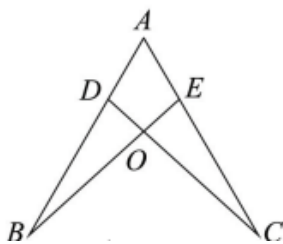


专题26全等三角

一. 选择题

1. 如图, 点D, E分别在线段AB, AC上, CD与BE相交于O点, 已知 $AB=AC$, 现添加以下的哪个条件仍不能判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ()

- A. $\angle B = \angle C$ B. $AD = AE$ C. $BD = CE$ D. $BE = CD$



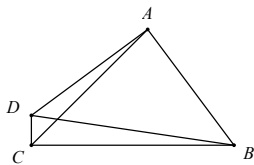
【答案】D

【解析】选项A, 当 $AB=AC$, $\angle A = \angle A$, $\angle B = \angle C$ 时, $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (ASA), 故此选项不符合题意; 选项B, 当 $AB=AC$, $\angle A = \angle A$, $AE=AD$ 时, $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS), 故此选项不符合题意; 选项C, 由 $AB=AC$, $BD=CE$, 得 $AB-AD=AC-AE$, 即 $AD=AE$, $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS), 故此选项不符合题意; 选项D, 当 $AB=AC$, $\angle A = \angle A$, $BE=CD$ 时, 不能判定 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 全等, 故此选项符合题意. 故答案选D.

【知识点】全等三角形的判定定理.

2. 如图, 四边形ABCD中, $AB=AD$, $AC=5$, $\angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$, 则四边形ABCD的面积 ()

- A. 15 B. 12.5 C. 14.5 D. 17

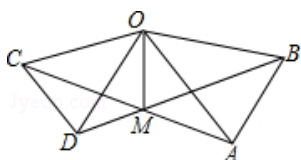


【答案】B

【解析】延长CB至点M, 使 $BM=DC$, 连接AM. $\because \angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$, $\therefore \angle ADC + \angle ABC = 360^\circ - (\angle DAB + \angle DCB) = 180^\circ$, $\therefore \angle ABC + \angle ABM = 180^\circ$, $\therefore \angle ADC = \angle ABM$. $\because AB=AD$, $\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABM$, $\therefore AC=AM$, $\angle DAC = \angle BAM$, $\therefore \angle DAC + \angle CAB = 90^\circ$, $\therefore \angle BAM + \angle CAB = 90^\circ$, 即 $\angle CAM = 90^\circ$

, $\because AC=5, \therefore AM=5, \therefore S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$. $\because \triangle ADC \cong \triangle ABM, \therefore S_{\triangle ADC} \cong S_{\triangle ABM}, \therefore S_{\text{四边形ABCD}} = S_{\triangle ACM} = \frac{25}{2} = 12.5$. 故选B.

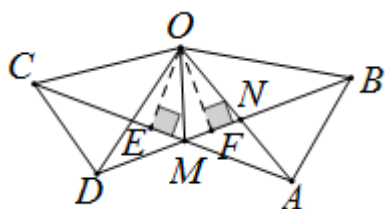
3. 如图, 在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中, $OA=OB, OC=OD, OA>OC, \angle AOB=\angle COD=40^\circ$, 连接 AC, BD 交于点 M , 连接 OM . 下列结论: ① $AC=BD$; ② $\angle AMB=40^\circ$; ③ OM 平分 $\angle BOC$; ④ MO 平分 $\angle BMC$. 其中正确的个数为 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

