

资阳市重点中学 2023 届高三下学期质量调研（二模）数学试题试卷

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

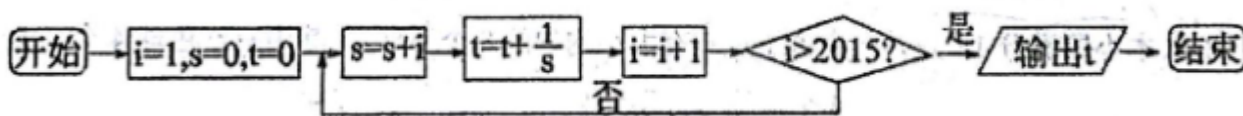
1. 下列函数中，在定义域上单调递增，且值域为 $[0, +\infty)$ 的是（ ）

- A. $y = |\lg(x+1)|$ B. $y = x^{\frac{1}{2}}$ C. $y = 2^x$ D. $y = \ln|x|$

2. 已知平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF$, $AB \perp AD, CD \perp AD$, 且 $AB = 3, AD = CD = 6, ADEF$ 是正方形，在正方形 $ADEF$ 内部有一点 M , 满足 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，则点 M 的轨迹长度为（ ）

- A. $\frac{4}{3}$ B. 16 C. $\frac{4}{3}\pi$ D. 8π

3. 执行如图所示的程序框图，则输出的结果为（ ）



- A. $\frac{4032}{2017}$ B. $\frac{2015}{2016}$ C. $\frac{2016}{2017}$ D. $\frac{2015}{1008}$

4. 已知函数 $f(x) = (\ln ax - 1)(x^2 + ax - 4)$, 若 $x > 0$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的值为（ ）

- A. $2e$ B. $4e$ C. $\frac{e}{\sqrt{e-2}}$ D. $\frac{e}{\sqrt{4-e}}$

5. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $y = f(x-1)$ 的图象关于 $x=1$ 对称, 若实数 a 满足

$f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right) < f(-2)$, 则 a 的取值范围是（ ）

- A. $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ B. $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$ C. $\left(\frac{1}{4}, 4\right)$ D. $(4, +\infty)$

6. 我国古代数学名著《九章算术》有一问题：“今有鳖臑(*biē nàò*), 下广五尺, 无袤; 上袤四尺, 无广; 高七尺. 问积几何?”该几何体的三视图如图所示, 则此几何体外接球的表面积为()

- A. $\sqrt{10}$ B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. 2

12. 函数 $f(x) = x^3 - x^2 + x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 l , 则 l 在 y 轴上的截距为 ()

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 齐王与田忌赛马, 田忌的上等马优于齐王的中等马, 劣于齐王的上等马, 田忌的中等马优于齐王的下等马, 劣于齐王的中等马, 田忌的下等马劣于齐王的下等马. 现从双方的马匹中随机选一匹进行一场比赛, 则田忌的马获胜的概率为_____.

14. 已知一个四面体 $ABCD$ 的每个顶点都在表面积为 9π 的球 O 的表面上, 且 $AB = CD = a$,

$AC = AD = BC = BD = \sqrt{5}$, 则 $a =$ _____.

15. 已知 P 为椭圆 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的一个动点, $A(-2, 1)$, $B(2, -1)$, 设直线 AP 和 BP 分别与直线 $x = 4$ 交于 M , N

两点, 若 $\triangle ABP$ 与 $\triangle MNP$ 的面积相等, 则线段 OP 的长为_____.

