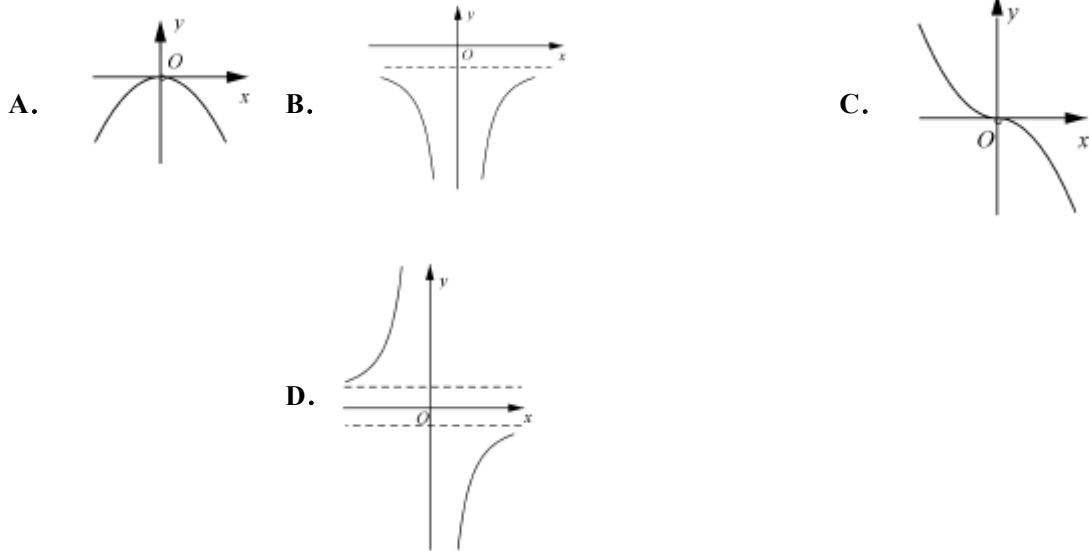


D. $c < b < a$

5. 设集合 $M = \{x | x^2 + 3x + 2 > 0\}$ ，集合 $N = \{x | (\frac{1}{2})^x \leq 4\}$ ，则 $M \cup N =$ ()

- A. $\{x | x \geq -2\}$ B. $\{x | x > -1\}$ C. $\{x | x \leq -2\}$ D. $\mathbf{R}$

6. 函数 $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$ (其中 e 是自然对数的底数) 的大致图像为 ()



7. 正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 a_5 + 2a_3 a_7 + a_5 a_9 = 16$ ，且 a_5 与 a_9 的等差中项为 4，则 $\{a_n\}$ 的公比是 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

8. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$ ，集合 $B = \{x | -1 \leq x < 6\}$ ，则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x | -1 < x < 5\}$ B. $\{x | -1 \leq x < 5\}$
C. $\{x | -2 < x < 6\}$ D. $\{x | -2 < x < 5\}$

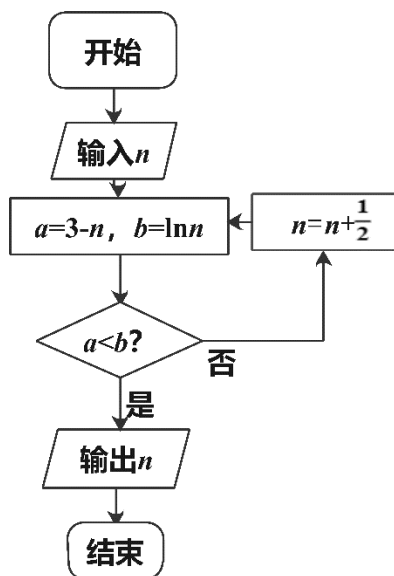
9. 已知 i 是虚数单位，则 $(2+i)i =$ ()

- A. $1+2i$ B. $-1+2i$ C. $-1-2i$ D. $1-2i$

10. 已知 F_1 、 F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点，过点 F_2 与双曲线的一条渐近线平行的直线交双曲线另一条渐近线于点 M ，若点 M 在以线段 $F_1 F_2$ 为直径的圆外，则双曲线离心率的取值范围是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(\sqrt{3}, 2)$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ D. $(1, \sqrt{2})$