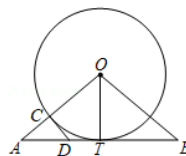
【答案】 B

【解析】 $\because \angle AOB=\angle COD, \therefore \angle AOC=\angle BOD$, 又 $\because OA=OB, OC=OD, \therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD, \therefore AC=BD$, 故①正确; $\because \triangle AOC \cong \triangle BOD, \therefore \angle MAO=\angle MBO$, 如图, 设 OA 与 BD 相交于 N , 又 $\because \angle ANM=\angle BNO, \therefore \angle AMB=\angle AOB=40^\circ$, 故②正确; 如图, 过点 O 分别作 AC 和 BD 的垂线, 垂足分别是 $E, F, \because \triangle AOC \cong \triangle BOD, AC=BD, \therefore OE=OF, \therefore MO$ 平分 $\angle BMC$, 故④正确; 在 $\triangle AOC$ 中, $\because OA>OC, \therefore \angle ACO>\angle OAC, \because \triangle AOC \cong \triangle BOD, \therefore \angle OAC=\angle OBD, \therefore \angle ACO>\angle OBM$, 在 $\triangle OCM$ 和 $\triangle OBM$ 中, $\angle ACO>\angle OBM, \angle OMC=\angle OMB, \therefore \angle COM<\angle BOM$, 故③错误, 所以①②④正确. 故选B.



【知识点】 全等三角形的判定和性质; 三角形的面积; 四边形的内角和

4. $\triangle BDE$ 和 $\triangle FGH$ 是两个全等的等边三角形, 将它们按如图的方式放置在等边三角形 ABC 内. 若求五边形 $DECHF$ 的周长, 则只需知道 ()



- A. $\triangle ABC$ 的周长 B. $\triangle AFH$ 的周长 C. 四边形 $FBGH$ 的周长 D. 四边形 $ADEC$ 的周长

【答案】 A

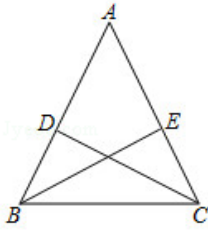
【解析】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 等边三角形的性质, 五边形 $DECHF$ 的周长为

$DE + CE + CH + FH + DF$, $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle FGH$ 是两个等边三角形, $\therefore \triangle AFH \cong \triangle CHG$, $\therefore CH = AF$.

$\because \triangle BDE$ 和 $\triangle FGH$ 是两个全等的等边三角形, $\therefore DE = FH = BD = BE$, $\therefore DE + CE + CH + FH + DF = BE + CE + CH + BD + DF = BC + BF + CH = BC + BA$, \therefore 只需要知道 $\triangle ABC$ 的周长就可以求得五边形 $D E C H F$ 的周长, 因此本题选A.

5. 如图, 等腰 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在腰 AB, AC 上, 添加下列条件, 不能判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是()

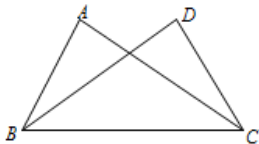
- A. $AD = AE$ B. $BE = CD$ C. $\angle ADC = \angle AEB$ D. $\angle DCB = \angle ECB$



【答案】B

【解析】本题考查了全等三角形的判定. 由全等三角形的判定“SAS”、“AAS”、“ASA”可得, 添加选项A、C、D都能判定两三角形全等; 而添加选项B则不能判定两三角形全等, 故选B.

6. 如图, 已知 $\angle ABC = \angle DCB$, 添加以下条件, 不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是()



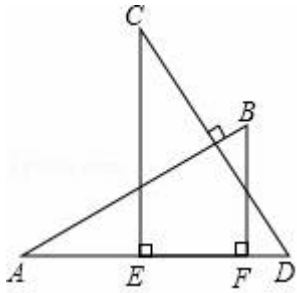
- A. $\angle A = \angle D$ B. $\angle ACB = \angle DBC$ C. $AC = DB$ D. $AB = DC$

【答案】C

【解析】解: 因为 $\angle ABC = \angle DCB$, 加上题中的隐含条件 $BC = BC$, 所以可以添加一组角或是添加夹角的另一组边, 可以证明两个三角形全等, 故添加A、B、D均可以使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$. 故选择C.

【知识点】三角形全等的判定;

7. 如图, $AB \perp CD$, 且 $AB = CD$. E, F 是 AD 上两点, $CE \perp AD$, $BF \perp AD$. 若 $CE = a$, $BF = b$, $EF = c$, 则 AD 的长为()



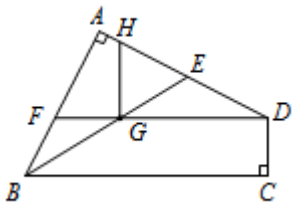
- A. $a+c$ B. $b+c$ C. $a-b+c$ D. $a+b-c$

【答案】D

【解析】 $\because AB \perp CD, CE \perp AD, BF \perp AD, \therefore \angle CED = \angle AFB = 90^\circ, \angle A = \angle C,$
 $AB = CD, \therefore \triangle CED \cong \triangle AFB, \therefore AF = CE = a, DE = BF = b, DF = DE - EF = b - c, \therefore AD = AF + DF = a + b -$
 $c,$ 故选 D.

