高二第二学期期末试卷

数学

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 设集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid x=4k+3,k\in Z\}$，则集合 $A\cap B=$（　　）

A. $\{-1\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\{-1,1\}$　　D. $\varnothing$

2. 已知复数 z 的共轭复数是 $1+\mathrm{i}$，则复数 $\dfrac{z}{2-\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点在（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量 $\vec{a}=(3,\sin\theta)$，$\vec{b}=(5,1)$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $\cos 2\theta=$（　　）

A. $\dfrac{7}{25}$　　B. $-\dfrac{7}{25}$　　C. $\dfrac{24}{25}$　　D. $-\dfrac{24}{25}$

4. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的左右焦点依次为 F_1，F_2，且 $|F_1F_2|=10$，若点 P 在双曲线的右支上，则 $|PF_1|-|PF_2|=$（　　）

A. -6　　B. 6　　C. 8　　D. 10

5. 设 $(2-mx)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5$，若 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$，则 $a_3=$（　　）

A. 80　　B. 40　　C. -40　　D. -80

6. “一尺之锤，日取其半，万世不竭”语出《庄子·天下》，意思是一尺长的棍棒，每日截取它的一半，永远截不完（一尺约等于 33.33 厘米）.若剩余的棍棒长度小于 0.33 厘米，则需要截取的最少次数为（　　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

7. 已知直线 $l:y=k(x+1)$ 与 $\odot C:(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A 、B 两点，则“$k=\pm1$”是“$\triangle ABC$ 的面积取得最大值”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 设 $\max\{a,b\}$ 表示 a 与 b 的最大值，若 x，y 都是正数，$z=\max\left\{x+y,\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}\right\}$，则 z 的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. 3　　C. 8　　D. 9

9. 将 $f(x)=\cos 3x$ 的图象向左平移 $\varphi\left(0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 个单位后得到 $g(x)$ 的图象，当 $|f(s)-g(t)|=2$ 时，

$\left|s-t\right|_{\min}=\dfrac{\pi}{4}$，则 $\varphi=$（）

A. $\dfrac{\pi}{12}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

10. 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的中心为 O，将其沿对角线 AC 折成直二面角.设 E 为 AD 的中点，F 为 BC 的中点，将 $\triangle EOF$ 绕直线 EF 旋转一周得到一个旋转体，则该旋转体的内切球的表面积为（　　）

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{3\pi}{4}$　　C. π　　D. $\dfrac{3\pi}{2}$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 某次社会实践活动中，甲、乙两个班的同学共同在一个社区进行民意调查，参加活动的甲、乙两班的人数之比为 2：3，其中甲班的女生占 $\dfrac{3}{5}$，乙班中女生占 $\dfrac{2}{5}$.则该社区居民遇到一位进行民意调查的同学恰好是女生的概率为____________.

12. 设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\lg\left(x+a\right),x\ge 0\\ -\dfrac{1}{x},x<0\end{cases}$，若 $f\left(x\right)$ 的最小值为 0，则 a 的值为______.

13. 已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=-9$，$na_{n+1}-\left(n+1\right)a_n=2n\left(n+1\right)$，设 $b_n=\dfrac{a_n}{n}$，则 $b_n=$____________；a_n 的最小值为____________.

14. 已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F，过 F 的直线 l 交抛物线于 A、B 两点，若 $\left|AF\right|=4\left|BF\right|$，则 $\left|AF\right|=$____________.

