

# 安徽省怀宁中学 2025 届高三 3 月统一测试（一模）数学试题试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

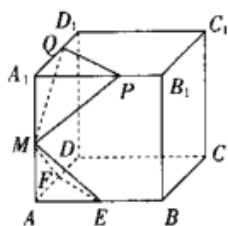
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$ ，记  $f_1(x) = f'(x)$ ， $f_2(x) = f_1'(x)$ ， $\dots$ ， $f_{n+1}(x) = f_n'(x)$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )。若

$$f(x) = x \sin x, \text{ 则 } f_{2019}(x) + f_{2021}(x) = ( \quad )$$

- A.  $-2 \cos x$       B.  $-2 \sin x$       C.  $2 \cos x$       D.  $2 \sin x$

2. 在棱长为  $a$  的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E$ 、 $F$ 、 $M$  分别是  $AB$ 、 $AD$ 、 $AA_1$  的中点，又  $P$ 、 $Q$  分别在线段  $A_1B_1$ 、 $A_1D_1$  上，且  $A_1P = A_1Q = m$  ( $0 < m < a$ )，设平面  $MEF \cap$  平面  $MPQ = l$ ，则下列结论中不成立的是 ( )



- A.  $l \parallel$  平面  $BDD_1B_1$       B.  $l \perp MC$
- C. 当  $m = \frac{a}{2}$  时，平面  $MPQ \perp MEF$       D. 当  $m$  变化时，直线  $l$  的位置不变

3. 设集合  $A = \{x | x < 3\}$ ， $B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ ，则  $A \cap B = ( \quad )$

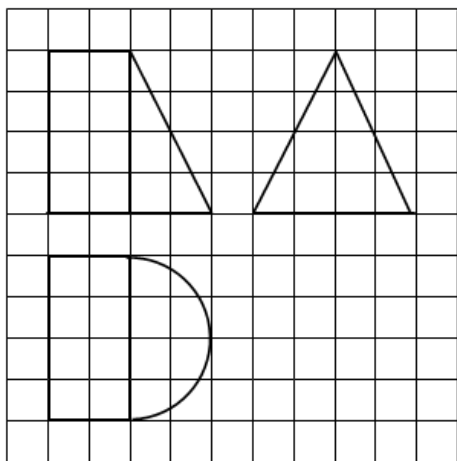
- A.  $(-\infty, 0)$       B.  $(2, 3)$       C.  $(-\infty, 0) \cup (2, 3)$       D.  $(-\infty, 3)$

4. 如图 1，《九章算术》中记载了一个“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺，问折者高几何？意思是：有一根竹子，原高一丈（1 丈=10 尺），现被风折断，尖端落在地上，竹尖与竹根的距离三尺，问折断处离地面的高为 ( ) 尺。



- A. 5.45      B. 4.55      C. 4.2      D. 5.8

5. 若  $(1-2i)z = 5i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $|z|$  的值为 ( )
- A. 3                      B. 5                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{5}$
6. 已知甲盒子中有  $m$  个红球,  $n$  个蓝球, 乙盒子中有  $m-1$  个红球,  $n+1$  个蓝球 ( $m \geq 3, n \geq 3$ ), 同时从甲乙两个盒子中取出  $i$  ( $i=1, 2$ ) 个球进行交换, (a) 交换后, 从甲盒子中取 1 个球是红球的概率记为  $p_i$  ( $i=1, 2$ ). (b) 交换后, 乙盒子中含有红球的个数记为  $\xi_i$  ( $i=1, 2$ ). 则 ( )
- A.  $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$                       B.  $p_1 < p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$
- C.  $p_1 > p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$                       D.  $p_1 < p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$
7. 已知命题  $p$ :  $m = 1^n$  是“直线  $x - my = 0$  和直线  $x + my = 0$  互相垂直”的充要条件; 命题  $q$ : 对任意  $a \in R, f(x) = x^2 + a$  都有零点; 则下列命题为真命题的是 ( )
- A.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$                       B.  $p \wedge (\neg q)$                       C.  $p \vee q$                       D.  $p \wedge q$
8. 设非零向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , 满足  $|\vec{b}| = 2, |\vec{a}| = 1$ , 且  $\vec{b}$  与  $\vec{a}$  的夹角为  $\theta$ , 则“ $|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{3}$ ”是“ $\theta = \frac{\pi}{3}$ ”的 ( ).
- A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件
- C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件
9. 已知直线  $2mx + ny = 2$  ( $m > 0, n > 0$ ) 过圆  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$  的圆心, 则  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$  的最小值为 ( )
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
10. 若复数  $z$  满足  $(1+i)\bar{z} = 1+2i$ , 则  $|z| =$  ( )
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$
11. 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 点  $P(x, y)$  为该抛物线上的动点, 若点  $A(-1, 0)$ , 则  $\frac{PF}{PA}$  的最小值为 ( )
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
12. 某几何体的三视图如图所示, 若图中小正方形的边长均为 1, 则该几何体的体积是 ( )