【知识点】全等三角形的性质与判定

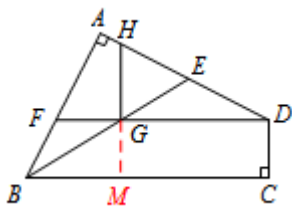
8. 如图，在四边形ABCD中， $\angle A = \angle C = 90^\circ, DF \parallel BC, \angle ABC$ 的平分线BE交DF于点G， $GH \perp DF$ ，点E恰好为DH的中点．若 $AE = 3, CD = 2$ ，则 $GH = (\quad)$



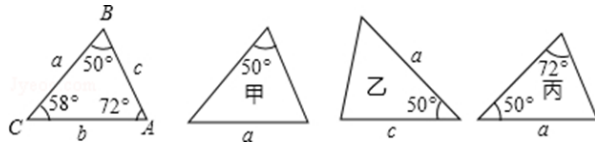
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】延长HG交BC于点M. $\because DF \parallel BC, GH \perp DF, \therefore \angle GMC = \angle MGD = \angle C = 90^\circ, \therefore$ 四边形GCDM为矩形， $\therefore MG = CD = 2, \because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABE = \angle EBC,$ 又 $\because \angle A = \angle BMG = 90^\circ, \therefore$
 $\triangle ABE \sim \triangle MBG, \therefore \frac{BE}{BG} = \frac{AE}{MG} = \frac{2}{3}, \therefore BG = 2EG, \because \angle HGD = 90^\circ,$ 点E为DH的中点， $\therefore DH = 2EG = 2ED, \therefore DH = BG, \therefore EG = ED, \therefore \angle EGD = \angle EDG, \because DF \parallel BC, \therefore \angle EGD = \angle GBM, \therefore \angle EDG = \angle GBM,$ 又 $\because \angle HGD = \angle BMG = 90^\circ, \therefore \triangle DHG \cong \triangle BGM, \therefore HG = GM = 2.$ 故选项B正确.



9. 下列各图中a、b、c为三角形的边长，则甲、乙、丙三个三角形和左侧△ABC全等的是（
 ）

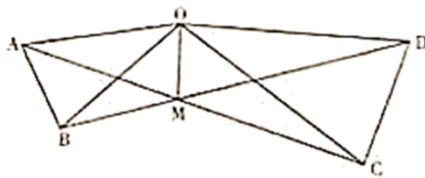


- A. 甲和乙 B. 乙和丙 C. 甲和丙 D. 只有丙

【答案】B.

【解析】依据SAS全等判定可得乙三角形与△ABC全等，依据AAS全等判定可得丙三角形△ABC全等，由于条件不足，不能判定甲与△ABC全等，故选B.

10. 如图，在△AOB和△COD中，OA=OB，OC=OD，OA<OC，∠AOB=∠COD=36°．连接AC、BD交于点M，连接OM．下列结论：



- ①∠AMB=36°；②AC=BD；③OM平分∠AOD；④MO平分∠AMD

其中正确的结论个数有（ ）个.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【答案】B

【解析】本题考查了全等三角形的判定与性质、三角形的外角性质、角平分线的判定等知识；证明三角形全等是解题的关键．由SAS证明△AOC≌△BOD，得到∠OAC=∠OBD，由三角形的外角性质得：∠AMB+∠OBD=∠AOB+∠OAC，得出∠AMB=∠AOB=36°，①正确；

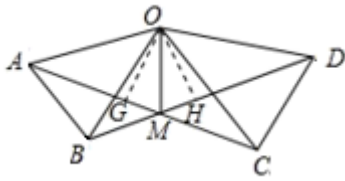
根据全等三角形的性质得出∠OCA=∠ODB，AC=BD，②正确；

作OG⊥AC于G，OH⊥BD于H，如图所示：则∠OGC=∠OHD=90°，由AAS证明△OCG≌△ODH（AAS），得出OG=OH，由角平分线的判定方法得出MO平分∠AMD，④正确；