16. 已知向量 $\vec{a} = (2, m)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 m 的值是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

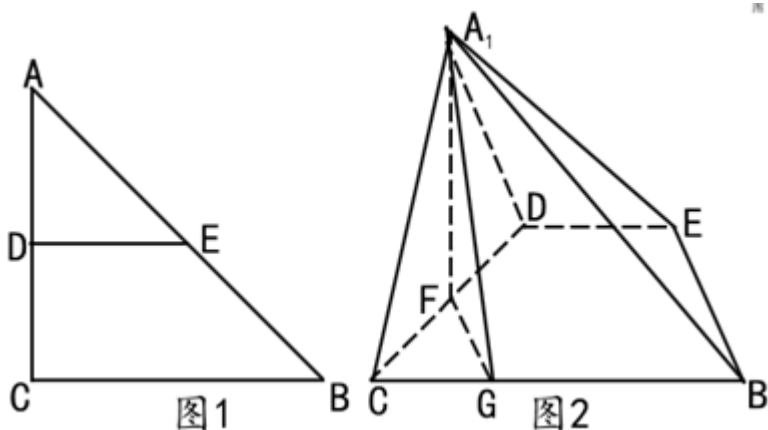
17. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若对任意的 $m \in \mathbf{R}$, 当 $x > 0$ 时, 都有 $m^2 \left(2f(x) + \frac{1}{x} \right) > 2\sqrt{2km} - 1$ 恒成立, 求最大的整数 k .

(参考数据: $e^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 1.78$)

18. (12 分) 如图 1, 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D , E 分别为 AC , AB 的中点, F 为 CD 的中点, G 在线段 BC 上, 且 $BG = 3CG$. 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使点 A 到 A_1 的位置 (如图 2 所示), 且 $A_1F \perp CD$.



(1) 证明: $BE //$ 平面 A_1FG ;

(2) 求平面 A_1FG 与平面 A_1BE 所成锐二面角的余弦值

19. (12分) “绿水青山就是金山银山”, 为推广生态环境保护意识, 高二一班组织了环境保护兴趣小组, 分为两组, 讨论学习. 甲组一共有4人, 其中男生3人, 女生1人, 乙组一共有5人, 其中男生2人, 女生3人, 现要从这9人的两个兴趣小组中抽出4人参加学校的环保知识竞赛.

(1) 设事件 A 为“选出的这4个人中要求两个男生两个女生, 而且这两个男生必须来自不同的组”, 求事件 A 发生的概率;

(2) 用 X 表示抽取的4人中乙组女生的人数, 求随机变量 X 的分布列和期望

20. (12分) 已知函数 $f(x) = x^2 - (a+2)x + a \ln x$ (a 为实常数).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的单调性;

(2) 若存在 $x \in [1, e]$, 使得 $f(x) \leq 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分) 设函数 $f(x) = |x+a| + |x-1|$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 4$ 的解集;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x) \geq 2$, 求实数 a 的取值范围.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{1}{2x} - ax^2 + x$ ($a \geq 0$).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值点的个数;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} > \frac{3}{4} - \ln 2$.

参考答案

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

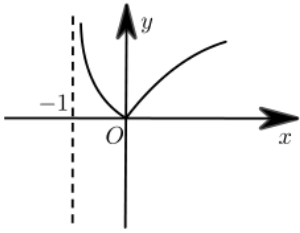
1. B

【解析】

分别作出各个选项中的函数的图象, 根据图象观察可得结果.

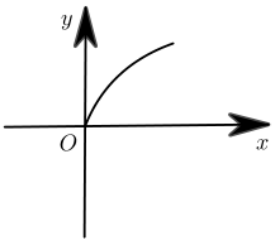
【详解】

对于 A ， $y = |\lg(x+1)|$ 图象如下图所示：



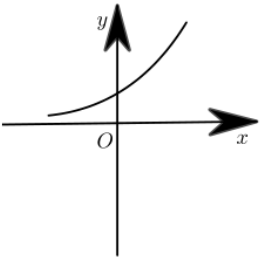
则函数 $y = |\lg(x+1)|$ 在定义域上不单调， A 错误；

对于 B ， $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ 的图象如下图所示：



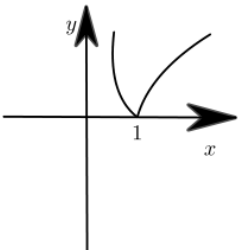
则 $y = \sqrt{x}$ 在定义域上单调递增，且值域为 $[0, +\infty)$ ， B 正确；

对于 C ， $y = 2^x$ 的图象如下图所示：



则函数 $y = 2^x$ 单调递增，但值域为 $(0, +\infty)$ ， C 错误；

对于 D ， $y = \ln|x|$ 的图象如下图所示：



则函数 $y = \ln|x|$ 在定义域上不单调， D 错误。

故选： B 。

【点睛】

本题考查函数单调性和值域的判断问题，属于基础题.