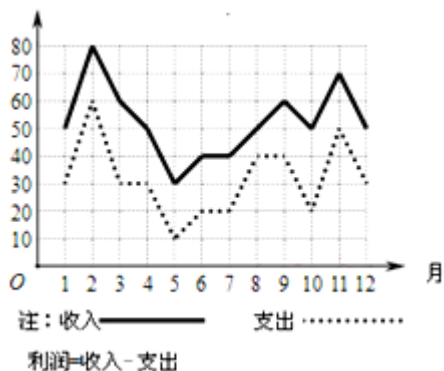


- A.  $16 + \frac{16}{3}\pi$       B.  $16 + \frac{8}{3}\pi$       C.  $\frac{32}{3} + \frac{8}{3}\pi$       D.  $\frac{32}{3} + \frac{16}{3}\pi$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知复数  $z = (1-i) \cdot (a+i)$  ( $i$  为虚数单位) 为纯虚数，则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_。

14. 某商场一年中各月份的收入、支出情况的统计如图所示，下列说法中正确的是\_\_\_\_\_。



- ① 2 至 3 月份的收入的变化率与 11 至 12 月份的收入的变化率相同；  
 ② 支出最高值与支出最低值的比是 6:1；  
 ③ 第三季度平均收入为 50 万元；  
 ④ 利润最高的月份是 2 月份。

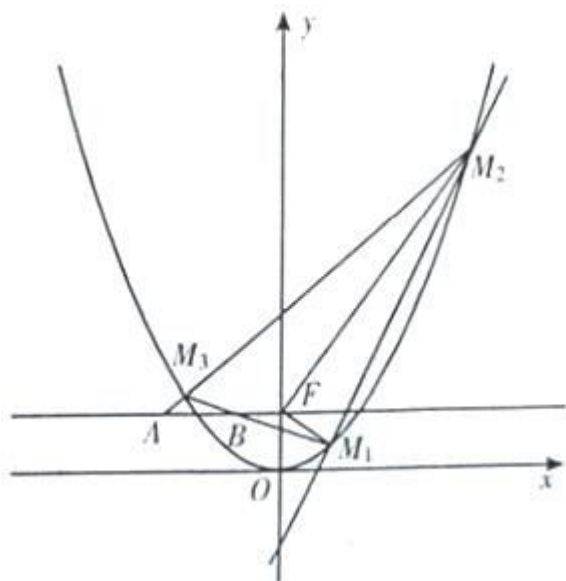
15. 过直线  $y = kx + 7$  上一动点  $M(x, y)$  向圆  $C: x^2 + y^2 + 2y = 0$  引两条切线  $MA, MB$ ，切点为  $A, B$ ，若  $k \in [1, 4]$ ，则四边形  $MACB$  的最小面积  $S \in [\sqrt{3}, \sqrt{7}]$  的概率为\_\_\_\_\_。

16. 春天即将来临，某学校开展以“拥抱春天，播种绿色”为主题的植物种植实践体验活动。已知某种盆栽植物每株成活的概率为  $p$ ，各株是否成活相互独立。该学校的某班随机领养了此种盆栽植物 10 株，设  $X$  为其中成活的株数，若  $X$  的方差  $DX = 2.1$ ， $P(X = 3) < P(X = 7)$ ，则  $p =$ \_\_\_\_\_。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，直线  $\square = 2\square - 2$  与抛物线  $\square^2 = 2\square\square (\square > 0)$  交于  $\square_1, \square_2$  两点，直线  $\square = \frac{\square}{2}$  与  $\square$  轴交于点  $\square$ ，且直线

$\frac{1}{2}$  恰好平分  $\angle M_1 M_2 M_3$ .



(1) 求  $\frac{1}{2}$  的值;

(2) 设  $P$  是直线  $l = \frac{1}{2}$  上一点, 直线  $l_1$  交抛物线于另一点  $M_3$ , 直线  $l_1 M_3$  交直线  $l = \frac{1}{2}$  于点  $Q$ , 求  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  的值.