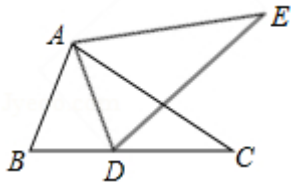
由∠AOB=∠COD，得出当∠DOM=∠AOM时，OM才平分∠BOC，假设∠DOM=∠AOM，由△AOC≌△BOD得出∠COM=∠BOM，由MO平分∠BMC得出∠CMO=∠BMO，推出△COM≌△BOM，得OB=OC，而OA=OB，所以OA=OC，而OA<OC，故③错误；即可得出结论.

正确的有①②④；

故选B.



11. 如图，若 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，则下列结论中一定成立的是（ ）



- A. $AC=DE$ B. $\angle BAD = \angle CAE$ C. $AB=AE$ D. $\angle ABC = \angle AED$

【答案】 B

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$\therefore AC=AE, AB=AD, \angle ABC = \angle ADE, \angle BAC = \angle DAE$,

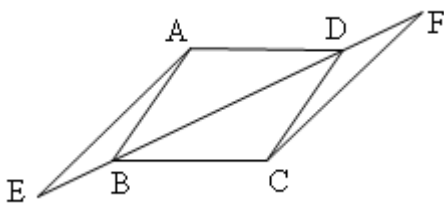
$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$,

即 $\angle BAD = \angle CAE$. 故A, C, D选项错误, B选项正确,

故选: B.

12. 如图，四边形ABCD是平行四边形，点E, B, D, F在同一条直线上，请添加一个条件使得 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，下列不正确的是（ ）

- A. $AE=CF$ B. $\angle AEB = \angle CFD$ C. $\angle EAB = \angle FCD$ D. $BE=DF$



【答案】 A

【解析】 本题考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定和性质等知识， \because 四边形ABCD是平行四边形，

$\therefore AB=CD, AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$,

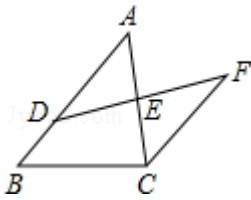
$\therefore \angle ABE + \angle ABD = \angle BDC + \angle CDF$,

$\therefore \angle ABE = \angle CDF$,

- A. 若添加 $AE = CF$ ，则无法证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，故A错误；
 B. 若添加 $\angle AEB = \angle CFD$ ，运用AAS可以证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，故选项B正确；
 C. 若添加 $\angle EAB = \angle FCD$ ，运用ASA可以证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，故选项C正确；
 D. 若添加 $BE = DF$ ，运用SAS可以证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，故选项D正确。因此本题选A.

13.

如图，D是AB上一点，DF交AC于点E， $DE = FE$ ， $FC \parallel AB$ ，若 $AB = 4$ ， $CF = 3$ ，则BD的长是（
 ）



- A. 0.5 B. 1 C. 1.5 D. 2

【答案】 B

【解析】 $\because FC \parallel AB$,

$\therefore \angle A = \angle FCE, \angle ADE = \angle F$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中 $\begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle ADE = \angle F \\ DE = FE \end{cases}$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS),

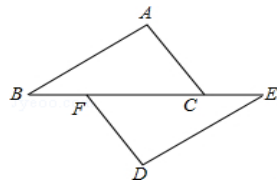
$\therefore AD = CF = 3$,

$\because AB = 4$,

$\therefore DB = AB - AD = 4 - 3 = 1$ ，故选B.

【知识点】 全等三角形的判定与性质

14. 如图，点B、F、C、E在一条直线上， $AB \parallel DE$ ， $AC \parallel DF$ ，那么添加下列一个条件后，仍无法判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是（
 ）



- A. $AB = DE$ B. $\angle A = \angle D$ C. $AC = DF$ D. $BF = EC$

【答案】 A

【解析】 $\because AB \parallel DE, AC \parallel DF,$

$\therefore \angle B = \angle E, \angle ACB = \angle DFE,$

A、添加 $AB = DE$ 可利用AAS判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF,$ 故此选项不合题意;

B、添加 $\angle A = \angle D$ 无法判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF,$ 故此选项符合题意;

C、添加 $AC = DF$ 可利用AAS判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF,$ 故此选项不合题意;

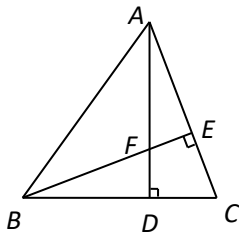
D、添加 $BF = EC$ 可得 $BC = EF,$ 可利用ASA判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF,$ 故此选项不合题意;

故选: B.