15. 平面曲线的曲率就是针对曲线上某个点的切线方向角弧长的转动率，表明曲线偏离直线的程度.曲率半径主要是用来描述曲线上某处曲线弯曲变化的程度.如：圆越小，曲率越大，圆越大，曲率越小.定义函数 $y=f\left(x\right)$ 的曲率函数 $k(x)=\dfrac{|y''|}{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}}$（其中 y' 是 $f\left(x\right)$ 的导数，y'' 是 y' 的导数），函数 $y=f\left(x\right)$ 在 $x=t$ 处的曲率半径为此处曲率 $k\left(t\right)$ 的倒数，给出下列四个结论：

①函数 $y=\cos x$ 在无数个点处的曲率为 1；

②函数 $y=\sqrt{4-x^2}\left(-2<x<2\right)$ 的曲率恒为 $\dfrac{1}{2}$；

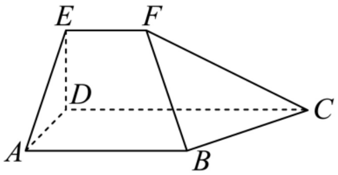
③函数 $y=\mathrm{e}^x$ 的曲率半径随着 x 变大而变大；

④若函数 $y=\ln x$ 在 $x=t_1$ 与 $x=t_2$（$t_1\ne t_2$）处的曲率半径相同，则 $t_1t_2<\dfrac{1}{2}$.

其中，所有正确结论的序号是____________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. 在五面体 $ABCDEF$ 中，$CD\perp$ 平面 ADE，$EF\perp$ 平面 ADE.



（1）求证：$AB//CD$；

（2）若 $AB=\sqrt{2}AE=2AD=2DE=2EF=\dfrac{2}{3}CD$，求直线 AE 与平面 BCF 所成角的正弦值.

17. 已知函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x\cos\varphi+\left(2\cos^{2}\dfrac{\omega x}{2}-1\right)\sin\varphi$，其中 $\omega>0$，$0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$，若 $f\left(x\right)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递减，且 $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使函数 $f\left(x\right)$ 存在.

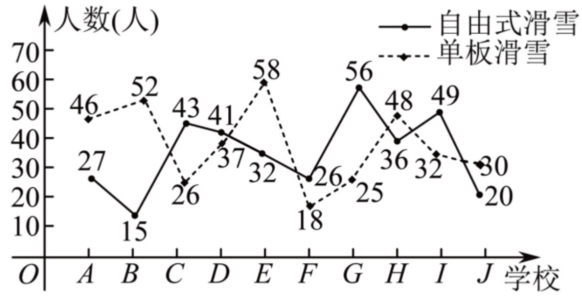
（1）求 ω，φ 的值；

（2）当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时，函数 $y=2f\left(x\right)-b$ 恰有一个零点，求 b 的取值范围.

条件①：$f\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=-1$；条件②：$f\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=0$；条件③：$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=f\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得 0 分；如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. 为了调研某地区学生在“自由式滑雪”和“单板滑雪”两项活动的参与情况，在该地区随机选取了 10 所学校进行研究，得到如下数据：



（1）从这 10 所学校中随机选取 1 所，已知这所学校参与“自由式滑雪”人数超过 40 人，求该校参与“单板滑雪”超过 30 人的概率；

（2）已知参与“自由式滑雪”人数超过 40 人的学校评定为“基地学校”.现在从这 10 所学校中随机选取 2 所，设“基地学校”的个数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（3）现在有一个“单板滑雪”集训营，对“滑行、转弯、停止”这 3 个动作技巧进行集训，并专门对这 3 个动作进行了多轮测试.规定：在一轮测试中，这 3 个动作中至少有 2 个动作达到“优秀”，则该轮测试记为“优秀”.在此集训测试中，李华同学 3 个动作中每个动作达到“优秀”的概率均为 $\dfrac{3}{5}$，每个动作互不影响，每轮测试也互不影响.如果李华同学在集训测试中想获得“优秀”的次数的均值达到 5 次，那么至少要进行多少轮测试？（结果不要求证明）

19. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右焦点$F$坐标为$\left(1,0\right)$，两个焦点与短轴一个端点构成等边三角形.

（1）求椭圆C的方程和离心率；

（2）若过点F与点$M\left(4,m\right)\left(m\neq 0\right)$的直线$l$交椭圆于A，$B$两点，过点$M$且与直线$OA$平行的直线交$x$轴于点$N$，直线$MN$与直线$OB$于点$P$，求$\frac{|MP|}{|PN|}$的值.