18. (12分) 已知函数  $f(x) = |x+1| - |4-2x|$ .

(1) 求不等式  $f(x) \geq \frac{1}{3}(x-1)$  的解集;

(2) 若函数  $f(x)$  的最大值为  $m$ , 且  $2a+b=m (a>0, b>0)$ , 求  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值.

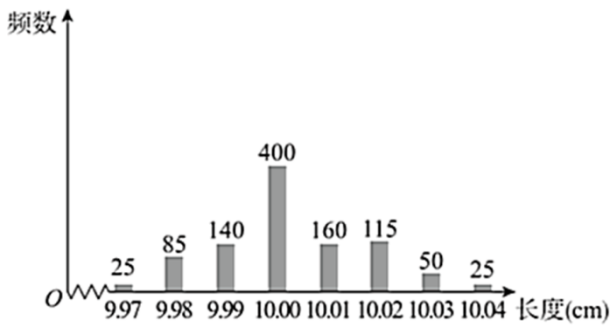
19. (12分) 过点  $P(-4,0)$  的动直线  $l$  与抛物线  $C: x^2 = 2py (p>0)$  相交于  $D, E$  两点, 已知当  $l$  的斜率为  $\frac{1}{2}$  时,

$$\overline{PE} = 4\overline{PD}.$$

(1) 求抛物线  $C$  的方程;

(2) 设  $DE$  的中垂线在  $y$  轴上的截距为  $b$ , 求  $b$  的取值范围.

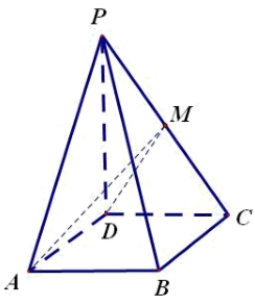
20. (12分) 某工厂生产一种产品的标准长度为 10.00cm, 只要误差的绝对值不超过 0.03cm 就认为合格, 工厂质检部抽检了某批次产品 1000 件, 检测其长度, 绘制条形统计图如图:



(1) 估计该批次产品长度误差绝对值的数学期望;

(2) 如果视该批次产品样本的频率为总体的概率, 要求从工厂生产的产品中随机抽取 2 件, 假设其中至少有 1 件是标准长度产品的概率不小于 0.8 时, 该设备符合生产要求. 现有设备是否符合此要求? 若不符合此要求, 求出符合要求时, 生产一件产品为标准长度的概率的最小值.

21. (12 分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 四边形  $ABCD$  为正方形,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ , 点  $M$  是棱  $PC$  的中点,  $AB = 2$ ,  $PD = t (t > 0)$ .



(1) 若  $t = 2$ , 证明: 平面  $DMA \perp$  平面  $PBC$ ;

(2) 若三棱锥  $C-DBM$  的体积为  $\frac{4}{3}$ , 求二面角  $B-DM-C$  的余弦值.

22. (10 分) 过点  $P(-1, 0)$  作倾斜角为  $\alpha$  的直线与曲线  $C: \begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \theta \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数) 相交于  $M, N$  两点.

(1) 写出曲线  $C$  的一般方程;

(2) 求  $|PM| \cdot |PN|$  的最小值.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. D

【解析】

通过计算  $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x)$ ，可得  $f_{4k-3}(x), f_{4k-2}(x), f_{4k-1}(x), f_{4k}(x)$ ，最后计算可得结果.

【详解】

由题可知： $f(x) = x \sin x$

所以  $f_1(x) = \sin x + x \cos x, f_2(x) = 2 \cos x - x \sin x$

$f_3(x) = -3 \sin x - x \cos x, f_4(x) = -4 \cos x + x \sin x$

$f_5(x) = 5 \sin x + x \cos x, \dots$

所以猜想可知： $f_{4k-3}(x) = (4k-3) \sin x + x \cos x$

$f_{4k-2}(x) = (4k-2) \cos x - x \sin x$

$f_{4k-1}(x) = -(4k-1) \sin x - x \cos x$

$f_{4k}(x) = -4k \cos x + x \sin x$

由  $2019 = 4 \times 505 - 1, 2021 = 4 \times 506 - 3$

所以  $f_{2019}(x) = -2019 \sin x - x \cos x$

$f_{2021}(x) = 2021 \sin x + x \cos x$

所以  $f_{2019}(x) + f_{2021}(x) = 2 \sin x$

故选：D

本题考查导数的计算以及不完全归纳法的应用，选择题、填空题可以使用取特殊值，归纳猜想等方法的使用，属中档题.