【知识点】全等三角形的判定。判定两个三角形全等的一般方法有: SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

二. 填空题

1. 如图, $\triangle ABC$ 的两条高 AD, BE 相交于点 $F,$ 请添加一个条件, 使得 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (不添加其他字母及辅助线), 你添加的条件是_____.

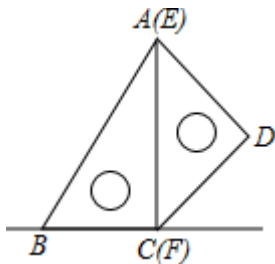


【答案】答案不唯一, 如 $CA = CB, CE = CD$ 等.

【解析】已知两角对应相等, 可考虑全等三角形的判定ASA或AAS. 故答案不唯一, 如 $CA = CB, CE = CD$ 等.

【知识点】全等三角形的判定

2. 如图, 一副含 30° 和 45° 角的三角板 ABC 和 EDF 拼合在一个平面上, 边 AC 与 EF 重合, $AC = 12$ cm. 当点 E 从点 A 出发沿 AC 方向滑动时, 点 F 同时从点 C 出发沿射线 BC 方向滑动. 当点 E 从点 A 滑动到点 C 时, 点 D 运动的路径长为_____ cm; 连接 $BD,$ 则 $\triangle ABD$ 的面积最大值为_____ cm^2 .

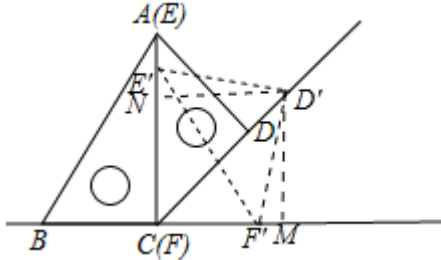


【答案】 $24 - 12\sqrt{2}$, $36\sqrt{2} + 24\sqrt{3} - 12\sqrt{6}$

【解析】 $\because AC = 12\text{cm}$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle DEF = 45^\circ$,

$\therefore BC = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $AB = 8\sqrt{3}\text{cm}$, $ED = DF = 6\sqrt{2}\text{cm}$,

如图, 当点E沿AC方向下滑时, 得 $\triangle E'D'F'$, 过点D'作 $D'N \perp AC$ 于点N, 作 $D'M \perp BC$ 于点M,



$\therefore \angle MD'N = 90^\circ$, 且 $\angle E'D'F' = 90^\circ$,

$\therefore \angle E'D'N = \angle F'D'M$, 且 $\angle D'NE' = \angle D'MF' = 90^\circ$, $E'D' = D'F'$,

$\therefore \triangle D'NE' \cong \triangle D'MF'$ (AAS) ,

$\therefore D'N = D'M$, 且 $D'N \perp AC$, $D'M \perp BC$,

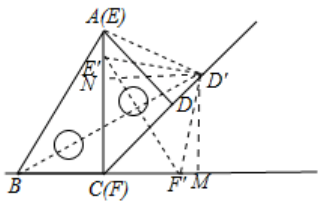
$\therefore CD'$ 平分 $\angle ACM$,

即点E沿AC方向下滑时, 点D'在射线CD上移动,

\therefore 当 $E'D' \perp AC$ 时, DD' 值最大, 最大值 $= \sqrt{2}ED - CD = (12 - 6\sqrt{2})\text{cm}$,

\therefore 当点E从点A滑动到点C时, 点D运动的路径长 $= 2 \times (12 - 6\sqrt{2}) = (24 - 12\sqrt{2})\text{cm}$.