20. 已知函数$f\left(x\right)=\frac{\ln\left(ax\right)}{x}-ax+1$，其中$a>0$.

（1）若$f\left(x\right)$在$x=1$处取得极值，求$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）若对于任意$x>0$，都有$f\left(x\right)\leq 0$，求a的值.

21. 已知$A:a_1,a_2,\cdots,a_n\left(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*\right)$为有穷实数数列.对于实数$x$，若A中存在$a_i,a_{i+1},a_{i+2},\cdots,a_{i+j}\left(i\in\mathbf{N}^*,j\in\mathbf{N}\right)$，使得$a_i+a_{i+1}+a_{i+2}+\cdots+a_{i+j}=x$，则称$x$为$A-$连续可表数，将所有$A-$连续可表数构成的集合记作$S\left(A\right)$.

（1）设数列$A:2,4,4$，写出$S\left(A\right)$，并写出一个与A不同的数列B使得$S\left(A\right)=S\left(B\right)$；

（2）求所有的整数m，使得存在数列A满足$S\left(A\right)=\left\{m,m+1,m+2,m+3\right\}$；

（3）设数列$A:a_1,a_2,\cdots,a_n$与数列$B:b_1,b_2,\cdots,b_n$满足$0<a_1\leq a_2\leq\cdots\leq a_n$，$0<b_1\leq b_2\leq\cdots\leq b_n$，$a_2>b_2$，$S\left(A\right)=S\left(B\right)$.证明：$a_n=2a_1$.

高二第二学期期末试卷

数学

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 设集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid x=4k+3,k\in \mathrm{Z}\}$，则集合 $A\cap B=$（　　）

A. $\{-1\}$　　　B. $\{1\}$　　　C. $\{-1,1\}$　　　D. $\varnothing$

【答案】A

【分析】根据给定条件，利用交集的定义直接求解即得.

【详解】集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid x=4k+3,k\in \mathrm{Z}\}$，所以 $A\cap B=\{-1\}$.

故选：A

2. 已知复数 z 的共轭复数是 $1+\mathrm{i}$，则复数 $\dfrac{z}{2-\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点在（　　）

A. 第一象限　　　B. 第二象限　　　C. 第三象限　　　D. 第四象限

【答案】D

【分析】根据给定条件，求出复数 z，再利用复数除法运算计算即得.

【详解】由复数 z 的共轭复数是 $1+\mathrm{i}$，得 $z=1-\mathrm{i}$，

则 $\dfrac{z}{2-\mathrm{i}}=\dfrac{(1-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}=\dfrac{3-\mathrm{i}}{5}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}\mathrm{i}$，

所以复数 $\dfrac{z}{2-\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点 $(\dfrac{3}{5},-\dfrac{1}{5})$ 在第四象限.

故选：D

3. 已知向量 $\vec{a}=(3,\sin\theta)$，$\vec{b}=(5,1)$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $\cos 2\theta=$（　　）

A. $\dfrac{7}{25}$　　　B. $-\dfrac{7}{25}$　　　C. $\dfrac{24}{25}$　　　D. $-\dfrac{24}{25}$

【答案】A

【分析】直接利用向量的坐标运算和三角函数的倍角公式求出结果.

【详解】已知向量 $\vec{a}=(3,\sin\theta)$，$\vec{b}=(5,1)$，由 $\vec{a}//\vec{b}$，

则 $3\times 1=5\sin\theta$，即 $\sin\theta=\dfrac{3}{5}$，

又 $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\times\left(\dfrac{3}{5}\right)^2=\dfrac{7}{25}$，

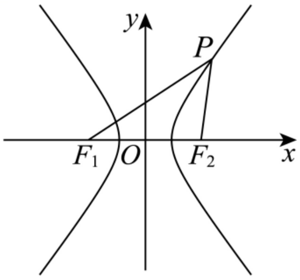
故选：A.

4. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{16}=1$的左右焦点依次为$F_1$，$F_2$，且$\left|F_1F_2\right|=10$，若点$P$在双曲线的右支上，则$\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|=$（　　）

A. -6　　　　B. 6　　　　C. 8　　　　D. 10

【答案】B

【分析】根据题意，得$b=4$，$c=5$，求出$a^2=9$，根据双曲线的定义即可求出$\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|$的值.

【详解】

由题意知，$b=4$，$2c=10$，

$\therefore a^2=c^2-b^2=5^2-4^2=9$，

$\therefore$双曲线$C:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$，

$\because$点P在双曲线的右支上，

$\therefore$由双曲线的定义得，$\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|=6$，

故选：B.

5. 设$\left(2-mx\right)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5$，若$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$，则$a_3=$（　　）

A. 80　　　　B. 40　　　　C. -40　　　　D. -80

【答案】C

【分析】令$x=1$,求出$m=1$，结合a_3为x^3的系数，求出x^3这一项即可求出a_3.

【详解】令$x=1$，则可得$\left(2-m\right)^5=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$，

又$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$，则$m=1$，

又a_3为x^3的系数，且$\mathrm{C}_5^3 2^2\left(-x\right)^3=-40x^3$，

因此$a_3=-40$.

故选：C.

6. “一尺之锤，日取其半，万世不竭”语出《庄子·天下》，意思是一尺长的棍棒，每日截取它的一半，永远截不完（一尺约等于33.33厘米）.若剩余的棍棒长度小于0.33厘米，则需要截取的最少次数为（　　）

A. 5　　　　B. 6　　　　C. 7　　　　D. 8

【答案】C

【分析】由题可知截取第 n 次后，剩余的棍棒长为 $\frac{1}{2^n}$ 尺，然后列不等式可求出 n 的值.

【详解】由题意可知第一次剩余的棍棒长度为$\frac{1}{2}$尺，

则第 n 次剩余的棍棒长为 $\frac{1}{2^n}$ 尺，

由 $\frac{33.33}{2^n}<0.33$，解得 $n\geq 7$，

所以当剩余的棍棒长度小于 1 厘米时,需要截取的最少次数为 7.

故选: C.

7. 已知直线 $l: y=k(x+1)$ 与 $\odot C:(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A 、B 两点，则“$k=\pm 1$”是“$\triangle ABC$ 的面积取得最大值”的（　　）

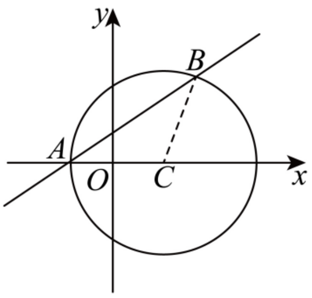
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【分析】利用三角形的面积公式可得，当 $\angle ACB=90^{\circ}$ 时，$\triangle ABC$ 的面积取得最大值，利用等面积求出圆心 C 到直线 l 的距离，

再由点到直线的距离公式求出 k 的值，最后结合充要条件的定义进行判断即可.

【详解】



由 $\odot C:(x-1)^2+y^2=4$，可得圆心 $C(1,0)$，半径 $r=2$，

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|CA|\cdot|CB|\sin\angle ACB\leq\frac{1}{2}|CA|^2=\frac{1}{2}r^2=2$，

当且仅当 $\angle ACB=90^{\circ}$ 时，等号成立，

此时 $|AB|=\sqrt{|CA|^2+|CB|^2}=2\sqrt{2}$，

由等面积可得点 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|CA|\cdot|CB|}{|AB|}=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

又点 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|k-0+k|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$，

解得，$k=\pm 1$，

因此“$k=\pm 1$”是“$\triangle ABC$ 的面积取得最大值”的充分必要条件.

故选：C.

8. 设$\max\left\{a,b\right\}$表示a与b的最大值，若x，y都是正数，$z=\max\left\{x+y,\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}\right\}$，则$z$的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. 3　　C. 8　　D. 9

【答案】B

【分析】根据给定条件，利用不等式的性质，结合基本不等式的"1"的妙用求出最小值.

