

辽宁省营口市开发区第一高级中学 2024 年高考适应性考试数学试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 甲、乙、丙、丁四位同学利用暑假游玩某风景名胜大峡谷，四人各自去景区的百里绝壁、千丈瀑布、原始森林、远古村寨四大景点中的一个，每个景点去一人。已知：①甲不在远古村寨，也不在百里绝壁；②乙不在原始森林，也不在远古村寨；③“丙在远古村寨”是“甲在原始森林”的充分条件；④丁不在百里绝壁，也不在远古村寨。若以上语句都正确，则游玩千丈瀑布景点的同学是（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

2. 盒中有 6 个小球，其中 4 个白球，2 个黑球，从中任取 $i (i=1,2)$ 个球，在取出的球中，黑球放回，白球则涂黑后放回，此时盒中黑球的个数 $X_i (i=1,2)$ ，则()

- A. $P(X_1=3) > P(X_2=3)$, $EX_1 > EX_2$ B. $P(X_1=3) < P(X_2=3)$, $EX_1 > EX_2$
C. $P(X_1=3) > P(X_2=3)$, $EX_1 < EX_2$ D. $P(X_1=3) < P(X_2=3)$, $EX_1 < EX_2$

3. 已知函数 $y = \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \\ -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \end{cases}$ 的图象与直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 恰有四个公共

点 $A(x_1, y_1), B(x_1, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ ，其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ ，则 $(x_4 + 2) \tan x_4 =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$

4. 某校团委对“学生性别与中学生追星是否有关”作了一次调查，利用 2×2 列联表，由计算得 $K^2 \approx 7.218$ ，参照下表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.01	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

得到正确结论是()

- A. 有 99% 以上的把握认为“学生性别与中学生追星无关”
B. 有 99% 以上的把握认为“学生性别与中学生追星有关”

C. 在犯错误的概率不超过 0.5%的前提下, 认为“学生性别与中学生追星无关”

D. 在犯错误的概率不超过 0.5%的前提下, 认为“学生性别与中学生追星有关”

5. 若函数 $f(x) = x^3 - mx^2 + 2x (m \in \mathbf{R})$ 在 $x = 1$ 处有极值, 则 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值为 ()

A. $\frac{14}{27}$

B. 2

C. 1

D. 3

6. 根据最小二乘法由一组样本点 (x_i, y_i) (其中 $i = 1, 2, \dots, 300$), 求得的回归方程是 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 则下列说法正确的是 ()

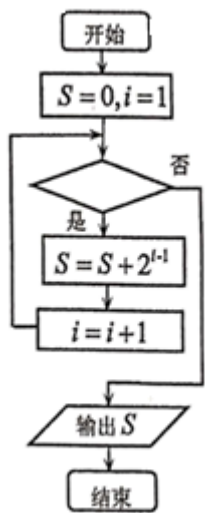
A. 至少有一个样本点落在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上

B. 若所有样本点都在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上, 则变量间的相关系数为 1

C. 对所有的解释变量 x_i ($i = 1, 2, \dots, 300$), $\hat{b}x_i + \hat{a}$ 的值一定与 y_i 有误差

D. 若回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率 $\hat{b} > 0$, 则变量 x 与 y 正相关

7. 执行下面的程序框图, 若输出的 S 的值为 63, 则判断框中可以填入的关于 i 的判断条件是 ()



A. $i \leq 5$

B. $i \leq 6$

C. $i \leq 7$

D. $i \leq 8$

8. 三棱锥 $S-ABC$ 的各个顶点都在球 O 的表面上, 且 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $SA \perp$ 底面 ABC , $SA = 4$, $AB = 6$, 若点 D 在线段 SA 上, 且 $AD = 2SD$, 则过点 D 的平面截球 O 所得截面的最小面积为 ()

A. 3π

B. 4π

C. 8π

D. 13π

9. 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = -f(x)$, 且当 $x \geq 1$ 时, 函数 $f(x) = \sqrt{x-1}$. 若