2. C

【解析】

根据 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，判断出 $MD = 2AM$ ，建立平面直角坐标系，求得 M 点的轨迹方程，由此求得点 M 的轨迹长度.

【详解】

由于平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF$ ，且交线为 AD ， $AB \perp AD, CD \perp AD$ ，所以 $AB \perp$ 平面 $ADEF$ ， $CD \perp$ 平面 $ADEF$. 所以 $\angle BMA$ 和 $\angle CMD$ 分别是直线 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角，所以 $\angle BMA = \angle CMD$ ，所以

$\tan \angle BMA = \tan \angle CMD$ ，即 $\frac{AB}{AM} = \frac{CD}{MD}$ ，所以 $MD = 2AM$. 以 A 为原点建立平面直角坐标系如下图所示，则

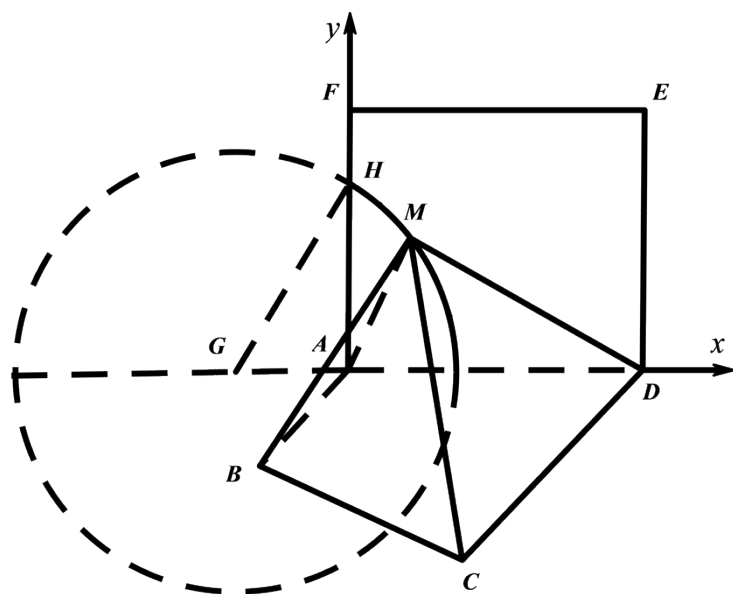
$A(0,0)$ ， $D(6,0)$ ，设 $M(x,y)$ (点 M 在第一象限内)，由 $MD = 2AM$ 得 $MD^2 = 4AM^2$ ，即

$(x-6)^2 + y^2 = 4(x^2 + y^2)$ ，化简得 $(x+2)^2 + y^2 = 4^2$ ，由于点 M 在第一象限内，所以 M 点的轨迹是以 $G(-2,0)$ 为

圆心，半径为 4 的圆在第一象限的部分. 令 $x=0$ 代入原的方程，解得 $y = \pm 2\sqrt{3}$ ，故 $H(0, 2\sqrt{3})$ ，由于 $GA=2$ ，所以

$\angle HGA = \frac{\pi}{3}$ ，所以点 M 的轨迹长度为 $\frac{\pi}{3} \times 4 = \frac{4\pi}{3}$.

故选: C



【点睛】

本小题主要考查线面角的概念和运用，考查动点轨迹方程的求法，考查空间想象能力和逻辑推理能力，考查数形结合的数学思想方法，属于难题.