如图, 连接 BD' , AD' ,



$\therefore S_{\triangle AD'B} = S_{\triangle AD'C} + S_{\triangle AD'B} - S_{\triangle BD'C}$,

$\therefore S_{\triangle AD'B} = \frac{1}{2}BC \times AC + \frac{1}{2} \times AC \times D'N - \frac{1}{2} \times BC \times D'M = 24\sqrt{3} + \frac{1}{2} (12 - 4\sqrt{3}) \times D'N$,

当 $E'D' \perp AC$ 时, $S_{\triangle AD'B}$ 有最大值,

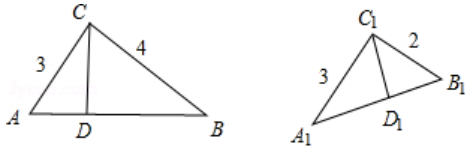
$\therefore S_{\triangle AD'B}$ 最大值 $= 24\sqrt{3} + \frac{1}{2} (12 - 4\sqrt{3}) \times 6\sqrt{2} = (24\sqrt{3} + 36\sqrt{2} - 12\sqrt{6})\text{cm}^2$.

故答案为: $(24 - 12\sqrt{2})$, $(24\sqrt{3} + 36\sqrt{2} - 12\sqrt{6})$.

3. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中, 已知 $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1 = 3$, $BC = 4$, $B_1C_1 = 2$, 点D、 D_1 分别在边AB、 A_1B_1 上, 且 $\triangle ACD \cong \triangle C_1A_1D_1$, 那么AD的长是_____.

【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】如图，



\because 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中， $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ ， $AC = A_1C_1 = 3$ ， $BC = 4$ ， $B_1C_1 = 2$ ，

$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，设 $AD = x$ ，则 $BD = 5 - x$ ，

$\because \triangle ACD \cong \triangle C_1A_1D_1$ ， $\therefore C_1D_1 = AD = x$ ， $\angle A_1C_1D_1 = \angle A$ ， $\angle A_1D_1C_1 = \angle CDA$ ，

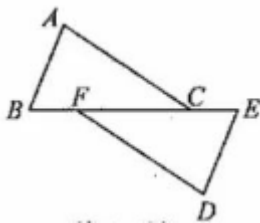
$\therefore \angle C_1D_1B_1 = \angle BDC$ ，

$\because \angle B = 90^\circ - \angle A$ ， $\angle B_1C_1D_1 = 90^\circ - \angle A_1C_1D_1$ ， $\therefore \angle B_1C_1D_1 = \angle B$ ， $\therefore \triangle C_1B_1$

$D_1 \sim \triangle BCD$ ，

$\therefore \frac{BD}{C_1D_1} = \frac{BC}{C_1B_1}$ ，即 $\frac{5-x}{x} = 2$ ，解得 $x = \frac{5}{3}$ 。 $\therefore AD$ 的长为 $\frac{5}{3}$ 。

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，点 B ， F ， C ， E 在同一直线上， $BF = CE$ ， $AB \parallel DE$ ，请添加一个条件，使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，这个添加的条件可以是_____（只需写一个，不添加辅助线）



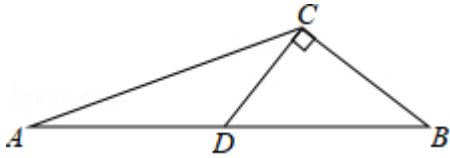
【答案】 $AC \parallel DF$ ， $\angle A = \angle D$ 等

【解析】 本题考查了全等三角形的判定，解题的关键是了解全等三角形的判断方法。

因为已知 $AB \parallel DE$ ， $BF = CE$ ，这样可以看作时已知一角和一边对应相等，利用判定方法进行判断写出即可。

【知识点】 全等三角形的判定

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 120^\circ$ ， $BC = 4$ ， D 为 AB 的中点， $DC \perp BC$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是__



【答案】 $8\sqrt{3}$.