$a = f\left(\frac{1}{2}\right), b = f\left(-\frac{1}{2}\right), c = f\left(-\frac{1}{3}\right)$, 则 a, b, c 大小关系是 ()

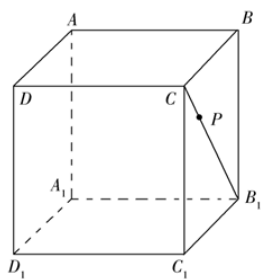
A. $b < c < a$

B. $b < a < c$

C. $c < a < b$

D. $c < b < a$

10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 P 在线段 CB_1 上，且 $B_1P = 2PC$ ，平面 α 经过点 A, P, C_1 ，则正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 被平面 α 截得的截面面积为 ()



- A. $3\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{6}$ C. 5 D. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

11. 下列说法正确的是 ()

A. “若 $a > 1$ ，则 $a^2 > 1$ ”的否命题是“若 $a > 1$ ，则 $a^2 \leq 1$ ”

B. “若 $am^2 < bm^2$ ，则 $a < b$ ”的逆命题为真命题

C. $\exists x_0 \in (0, +\infty)$ ，使 $3^{x_0} > 4^{x_0}$ 成立

D. “若 $\sin \alpha \neq \frac{1}{2}$ ，则 $\alpha \neq \frac{\pi}{6}$ ”是真命题

12. 已知定义在 R 上的函数 $f(x) = 2^{|x-m|} - 1$ (m 为实数) 为偶函数，记 $a = f(\log_{0.5} 3)$ ， $b = f(\log_2 5)$ ， $c = f(2+m)$ 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -6$ ，且 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ ，则 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ _____.

14. 曲线 $y = (x^2 + 1)e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____.

15. 棱长为 a 的正四面体 $ABCD$ 与正三棱锥 $E-BCD$ 的底面重合，若由它们构成的多面体 $ABCDE$ 的顶点均在一球的球面上，则正三棱锥 $E-BCD$ 的内切球半径为_____.

16. 抛物线 $y = \frac{1}{12}x^2$ 的焦点坐标为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x - m| - |x + 2m|$ 的最大值为 3，其中 $m > 0$.

(1) 求实数 m 的值；

(2) 若 $a, b \in R, ab > 0, a^2 + b^2 = m$ 求证： $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{a} \geq 1$.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - \ln(x+m) + m, m \in R$.

(1) 若 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的极值点, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $m \leq 2$ 时, 证明: $f(x) > m$

19. (12 分) 有甲、乙两家外卖公司, 其送餐员的日工资方案如下: 甲公司底薪 80 元, 送餐员每单制成 4 元; 乙公司无底薪, 40 单以内 (含 40 单) 的部分送餐员每单抽成 6 元, 超过 40 单的部分送餐员每单抽成 7 元. 现从这两家公司各随机选取一名送餐员, 分别记录其 50 天的送餐单数, 得到如下频数分布表:

送餐单数	38	39	40	41	42
甲公司天数	10	10	15	10	5
乙公司天数	10	15	10	10	5

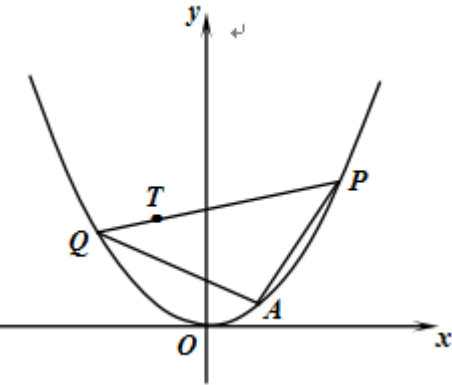
(1) 从记录甲公司的 50 天送餐单数中随机抽取 3 天, 求这 3 天的送餐单数都不小于 40 单的概率;

(2) 假设同一公司的送餐员一天的送餐单数相同, 将频率视为概率, 回答下列两个问题:

①求乙公司送餐员日工资的分布列和数学期望;

②小张打算到甲、乙两家公司中的一家应聘送餐员, 如果仅从日工资的角度考虑, 小张应选择哪家公司应聘? 说明你的理由.