【详解】由$z=\max\{x+y,\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}\}$，得$z\ge x+y,z\ge \dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}$，

于是$z^2\ge (x+y)(\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y})=5+\dfrac{y}{x}+\dfrac{4x}{y}\ge 5+2\sqrt{\dfrac{y}{x}\cdot\dfrac{4x}{y}}=9$，当且仅当$\dfrac{y}{x}=\dfrac{4x}{y}$，即$y=2x=2$时取等号，

所以z的最小值为3.

故选：B

9. 将$f\left(x\right)=\cos 3x$的图象向左平移$\varphi\left(0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$个单位后得到$g\left(x\right)$的图象，当$\left|f\left(s\right)-g\left(t\right)\right|=2$时，

$\left|s-t\right|_{\min}=\dfrac{\pi}{4}$，则$\varphi=$（）

A. $\dfrac{\pi}{12}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

【答案】A

【分析】现根据平移得到$g\left(x\right)$的表达式，再由$\left|f\left(s\right)-g\left(t\right)\right|=2$，$\left|s-t\right|_{\min}=\dfrac{\pi}{4}$可知$f(x),g\left(x\right)$在$s,t$处，一个取最小值，一个取最大值，且$s,t$相邻，进而可以列出等式，求解即可.

【详解】$f\left(x\right)=\cos 3x$的图象向左平移$\varphi\left(0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$个单位后得到$g\left(x\right)=\cos\left(3x+3\varphi\right)$，

因为$\left|f\left(s\right)-g\left(t\right)\right|=2$，

所以$f(x),g\left(x\right)$在s,t处，一个取最小值，一个取最大值，

不妨设$3s=2k\pi,k\in \mathrm{Z}$，$3t+3\varphi=\pi+2m\pi,m\in \mathrm{Z}$，

则$\left|s-t\right|=\left|\dfrac{\pi}{3}-\varphi+\dfrac{2\pi}{3}\left(m-k\right)\right|$，

因为$|s-t|_{\min}=\dfrac{\pi}{4}$，则$\dfrac{\pi}{3}-\varphi=\dfrac{\pi}{4}$，解得$\varphi=\dfrac{\pi}{12}$.

故选：A .

10. 边长为2的正方形$ABCD$的中心为O，将其沿对角线AC折成直二面角.设E为AD的中点，F为BC的中点，将$\triangle EOF$绕直线EF旋转一周得到一个旋转体，则该旋转体的内切球的表面积为（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. π　　D. $\frac{3\pi}{2}$

【答案】B

【分析】作图，根据二面角的定义，余弦定理，可得$\triangle EOF$是两腰为1，底边为$\sqrt{3}$的等腰三角形，从而可得旋转体为两个同底面的圆锥组合体，将该旋转体的内切球的半径再转化为其轴截面菱形$OEGF$的内切圆的半径，最后根据等面积求出r，即可得到该旋转体的内切球的表面积.

【详解】由边长为2的正方形$ABCD$的中心为O，将其沿对角线AC折成直二面角，

则可得，$DO \perp AC$，$DO=\sqrt{2}$，$AC=2\sqrt{2}$，平面$DAC \perp$平面BAC，

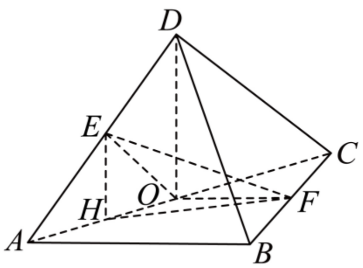
又平面$DAC \cap$平面$BAC=AC$，$DO \subset$平面DAC，