2. C

【解析】

根据线面平行与垂直的判定与性质逐个分析即可.

【详解】

因为  $A_1P = A_1Q = m$ ，所以  $PQ \parallel B_1D_1$ ，因为  $E、F$  分别是  $AB、AD$  的中点，所以  $EF \parallel BD$ ，所以  $PQ \parallel EF$ ，因为面

$MEF \perp$  面  $MPQ = l$ , 所以  $PQ \parallel EF \parallel l$ . 选项 A、D 显然成立;

因为  $BD \parallel EF \parallel l$ ,  $BD \perp$  平面  $ACC_1A_1$ , 所以  $l \perp$  平面  $ACC_1A_1$ , 因为  $MC \subset$  平面  $ACC_1A_1$ , 所以  $l \perp MC$ , 所以 B 项成立;

易知  $AC_1 \perp$  平面  $MEF$ ,  $A_1C \perp$  平面  $MPQ$ , 而直线  $AC_1$  与  $A_1C$  不垂直, 所以 C 项不成立.

故选: C

本题考查直线与平面的位置关系. 属于中档题.

3. C

**【解析】**

直接求交集得到答案.

**【详解】**

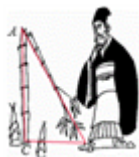
集合  $A = \{x \mid x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ , 则  $A \cap B = (-\infty, 0) \cup (2, 3)$ .

故选: C.

本题考查了交集运算, 属于简单题.

4. B

**【解析】**



如图, 已知  $AC + AB = 10$ ,  $BC = 3$ ,  $AB^2 - AC^2 = BC^2 = 9$

$\therefore (AB + AC)(AB - AC) = 9$ , 解得  $AB - AC = 0.9$ ,

$$\therefore \begin{cases} AB + AC = 10 \\ AB - AC = 0.9 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} AB = 5.45 \\ AC = 4.55 \end{cases}$$

$\therefore$  折断后的竹干高为 4.55 尺

故选 B.

5. D

**【解析】**

直接利用复数的模的求法的运算法则求解即可.

**【详解】**

$$(1 - 2i)z = 5i \quad (\text{i 是虚数单位})$$

$$\text{可得 } |(1 - 2i)z| = |5i|$$

解得  $|z| = \sqrt{5}$

本题正确选项：D

本题考查复数的模的运算法则的应用，复数的模的求法，考查计算能力.

6. A

**【解析】**

分析：首先需要去分析交换后甲盒中的红球的个数，对应的事件有哪些结果，从而得到对应的概率的大小，再者就是对随机变量的值要分清，对应的概率要算对，利用公式求得其期望.

详解：根据题意有，如果交换一个球，

有交换的都是红球、交换的都是蓝球、甲盒的红球换的乙盒的蓝球、甲盒的蓝球交换的乙盒的红球，

红球的个数就会出现  $m, m-1, m+1$  三种情况；

如果交换的是两个球，有红球换红球、蓝球换蓝球、一蓝一红换一蓝一红、红换蓝、蓝换红、一蓝一红换两红、一蓝一红换亮蓝，

对应的红球的个数就是  $m-2, m-1, m, m+1, m+2$  五种情况，所以分析可以求得  $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$ ，故选 A.

点睛：该题考查的是有关随机事件的概率以及对应的期望的问题，在解题的过程中，需要对其对应的事件弄明白，对应的概率会算，以及变量的可取值会分析是多少，利用期望公式求得结果.

7. A

**【解析】**

先分别判断每一个命题的真假，再利用复合命题的真假判断确定答案即可.

**【详解】**

当  $m=1$  时，直线  $x-my=0$  和直线  $x+my=0$ ，即直线为  $x-y=0$  和直线  $x+y=0$  互相垂直，

所以“ $m=1$ ”是直线  $x-my=0$  和直线  $x+my=0$  互相垂直“的充分条件，

当直线  $x-my=0$  和直线  $x+my=0$  互相垂直时， $m^2=1$ ，解得  $m=\pm 1$ .

所以“ $m=1$ ”是直线  $x-my=0$  和直线  $x+my=0$  互相垂直“的不必要条件.

$p$ ：“ $m=1$ ”是直线  $x-my=0$  和直线  $x+my=0$  互相垂直“的充分不必要条件，故  $p$  是假命题.