20. (12 分) 已知三点 P, Q, A 在抛物线 $\Gamma: x^2 = 4y$ 上.



(I) 当点 A 的坐标为 $(2, 1)$ 时, 若直线 PQ 过点 $T(-2, 4)$, 求此时直线 AP 与直线 AQ 的斜率之积;

(II) 当 $AP \perp AQ$, 且 $|AP| = |AQ|$ 时, 求 $\triangle APQ$ 面积的最小值.

21. (12 分) 为了响应国家号召, 促进垃圾分类, 某校组织了高三年级学生参与了“垃圾分类, 从我做起”的知识问卷作答随机抽出男女各 20 名同学的问卷进行打分, 作出如图所示的茎叶图, 成绩大于 70 分的为“合格”.

男	女
6 9 3 6 7 9 9	
9 5 1 0 8 0 1 5 6	
9 9 4 4 2 7 3 4 5 7 7 7 8	
8 8 5 1 1 0 6 0 7	
4 3 3 2 5 2 5	

(I) 由以上数据绘制成 2×2 联表，是否有 95%以上的把握认为“性别”与“问卷结果”有关？

	男	女	总计
合格			
不合格			
总计			

(II) 从上述样本中，成绩在 60 分以下（不含 60 分）的男女学生问卷中任意选 2 个，记来自男生的个数为 X ，求 X 的分布列及数学期望.

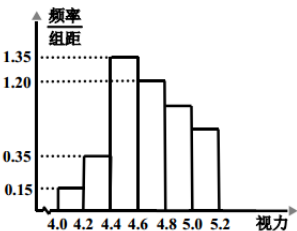
附：

$P(k^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \qquad n = a + b + c + d$$

22.（10 分）眼保健操是一种眼睛的保健体操，主要是通过按摩眼部穴位，调整眼及头部的血液循环，调节肌肉，改善眼的疲劳，达到预防近视等眼部疾病的目的.某学校为了调查推广眼保健操对改善学生视力的效果，在应届高三的全体 800 名学生中随机抽取了 100 名学生进行视力检查，并得到如图的频率分布直方图.

- (1) 若直方图中后三组的频数成等差数列，试估计全年级视力在 5.0 以上的人数；
- (2) 为了研究学生的视力与眼保健操是否有关系，对年级不做眼保健操和坚持做眼保健操的学生进行了调查，得到下表中数据，根据表中的数据，能否在犯错的概率不超过 0.005 的前提下认为视力与眼保健操有关系？
- (3) 在（2）中调查的 100 名学生中，按照分层抽样在不近视的学生中抽取 8 人，进一步调查他们良好的护眼习惯，在这 8 人中任取 2 人，记坚持做眼保健操的学生人数为 X ，求 X 的分布列和数学期望.



是否做操	不做操	做操
是否近视		
近视	44	32
不近视	6	18

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$K^2 \geq k$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据演绎推理进行判断。

【详解】

由①②④可知甲乙丁都不在远古村寨，必有丙同学去了远古村寨，由③可知必有甲去了原始森林，由④可知丁去了千丈瀑布，因此游玩千丈瀑布景点的同学是丁。

故选：D。

【点睛】

本题考查演绎推理，掌握演绎推理的定义是解题基础。

2、C

【解析】

根据古典概型概率计算公式，计算出概率并求得数学期望，由此判断出正确选项。

【详解】

$X_1 = 3$ 表示取出的为一个白球，所以 $P(X_1 = 3) = \frac{C_4^1}{C_6^1} = \frac{2}{3}$ ， $X_1 = 2$ 表示取出一个黑球， $P(X_1 = 2) = \frac{C_2^1}{C_6^1} = \frac{1}{3}$ ，所以

$$E(X_1) = 3 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}.$$

$X_2 = 3$ 表示取出两个球，其中一黑一白， $P(X_2 = 3) = \frac{C_4^1 C_2^1}{C_6^2} = \frac{8}{15}$ ， $X_2 = 2$ 表示取出两个球为黑球，