$\therefore DO \perp$平面BAC，

又E为AD的中点，F为BC的中点，O为AC的中点，

则可得$OE=\frac{1}{2}DC=1, OF=\frac{1}{2}AB=1$,

过E作$EH \perp AC$于点H，连接HF，



则$EH // DO$，$\therefore EH \perp$平面BAC，

又$HF \subset$平面BAC，$\therefore EH \perp HF$

又$EH=\frac{1}{2}DO=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$CH=\frac{3}{4}AC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$CF=1$，$\angle ACB=45^{\circ}$，

$\therefore HF=\sqrt{CF^2+CH^2-2CF\cdot CH\cos ACB}=\sqrt{1^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2-2\times1\times\frac{3\sqrt{2}}{2}\cos45^{\circ}}=\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

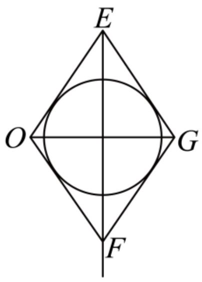
在$\mathrm{Rt}\triangle EHF$中，$EF=\sqrt{EH^2+HF^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\sqrt{3}$，

又$OE=OF=1$，

$\therefore \cos\angle EOF=\frac{EO^2+FO^2-EF^2}{2EO\cdot FO}=-\frac{1}{2}$，$\therefore \angle EOF=120^{\circ}$

将$\triangle EOF$绕直线EF旋转一周得到一个旋转体为两个同底面的圆锥组合体，

作出其轴截面，如图，



则该轴截面中$\triangledown OEG$和$\triangle OFG$为边长为1的等边三角形，

$\therefore$该旋转体的内切球的半径r即为菱形$OEGF$的内切圆的半径，

由等面积法，则$2S_{\triangledown EOG}=\frac{1}{2}\left(OE+EG+GF+OF\right)r$，

即$2\times\frac{1}{2}\times1\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\left(1+1+1+1\right)r$，则$r=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

因此该旋转体的内切球的表面积为$4\pi r^2=\frac{3}{4}\pi$.

故选：B.

【点睛】关键点点睛：本题的关键点在于得到旋转体为两个同底面的圆锥组合体，其次把求旋转体的内切球的半径r，转化为求轴截面菱形$OEGF$的内切圆的半径.

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分.

11. 某次社会实践活动中，甲、乙两个班的同学共同在一个社区进行民意调查，参加活动的甲、乙两班的人数之比为2：3，其中甲班的女生占$\frac{3}{5}$，乙班中女生占$\frac{2}{5}$.则该社区居民遇到一位进行民意调查的同学恰好是女生的概率为__________.

【答案】$\frac{12}{25}$##0.48

【分析】由全概率公式求解可得.

【详解】记事件A_1=“居民所遇到的一位进行民意调查的同学是甲班的”，

事件A_2=“居民所遇到的一位进行民意调查的同学是乙班的”，

B=“居民所遇到的一位进行民意调查的同学是女生”，

则$\Omega=A_1\cup A_2$，且A_1,A_2互斥，$B\subseteq\Omega$，

由题意可知，$P(A_1)=\frac{2}{5}$，$P(A_2)=\frac{3}{5}$，

且$P(B\mid A_1)=\frac{3}{5}$，$P(B\mid A_2)=\frac{2}{5}$，

由全概率公式可知

$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{12}{25}$，

即该社区居民遇到一位进行民意调查的同学恰好是女生的概率为$\frac{12}{25}$.

故答案为：$\frac{12}{25}$.

12. 设函数$f(x)=\begin{cases}\lg(x+a),x\geq0\\-\frac{1}{x},x<0\end{cases}$，若$f(x)$的最小值为$0$，则$a$的值为______.

【答案】1

【分析】结合反比例函数性质求$y=-\frac{1}{x}(x<0)$的函数值的范围，结合条件及对数函数的定义域及单调性列不等式求a.

【详解】当$x<0$时，$f(x)=-\frac{1}{x}$，

由反比例函数性质可得，当$x<0$时，$f(x)>0$，

所以当$x\geq0$时，$f(x)=\lg(x+a)$，故$a>0$，

又函数$f(x)=\lg(x+a)$在$[0,+\infty)$上单调递增，

故当$x\geq0$时，$f(x)=\lg(x+a)$的函数值的最小值为$\lg a$，

因为$f(x)$的最小值为0，

所以$\lg a=0$，

所以$a=1$.