当  $a=1$  时， $f(x)=x^2+1$  没有零点，

所以命题  $q$  是假命题.

所以  $(\neg p) \wedge (\neg q)$  是真命题， $p \wedge (\neg q)$  是假命题， $p \vee q$  是假命题， $p \wedge q$  是假命题.

故选：A.



本题主要考查充要条件的判断和两直线的位置关系，考查二次函数的图象，考查学生对这些知识的理解掌握水平.

8. C

**【解析】**

利用数量积的定义可得 $\theta$ ，即可判断出结论.

**【详解】**

解： $|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{3}$ ， $\therefore b^2 + a^2 - 2\vec{a}\vec{b} = 3$ ， $\therefore 2^2 + 1 - 2 \times 2 \times 1 \times \cos\theta = 3$ ，

解得 $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ， $\theta \in [0, \pi]$ ，解得 $\theta = \frac{\pi}{3}$ ，

$\therefore "|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{3}"$ 是 $"\theta = \frac{\pi}{3}"$ 的充分必要条件.

故选：C.

本题主要考查平面向量数量积的应用，考查推理能力与计算能力，属于基础题.

9. D

**【解析】**

圆心坐标为(1,2)，代入直线方程，再由乘1法和基本不等式，展开计算即可得到所求最小值.

**【详解】**

圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 的圆心为(1,2)，

由题意可得 $2m + 2n = 2$ ，即 $m + n = 1$ ， $m, n > 0$ ，

则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = (\frac{1}{m} + \frac{1}{n})(m+n) = 2 + \frac{n}{m} + \frac{m}{n} \geq 4$ ，当且仅当 $\frac{n}{m} = \frac{m}{n}$ 且 $m+n=1$ 即 $m=n=\frac{1}{2}$ 时取等号，

故选：D.

本题考查最值的求法，注意运用乘1法和基本不等式，注意满足的条件：一正二定三等，同时考查直线与圆的关系，考查运算能力，属于基础题.

10. C

**【解析】**

化简得到 $\bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ ， $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ ，再计算复数模得到答案.

**【详解】**

$(1+i)\bar{z} = 1+2i$ ，故 $\bar{z} = \frac{1+2i}{1+i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1+3i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ ，

故 $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ ， $|z| = \frac{\sqrt{10}}{2}$ .

故选：C.

本题考查了复数的化简，共轭复数，复数模，意在考查学生的计算能力.

11. B

【解析】

通过抛物线的定义，转化  $PF = PN$ ，要使  $\frac{|PF|}{|PA|}$  有最小值，只需  $\angle APN$  最大即可，作出切线方程即可求出比值的最小值.

【详解】

解：由题意可知，抛物线  $y^2 = 4x$  的准线方程为  $x = -1$ ， $A(-1, 0)$ ，

过  $P$  作  $PN$  垂直直线  $x = -1$  于  $N$ ，

由抛物线的定义可知  $PF = PN$ ，连结  $PA$ ，当  $PA$  是抛物线的切线时， $\frac{|PF|}{|PA|}$  有最小值，则  $\angle APN$  最大，即  $\angle PAF$

最大，就是直线  $PA$  的斜率最大，

设在  $PA$  的方程为：  $y = k(x+1)$ ，所以  $\begin{cases} y = k(x+1) \\ y^2 = 4x \end{cases}$ ，

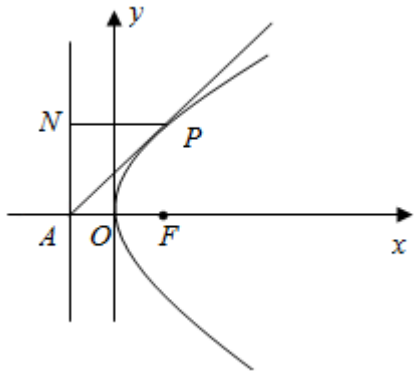
解得：  $k^2x^2 + (2k^2 - 4)x + k^2 = 0$ ，

所以  $\Delta = (2k^2 - 4)^2 - 4k^4 = 0$ ，解得  $k = \pm 1$ ，

所以  $\angle NPA = 45^\circ$ ，

$$\frac{|PF|}{|PA|} = \cos \angle NPA = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选：B.



本题考查抛物线的基本性质，直线与抛物线的位置关系，转化思想的应用，属于基础题.

12. B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/958040115012006124>