$P(X_2) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{15}$, $X_2 = 4$ 表示取出两个球为白球, $P(X_2 = 4) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{6}{15}$, 所以

$E(X_2) = 3 \times \frac{8}{15} + 2 \times \frac{1}{15} + 4 \times \frac{6}{15} = \frac{10}{3}$. 所以 $P(X_1 = 3) > P(X_2 = 3)$, $EX_1 < EX_2$.

故选: C

【点睛】

本小题主要考查离散型随机变量分布列和数学期望的计算, 属于中档题.

3、A

【解析】

先将函数解析式化简为 $y = |\cos x|$, 结合题意可求得切点 x_4 及其范围 $x_4 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 根据导数几何意义, 即可求得

$(x_4 + 2) \tan x_4$ 的值.

【详解】

$$\text{函数 } y = \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \\ -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \end{cases}$$

即 $y = |\cos x|$

直线 $y = m(x + 2) (m > 0)$ 与函数 $y = |\cos x|$ 图象恰有四个公共点, 结合图象知直线 $y = m(x + 2) (m > 0)$ 与函数

$y = -\cos x$ 相切于 x_4 , $x_4 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$,

因为 $y' = \sin x$,

故 $k = \sin x_4 = \frac{-\cos x_4}{x_4 + 2}$,

所以 $(x_4 + 2) \tan x_4 = (x_4 + 2) \times \frac{\sin x_4}{\cos x_4} = (x_4 + 2) \times \frac{-1}{(x_4 + 2)} = -1$.

故选: A.

【点睛】

本题考查了三角函数的图像与性质的综合应用, 由交点及导数的几何意义求函数值, 属于难题.

4、B

【解析】

通过 $K^2 \approx 7.218$ 与表中的数据 6.635 的比较, 可以得出正确的选项.

【详解】

解: $K^2 \approx 7.218 > 6.635$, 可得有 99% 以上的把握认为“学生性别与中学生追星有关”, 故选 B.

【点睛】

本题考查了独立性检验的应用问题, 属于基础题.

5、B

【解析】

根据极值点处的导数为零先求出 m 的值, 然后再按照求函数在连续的闭区间上最值的求法计算即可.

【详解】

解: 由已知得 $f'(x) = 3x^2 - 2mx + 2$, $\therefore f'(1) = 3 - 2m + 2 = 0$, $\therefore m = \frac{5}{2}$, 经检验满足题意.

$$\therefore f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x, \quad f'(x) = 3x^2 - 5x + 2.$$

由 $f'(x) < 0$ 得 $\frac{2}{3} < x < 1$; 由 $f'(x) > 0$ 得 $x < \frac{2}{3}$ 或 $x > 1$.

所以函数 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{2}{3}\right]$ 上递增, 在 $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ 上递减, 在 $[1, 2]$ 上递增.

$$\text{则 } f(x)_{\text{极大值}} = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{14}{27}, \quad f(2) = 2,$$

由于 $f(2) > f(x)_{\text{极大值}}$, 所以 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值为 2.

故选: B.

【点睛】

本题考查了导数极值的性质以及利用导数求函数在连续的闭区间上的最值问题的基本思路, 属于中档题.

6、D

【解析】

对每一个选项逐一分析判断得解.