11. 执行如图所示的程序框图若输入 $n = \frac{1}{2}$ ，则输出的 n 的值为 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$, 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

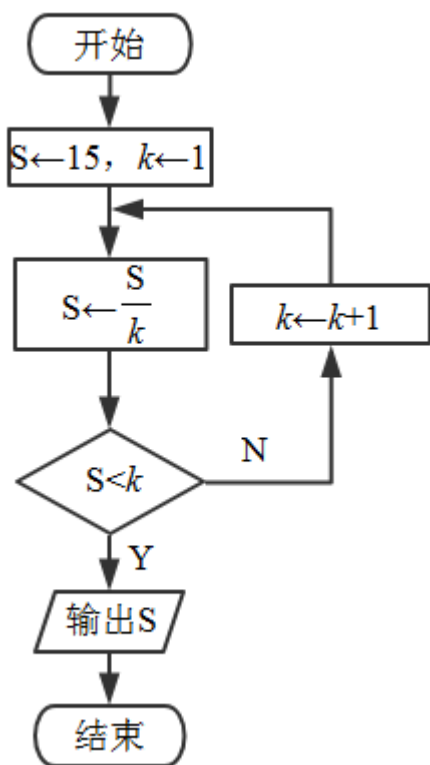
- A. $(1, +\infty)$ B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$ C. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right)$ D. $\left(\frac{13}{8}, +\infty\right)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 过动点 M 作圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的切线 MN , 其中 N 为切点, 若 $|MN| = |MO|$ (O 为坐标原点), 则 $|MN|$ 的最小值是_____.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(x_0, y_0)$ 在单位圆 O 上, 设 $\angle xOP = \alpha$, 且 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$. 若 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{12}{13}$, 则 x_0 的值为_____.

15. 下图是一个算法流程图, 则输出的 S 的值是_____.



16. 将底面直径为 4，高为 $\sqrt{3}$ 的圆锥形石块打磨成一个圆柱，则该圆柱的侧面积的最大值为_____.

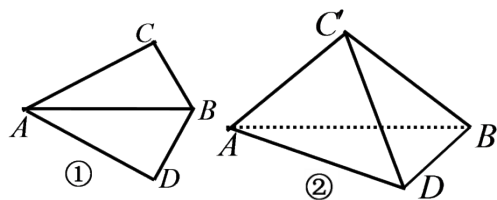
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax - \ln x - 1 (a \in R)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性并指出相应单调区间；

(2) 若 $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1 - f(x)$ ，设 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 是函数 $g(x)$ 的两个极值点，若 $a \geq \frac{3}{2}$ ，且 $g(x_1) - g(x_2) \geq k$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

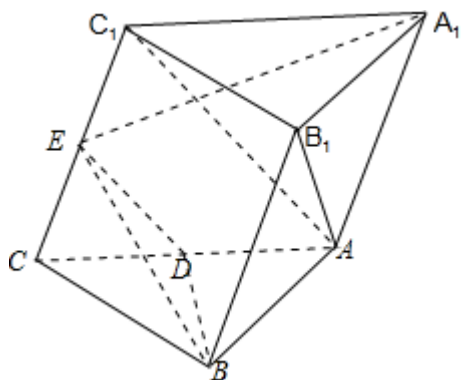
18. (12 分) 在平面四边形 $ACBD$ (图①) 中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 均为直角三角形且有公共斜边 AB ，设 $AB = 2$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 AB 折起，构成如图②所示的三棱锥 $C' - ABD$ ，且使 $C'D = \sqrt{2}$.



(1) 求证：平面 $C'AB \perp$ 平面 DAB ；

(2) 求二面角 $A - C'D - B$ 的余弦值.

19. (12 分) 如图，在斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，已知 $\triangle ABC$ 为正三角形， D, E 分别是 AC, CC_1 的中点，平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC ， $A_1E \perp AC_1$.



(1) 求证: $DE \parallel$ 平面 AB_1C_1 ;

(2) 求证: $A_1E \perp$ 平面 BDE .

