

本题考查函数与方程的根的最小值问题, 涉及函数极大值、函数解析式的求法等知识, 本题有一定的难度及高度, 是一道有较好区分度的压轴选这题.

8、D

【解析】

由 $f(0) = 0$ 可得 $a = 1$, 所以 $f(x) = \log_2(x+1) + x^2 (x \geq 0)$, 由 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数结合增函数+增函数=增函数, 可知 $y = f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 注意到 $f(-2) = -f(2) = -5$, 再利用函数单调性即可解决.

【详解】

因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数.所以 $f(0) = 0$, 解得 $a = 1$, 所以当 $x \geq 0$ 时,

$f(x) = \log_2(x+1) + x^2$, 且 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递增, 所以

$y = f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 因为 $f(2) = 5$, $f(-2) = -5$,

故有 $3x + 4 > -2$, 解得 $x > -2$.

故选: D.

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性、单调性解不等式, 考查学生对函数性质的灵活运用能力, 是一道中档题.

9、B

【解析】

根据 $f(x)$ 整体的奇偶性和部分的奇偶性, 判断出 m 的值.

【详解】

依题意 $f(x)$ 是奇函数.而 $y = x^3 + \sin x$ 为奇函数, $y = e^x + e^{-x}$ 为偶函数, 所以 $g(x) = (1+x)(m-x)$ 为偶函数, 故 $g(x) - g(-x) = 0$, 也即 $(1+x)(m-x) - (1-x)(m+x) = 0$, 化简得 $(2m-2)x = 0$, 所以 $m = 1$.

故选: B

【点睛】

本小题主要考查根据函数的奇偶性求参数值, 属于基础题.

10、C

【解析】

根据题意可知当玻璃杯倾斜至杯中水刚好不溢出时，水面边界所形成椭圆的离心率最大，由椭圆的几何性质即可确定此时椭圆的离心率，进而确定离心率的取值范围.

【详解】

当玻璃杯倾斜至杯中水刚好不溢出时，水面边界所形成椭圆的离心率最大.

此时椭圆长轴长为 $\sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$ ，短轴长为 6，

$$\text{所以椭圆离心率 } e = \sqrt{1 - \left(\frac{6}{6\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\text{所以 } e \in \left(0, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right].$$

故选：C

【点睛】

本题考查了椭圆的定义及其性质的简单应用，属于基础题.

11、B

【解析】

把 4 名大学生按人数分成 3 组，为 1 人、1 人、2 人，再把这三组分配到 3 个乡镇即得.

【详解】

把 4 名大学生按人数分成 3 组，为 1 人、1 人、2 人，再把这三组分配到 3 个乡镇，

则不同的分配方案有 $C_4^2 A_3^3 = 36$ 种.

故选：B.

【点睛】

本题考查排列组合，属于基础题.

12、B

【解析】

根据等差数列的性质可得 a_3 ，由等差数列求和公式可得结果.

【详解】

因为数列 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_1 + a_3 + a_5 = 6$ ，

所以 $3a_3 = 6$ ，即 $a_3 = 2$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/956134204011010105>