3. D

【解析】

循环依次为 $s=1, t=1, i=2; s=3, t=1+\frac{1}{3}, i=3; s=6, t=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}, i=4; \dots$

直至 $t=1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\dots+\frac{1}{1+2+\dots+2015}, i=2016$; 结束循环, 输出

$$t=1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\dots+\frac{1}{1+2+\dots+2015}=2\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}\right)$$
$$=2\left(1-\frac{1}{2016}\right)=\frac{2015}{1008}, \text{ 选 D.}$$

点睛: 算法与流程图的考查, 侧重于对流程图循环结构的考查. 先明晰算法及流程图的相关概念, 包括选择结构、循环结构、伪代码, 其次要重视循环起点条件、循环次数、循环终止条件, 更要通过循环规律, 明确流程图研究的数学问题, 是求和还是求项.

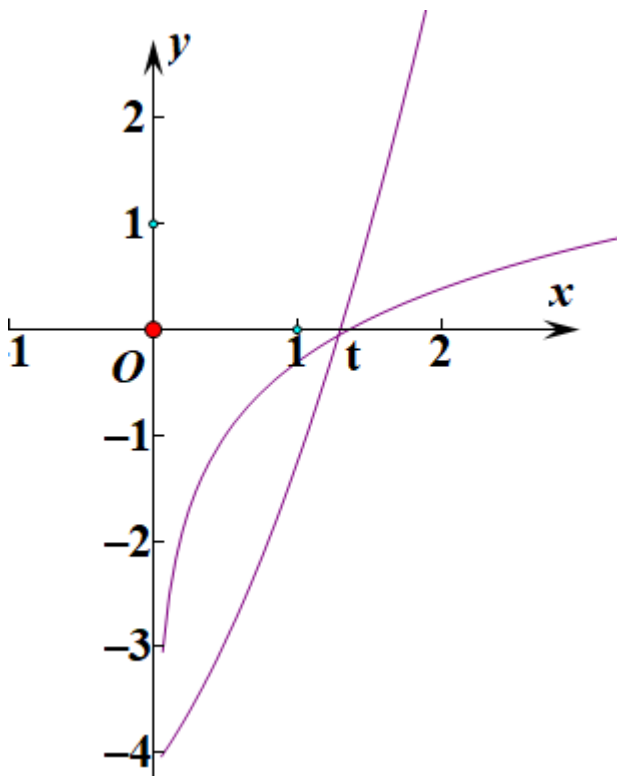
4. D

【解析】

通过分析函数 $y=\ln ax-1(x>0)$ 与 $y=x^2+ax-4(x>0)$ 的图象, 得到两函数必须有相同的零点 t , 解方程组

$$\begin{cases} \ln at-1=0 \\ a^2+at-4=0 \end{cases} \text{ 即得解.}$$

【详解】



如图所示, 函数 $y=\ln ax-1(x>0)$ 与 $y=x^2+ax-4(x>0)$ 的图象,

因为 $x>0$ 时, $f(x)\geq 0$ 恒成立,

于是两函数必须有相同的零点 t ,

$$\text{所以 } \begin{cases} \ln at - 1 = 0 \\ a^2 + at - 4 = 0 \end{cases}$$

$$at = 4 - t^2 = e,$$

$$\text{解得 } a = \frac{e}{\sqrt{4-e}}.$$

故选: D

【点睛】

本题主要考查函数的图象的综合应用和函数的零点问题, 考查不等式的恒成立问题, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

5. C

【解析】

根据题意, 由函数的图象变换分析可得函数 $y = f(x)$ 为偶函数, 又由函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 分析可得 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right) < f(-2) \Rightarrow f(|\log_2 a|) < f(2) \Rightarrow |\log_2 a| < 2$, 解可得 a 的取值范围, 即可得答案.

【详解】

将函数 $y = f(x-1)$ 的图象向左平移 1 个单位长度可得函数 $y = f(x)$ 的图象,

由于函数 $y = f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则函数 $y = f(x)$ 的图象关于 y 轴对称,

即函数 $y = f(x)$ 为偶函数, 由 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right) < f(-2)$, 得 $f(|\log_2 a|) < f(2)$,

Q 函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $|\log_2 a| < 2$, 得 $-2 < \log_2 a < 2$, 解得 $\frac{1}{4} < a < 4$.