故答案为：1.

13. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=-9$，$na_{n+1}-(n+1)a_n=2n(n+1)$，设$b_n=\frac{a_n}{n}$，则$b_n=$____________；$a_n$的最小值为____________.

【答案】　①. $2n-11$　②. -15

【分析】根据给定的递推公式，结合等差数列求出b_n，进而求出a_n及其的最小值.

【详解】由$na_{n+1}-(n+1)a_n=2n(n+1)$，得$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=2$，而$b_n=\frac{a_n}{n}$，则$b_{n+1}-b_n=2$，

因此数列$\{b_n\}$是首项为$b_1=a_1=-9$，公差为2的等差数列，$b_n=-9+2(n-1)=2n-11$，

$a_n=nb_n=n(2n-11)=2(n^2-\frac{11}{2}n)$，所以当$n=3$时，$a_n$取得最小值$-15$.

故答案为：$2n-11$；-15

14. 已知抛物线$x^2=4y$的焦点为F，过F的直线l交抛物线于A、B两点，若$|AF|=4|BF|$，则$|AF|=$

____________.

【答案】5

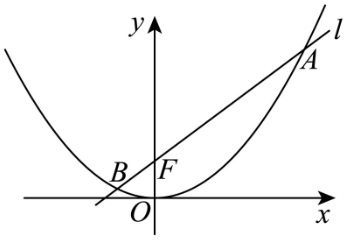
【分析】求出抛物线焦点坐标，设出直线l的方程，与抛物线方程联立求出点A的纵坐标即可得解.

【详解】抛物线$x^2=4y$的焦点为$F(0,1)$，设直线l的方程$y=kx+1$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases}y=kx+1\\x^2=4y\end{cases}$消去$y$得$x^2-4kx-4=0$，则$x_1x_2=-4$，由$|AF|=4|BF|$，得$x_1=-4x_2$，

联立解得$x_1=4$或$x_1=-4$，因此$y_1=4$，所以$|AF|=y_1+1=5$.

故答案为：5



15. 平面曲线的曲率就是针对曲线上某个点的切线方向角弧长的转动率，表明曲线偏离直线的程度.曲率半径主要是用来描述曲线上某处曲线弯曲变化的程度.如：圆越小，曲率越大，圆越大，曲率越小.定义函数$y=f\left(x\right)$的曲率函数$k(x)=\dfrac{|y''|}{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}}$（其中$y'$是$f\left(x\right)$的导数，$y''$是$y'$的导数），函数$y=f\left(x\right)$在$x=t$处的曲率半径为此处曲率$k\left(t\right)$的倒数，给出下列四个结论：

①函数$y=\cos x$在无数个点处的曲率为1；

②函数$y=\sqrt{4-x^2}\left(-2<x<2\right)$的曲率恒为$\dfrac{1}{2}$；

③函数$y=\mathrm{e}^x$的曲率半径随着x变大而变大；

④若函数$y=\ln x$在$x=t_1$与$x=t_2$（$t_1\neq t_2$）处的曲率半径相同，则$t_1t_2<\dfrac{1}{2}$.

其中，所有正确结论的序号是____________.

【答案】①②④

【分析】根据给定的定义，求出各个命题中的y',y''，由$k(x)=1$有无数个解判断①；计算$k(x)$判断②；利用导数探讨函数$\dfrac{1}{k(x)}$单调性判断③；由$\dfrac{1}{k(x)}=t$有两个不等正根，构造函数结合极值点偏移推理判断④.

【详解】对于①，$y'=-\sin x,y''=-\cos x$，则$k(x)=\dfrac{|\cos x|}{(1+\sin^2 x)^{\frac{3}{2}}}$，当$x=n\pi,n\in\mathrm{Z}$时，$k(x)=1$，