【详解】

回归直线必过样本数据中心点, 但样本点可能全部不在回归直线上, 故 A 错误;

所有样本点都在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上, 则变量间的相关系数为 ± 1 , 故 B 错误;

若所有的样本点都在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上, 则 $\hat{b}x + \hat{a}$ 的值与 y_i 相等, 故 C 错误;

相关系数 r 与 $\hat{b}$ 符号相同, 若回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率 $\hat{b} > 0$, 则 $r > 0$, 样本点分布应从左到右是上升的, 则变量 x

与 y 正相关，故 **D** 正确。

故选 D.

【点睛】

本题主要考查线性回归方程的性质，意在考查学生对该知识的理解掌握水平和分析推理能力.

7、B

【解析】

根据程序框图，逐步执行，直到 S 的值为 63，结束循环，即可得出判断条件.

【详解】

执行框图如下：

初始值： $S = 0, i = 1$ ，

第一步： $S = 0 + 1 = 1, i = 1 + 1 = 2$ ，此时不能输出，继续循环；

第二步： $S = 1 + 2 = 3, i = 2 + 1 = 3$ ，此时不能输出，继续循环；

第三步： $S = 3 + 4 = 7, i = 3 + 1 = 4$ ，此时不能输出，继续循环；

第四步： $S = 7 + 8 = 15, i = 4 + 1 = 5$ ，此时不能输出，继续循环；

第五步： $S = 15 + 16 = 31, i = 5 + 1 = 6$ ，此时不能输出，继续循环；

第六步： $S = 31 + 32 = 63, i = 6 + 1 = 7$ ，此时要输出，结束循环；

故，判断条件为 $i \leq 6$.

故选 B

【点睛】

本题主要考查完善程序框图，只需逐步执行框图，结合输出结果，即可确定判断条件，属于常考题型.

8、A

【解析】

由题意画出图形，求出三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的半径，再求出外接球球心到 D 的距离，利用勾股定理求得过点 D 的平面截球 O 所得截面圆的最小半径，则答案可求.

【详解】

如图，设三角形 ABC 外接圆的圆心为 G ，则外接圆半径 $AG = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，

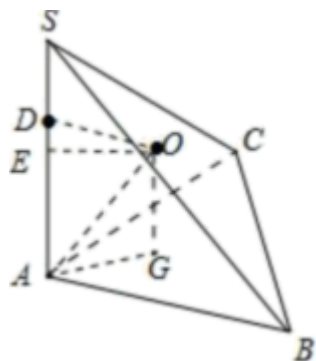
设三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的球心为 O ，则外接球的半径 $R = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$

取 SA 中点 E ，由 $SA = 4$ ， $AD = 3SD$ ，得 $DE = 1$ ，

所以 $OD = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{13}$.

则过点 D 的平面截球 O 所得截面圆的最小半径为 $\sqrt{4^2 - (\sqrt{13})^2} = \sqrt{3}$

所以过点 D 的平面截球 O 所得截面的最小面积为 $\pi \cdot (\sqrt{3})^2 = 3\pi$



故选：A

【点睛】

本题考查三棱锥的外接球问题，还考查了求截面的最小面积，属于较难题.

9、A

【解析】

由已知可得 $[1, +\infty)$ 的单调性，再由 $f(2-x) = -f(x)$ 可得 $f(x)$ 对称性，可求出 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 单调性，即可求出结论.

【详解】

对于任意 $x \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = -f(x)$ ，

因为函数 $f(x)$ 关于点 $(1, 0)$ 对称，

当 $x \geq 1$ 时， $f(x) = \sqrt{x-1}$ 是单调增函数，

所以 $f(x)$ 在定义域 R 上是单调增函数.

因为 $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ，所以 $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(-\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$ ，

$b < c < a$.

故选:A.

【点睛】

本题考查利用函数性质比较函数值的大小，解题的关键要掌握函数对称性的代数形式，属于中档题..

10、B

【解析】

先根据平面的基本性质确定平面，然后利用面面平行的性质定理，得到截面的形状再求解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/956213213005010142>