【解析】 $\because DC \perp BC$,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$,

$\because \angle ACB = 120^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 30^\circ$,

延长CD到H使DH=CD,

$\because D$ 为AB的中点,

$\therefore AD = BD$,

在 $\triangle ADH$ 与 $\triangle BCD$ 中, $\begin{cases} CD = DH \\ \angle ADH = \angle BDC \\ AD = BD \end{cases}$,

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle BCD$ (SAS),

$\therefore AH = BC = 4$, $\angle H = \angle BCD = 90^\circ$,

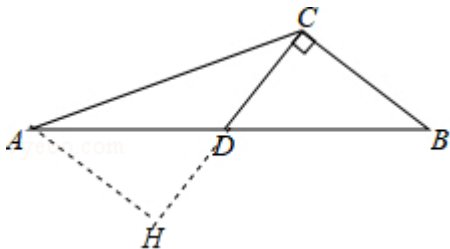
$\because \angle ACH = 30^\circ$,

$\therefore CH = \sqrt{3} AH = 4\sqrt{3}$,

$\therefore CD = 2\sqrt{3}$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= 2S_{\triangle BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$,

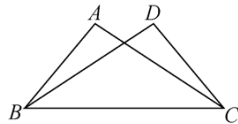
故答案为: $8\sqrt{3}$.



【知识点】全等三角形的判定与性质；解直角三角形

6. 如图, 已 $\angle ABC = \angle DCB$, 添加下列条件中的一个: ① $\angle A = \angle D$, ② $AC = DB$, ③ $AB = DC$,

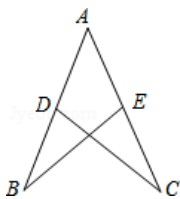
其中不能确定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是_____ (只填序号).



【答案】②

【解析】本题考查了全等三角形的判定方法. 已知 $\angle ABC = \angle DCB$, 图中有公共边 $BC = CB$, 因而添加① $\angle A = \angle D$ 可用AAS证明全等, 添加③可用SAS证明全等, 添加②就变成了“边边角”, 不能确定全等.

7. 如图, 已知 $AD = AE$, 请你添加一个条件, 使得 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$, 你添加的条件是_____. (不添加任何字母和辅助线)



【答案】 $AB = AC$ 或 $\angle ADC = \angle AEB$ 或 $\angle ABE = \angle ACD$

【解析】 $\because \angle A = \angle A, AD = AE,$

\therefore 可以添加 $AB = AC$, 此时满足 SAS;

添加条件 $\angle ADC = \angle AEB$, 此时满足 ASA;

添加条件 $\angle ABE = \angle ACD$, 此时满足 AAS,

故答案为 $AB = AC$ 或 $\angle ADC = \angle AEB$ 或 $\angle ABE = \angle ACD$;

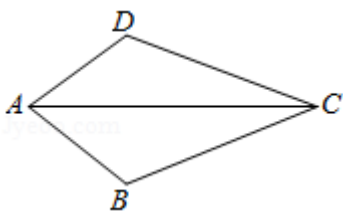
【知识点】全等三角形的判定

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点D在BC上 (不与点B, C重合). 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).

【答案】答案不唯一, $\angle BAD = \angle CAD$ 或者 $BD = CD$ 或 $AD \perp BC$

【解析】根据等腰三角形三线合一的性质可得, 要使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 则可以填 $\angle BAD = \angle CAD$ 或者 $BD = CD$ 或 $AD \perp BC$ 均可.

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中, $AB = AD, BC = DC, \angle B = 130^\circ$, 则 $\angle D =$ _____°.



【答案】130

【解析】根据全等三角形的判定定理得出 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，根据平行线的性质得出 $\angle D = \angle B$ ，代入求出即可。

证明： \because 在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 中

$$\begin{cases} AD = AB \\ AC = AC \\ CD = CB \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS)，

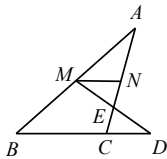
$\therefore \angle D = \angle B$ ，

$\because \angle B = 130^\circ$ ，

$\therefore \angle D = 130^\circ$ ，

故答案为：130.

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，M，N分别是AB和AC的中点，连接MN，点E是CN的中点，连接ME并延长，交BC的延长线于点D，若 $BC = 4$ ，则CD的长为_____.