20. (12 分) 某精密仪器生产车间每天生产 n 个零件, 质检员小张每天都会随机地从中抽取 50 个零件进行检查是否合格, 若较多零件不合格, 则需对其余所有零件进行检查. 根据多年的生产数据和经验, 这些零件的长度服从正态分布 $N(10, 0.1^2)$ (单位: 微米 μm), 且相互独立. 若零件的长度 d 满足 $9.7\mu m < d < 10.3\mu m$, 则认为该零件是合格的, 否则该零件不合格.

(1) 假设某一天小张抽查出不合格的零件数为 X , 求 $P(X \geq 2)$ 及 X 的数学期望 EX ;

(2) 小张某天恰好从 50 个零件中检查出 2 个不合格的零件, 若以此频率作为当天生产零件的不合格率. 已知检查一个零件的成本为 10 元, 而每个不合格零件流入市场带来的损失为 260 元. 假设 n 充分大, 为了使损失尽量小, 小张是否需要检查其余所有零件, 试说明理由.

附: 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则

$$P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) = 0.9987, 0.9987^{50} = 0.9370, 0.9987^{49} \times 0.0013 = 0.0012.$$

21. (12 分) 设点 $F(1, 0)$, 动圆 P 经过点 F 且和直线 $x = -1$ 相切. 记动圆的圆心 P 的轨迹为曲线 W .

(1) 求曲线 W 的方程;

(2) 过点 $M(0, 2)$ 的直线 l 与曲线 W 交于 A 、 B 两点, 且直线 l 与 x 轴交于点 C , 设 $\overrightarrow{MA} = \alpha \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{MB} = \beta \overrightarrow{BC}$,

求证: $\alpha + \beta$ 为定值.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + \cos x (a \in \mathbb{R})$

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 证明 $f'(x) \geq 0$, 在 $[0, +\infty)$ 恒成立;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得极大值, 求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

画出不等式组表示的区域 Ω ，求出其面积，再得到 $x^2 + y^2 \leq 2$ 在区域 Ω 内的面积，根据几何概型的公式，得到答案.

【详解】

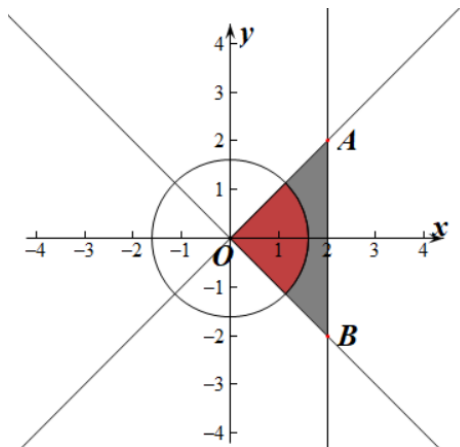
画出 $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \end{cases}$ 所表示的区域 Ω ，易知 $A(2,2), B(2,-2)$ ，

所以 $\triangle AOB$ 的面积为 4，

满足不等式 $x^2 + y^2 \leq 2$ 的点，在区域 Ω 内是一个以原点为圆心， $\sqrt{2}$ 为半径的 $\frac{1}{4}$ 圆面，其面积为 $\frac{\pi}{2}$ ，

由几何概型的公式可得其概率为 $P = \frac{\frac{\pi}{2}}{4} = \frac{\pi}{8}$ ，

故选 A 项.



【点睛】

本题考查由约束条件画可行域，求几何概型，属于简单题.

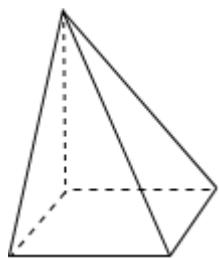
2、A

【解析】

利用已知条件画出几何体的直观图，然后求解几何体的体积.