因此, 实数 a 的取值范围是 $\left(\frac{1}{4}, 4\right)$.

故选: C.

【点睛】

本题考查利用函数的单调性与奇偶性解不等式, 注意分析函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 属于中等题.

6. A

【解析】

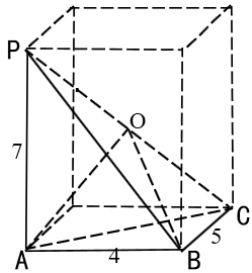
根据三视图得出原几何体的立体图是一个三棱锥, 将三棱锥补充成一个长方体, 此长方体的外接球就是该三棱锥的外接球, 由球的表面积公式计算可得选项.

【详解】

由三视图可得，该几何体是一个如图所示的三棱锥 $P-ABC$ ， O 为三棱锥外接球的球心，此三棱锥的外接球也是此三棱锥所在的长方体的外接球，所以 O 为 PC 的中点，设球半径为 R ，则

$$R^2 = \left(\frac{1}{2}PC\right)^2 = \frac{1}{4}(AB^2 + BC^2 + PA^2) = \frac{1}{4}(4^2 + 5^2 + 7^2) = \frac{45}{2}, \text{所以外接球的表面积 } S = 4\pi R^2 = 4\pi \times \frac{45}{2} = 90\pi,$$

故选：A.



【点睛】

本题考查求几何体的外接球的表面积，关键在于由几何体的三视图得出几何体的立体图，找出外接球的球心位置和半径，属于中档题.

7. B

【解析】

化简复数为 $a+bi$ 的形式，然后判断复数的对应点所在象限，即可求得答案.

【详解】

$$\begin{aligned} \text{Q } \frac{1+i}{(1-i)^2} &= \frac{1+i}{-2i} = \frac{(1+i)i}{-2i \cdot i} \\ &= \frac{-1+i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \end{aligned}$$

\therefore 对应的点的坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 在第二象限

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，属于基础题.

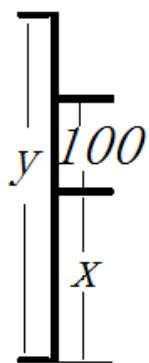
8. B

【解析】

根据题意，画出几何关系，结合各线段比例可先求得第一展望台和第二展望台的距离，进而由比例即可求得该塔的实际高度.

【详解】

设第一展望台到塔底的高度为 x 米，塔的实际高度为 y 米，几何关系如下图所示：



由题意可得 $\frac{100+x}{x} = \sqrt{2}$ ，解得 $x = 100(\sqrt{2}+1)$ ；

且满足 $\frac{y}{x+100} = \sqrt{2}$ ，

故解得塔高 $y = (x+100)\sqrt{2} = 200(\sqrt{2}+1) \approx 480$ 米，即塔高约为 480 米。

故选：B

【点睛】

本题考查了对中国文化的理解与简单应用，属于基础题。

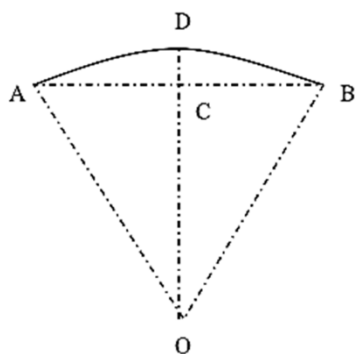
9. B

【解析】

$\overset{\frown}{AB}$ 为弯管， AB 为 6 个座位的宽度，利用勾股定理求出弧 AB 所在圆的半径为 r ，从而可得弧所对的圆心角，再利用弧长公式即可求解。

【详解】

如图所示， $\overset{\frown}{AB}$ 为弯管， AB 为 6 个座位的宽度，



则 $AB = 6 \times 43 = 258cm$

$CD = 15cm$

设弧 AB 所在圆的半径为 r ，则

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/957111051113010001>