【答案】2

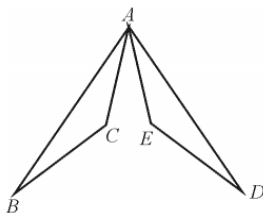
【解析】本题可根据三角形中位线定理，及三角形全等的知识求解。 \because M，N分别是AB和AC

的中点， $\therefore MN = \frac{1}{2} BC = 2$ ， $MN \parallel BC$ 。 $\therefore \angle NME = \angle D$ ， $\because NE = CE$ ， $\angle NEM = \angle CED$ ， $\therefore \triangle NEM \cong \triangle CED$ ， $\therefore CD = MN = 2$.

三. 解答题

1. 如图，已知 $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $\angle BAE = \angle DAC$.

求证： $\angle C = \angle E$.



【解析】根据等式的基本性质，求得 $\angle BAC = \angle DAE$ ，再利用SAS证明三角形全等，最后利用全等三角形的性质即可得证.

证明：∵ $\angle BAE = \angle DAC$ ，∴ $\angle BAE - \angle CAE = \angle DAC - \angle CAE$.

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE.$$

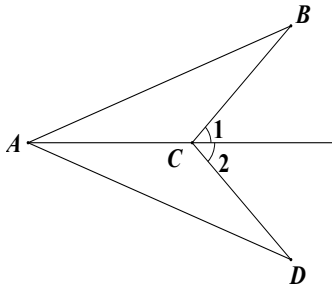
在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE \\ AC = AE \end{cases}, \therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle C = \angle E.$$

【知识点】 全等三角形的判定

2. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle D$ ，求证： $CB = CD$.



【解析】 先根据三角形外角的性质得到 $\angle BAC = \angle DAC$ ，然后根据 AAS 判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 全等，从而根据性质得到 $CB = CD$.

证明：∵ $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle D$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABC$ 中，

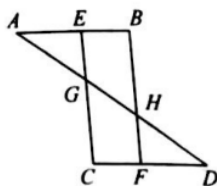
$$\begin{cases} \angle D = \angle B \\ \angle DAC = \angle BAC \\ AC = AC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ACD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CB = CD.$$

【知识点】 三角形全等的判定；三角形外角的性质

3. 如图， $AB \parallel CD$ ，E、F 分别为 AB、CD 上的点，且 $EC \parallel BF$ ，连接 AD，分别与 EC、BF 相交于点 G、H. 若 $AB = CD$ ，求证： $AG = DH$.



【解析】 要证 $AG = DH$ ，需转化为证明 $AH = DG$ 较简单，即证明 $\triangle ABH \cong \triangle DCG$ ，结合两组平行线

利用AAS即可完成证明过程.

证明: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle D$.

$\because EC \parallel BF$,

$\therefore \angle CGD = \angle AHB$.

$\because AB = CD$,

$\therefore \triangle ABH \cong \triangle DCG$

$\therefore AH = DG$.

$\therefore AH - GH = DG - GH$.

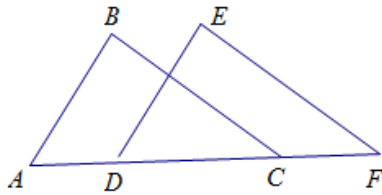
即 $AG = DH$.

【知识点】 全等三角形的判定和性质, 平行线的性质

4. 如图, 点A、D、C、F在同一条直线上, $AD = CF$, $AB = DE$, $BC = EF$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 若 $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 88^\circ$, 求 $\angle F$ 的度数.



【解析】 (1) 利用SSS定理即可证明 \triangle

$ABC \cong \triangle DEF$; (2) 由三角形内角和定理求出 $\angle C$ 的度数, 再利用全等三角形对应角相等可求得 $\angle F$ 的度数.

解: (1) $\because AD = CF$, $\therefore AD + CD = CF + CD$, 即

$$AC = DF, \text{ 则在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEF \text{ 中, } \therefore \begin{cases} AC = DF \\ AB = DE \\ BC = EF \end{cases}, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)};$$

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle A = 55^\circ$, $\angle B = 88^\circ$, 又 $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 37^\circ$, 又 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS), $\therefore \angle F = \angle C = 37^\circ$.

【知识点】 全等三角形的性质和判定; 三角形内角和定理

5. 如图, 点A, F, C, D在一条直线上, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $AF = DC$. 求证: $BC \parallel EF$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/956205152015011013>