【详解】

几何体的三视图的直观图如图所示，



则该几何体的体积为： $\frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查三视图求解几何体的体积，判断几何体的形状是解题的关键。

3、D

【解析】

根据函数定义域的求解方法可分别求得集合 A, B ，由补集和交集定义可求得结果。

【详解】

$$Q A = \{x | 1 - x > 0\} = (-\infty, 1), B = (0, +\infty), \therefore \complement_U A = [1, +\infty),$$

$$\therefore (\complement_U A) \cap B = [1, +\infty).$$

故选：D。

【点睛】

本题考查集合运算中的补集和交集运算问题，涉及到函数定义域的求解，属于基础题。

4、A

【解析】

根据题意求得参数 α ，根据对数的运算性质，以及对数函数的单调性即可判断。

【详解】

依题意，得 $3^\alpha = 5$ ，故 $\alpha = \log_3 5 \in (1, 2)$ ，

$$\text{故 } 0 < a = \left(\frac{1}{e}\right)^{\log_3 5} < 1, b = \sqrt[3]{\log_3 5} > 1, c = \log_{\log_3 5} \frac{1}{4} < 0,$$

则 $c < a < b$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查利用指数函数和对数函数的单调性比较大小，考查推理论证能力，属基础题。

5、D

【解析】

试题分析：由题 $M = \{x | x^2 + 3x + 2 > 0\} = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > -1\}$ ，

$$N = \left\{x \mid \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4\right\} = \left\{x \mid \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right\} = N = \{x | x \geq -2\}, \therefore M \cup N = R, \text{ 选 D}$$

考点：集合的运算

6、D

【解析】

由题意得，函数定义域为 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$ ，所以定义域关于原点对称，

$$\text{且 } f(-x) = \frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}} = \frac{1+\frac{1}{e^x}}{1-\frac{1}{e^x}} = -\frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}} = -f(x), \text{ 所以函数为奇函数，图象关于原点对称，}$$

故选 D.

7、D

【解析】

设等比数列的公比为 q ， $q > 0$ ，运用等比数列的性质和通项公式，以及等差数列的中项性质，解方程可得公比 q 。

【详解】

由题意，正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1a_5 + 2a_3a_7 + a_5a_9 = 16$ ，

$$\text{可得 } a_3^2 + 2a_3a_7 + a_7^2 = (a_3 + a_7)^2 = 16, \text{ 即 } a_3 + a_7 = 4,$$

a_5 与 a_9 的等差中项为 4，即 $a_5 + a_9 = 8$ ，

$$\text{设公比为 } q, \text{ 则 } q^2(a_3 + a_7) = 4q^2 = 8,$$

$$\text{则 } q = \sqrt{2} \text{ (负的舍去)},$$

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的中项性质和等比数列的通项公式的应用，其中解答中熟记等比数列通项公式，合理利用等比数列的性质是解答的关键，着重考查了方程思想和运算能力，属于基础题。

8、B

【解析】

求出 A 中不等式的解集确定出集合 A ，之后求得 $A \cap B$ 。

【详解】

$$\text{由 } A = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\} = \{x | (x+2)(x-5) < 0\} = \{x | -2 < x < 5\},$$

$$\text{所以 } A \cap B = \{x | -1 \leq x < 5\},$$

故选：B.

【点睛】

该题考查的是有关集合的运算的问题，涉及到的知识点有一元二次不等式的解法，集合的运算，属于基础题目.

9、B

【解析】

根据复数的乘法运算法则，直接计算，即可得出结果.

【详解】

$$(2+i)i = 2i - 1 = -1 + 2i.$$

故选 B

【点睛】

本题主要考查复数的乘法，熟记运算法则即可，属于基础题型.

10、A

【解析】

$$\text{双曲线 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 的渐近线方程为 } y = \pm \frac{b}{a}x,$$

$$\text{不妨设过点 } F_1 \text{ 与双曲线的一条渐过线平行的直线方程为 } y = \frac{b}{a}(x - c),$$

$$\text{与 } y = -\frac{b}{a}x \text{ 联立，可得交点 } M\left(\frac{c}{2}, -\frac{bc}{2a}\right),$$

∵点 M 在以线段 F_1F_1 为直径的圆外，

$$\therefore |OM| > |OF_1|, \text{ 即有 } \frac{c^2}{4} + \frac{b^2c^2}{4a^2} > c^1,$$

$$\therefore \frac{b^2}{a^2} > 3, \text{ 即 } b^1 > 3a^1,$$

$$\therefore c^1 - a^1 > 3a^1, \text{ 即 } c > 1a.$$

$$\text{则 } e = \frac{c}{a} > 1.$$

∴双曲线离心率的取值范围是 $(1, +\infty)$.

故选：A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/958035066023006136>