

【专题】反比例函数中 k 的几何意义



题型汇总

题型1: 矩形面积与 k 的关系

反比例函数中 k 的几何意义

题型3: 两个象限内三角形的面积与 k 的关系

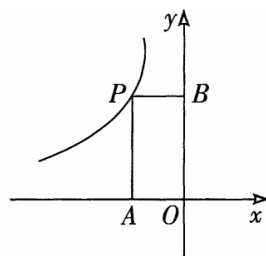
题型2: 三角形面积与 k 的关系

题型4: 两个及以上反比例函数的面积问题

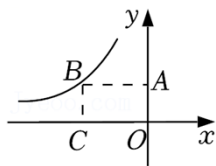
题型 1: 矩形面积与 k 的关系

过双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线, 所得矩形面积

$$S_{\text{矩形} PAOB} = |k|.$$



1. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示, 若矩形 $OABC$ 的面积为 3, 则 k 的值是 ()



- A. 3 B. -3 C. 6 D. -6

【分析】根据反比例函数 k 的几何意义即可求出 k 的值.

【解答】解: $\because$ 矩形 $OABC$ 的面积为 3,

$$\therefore |k| = 3,$$

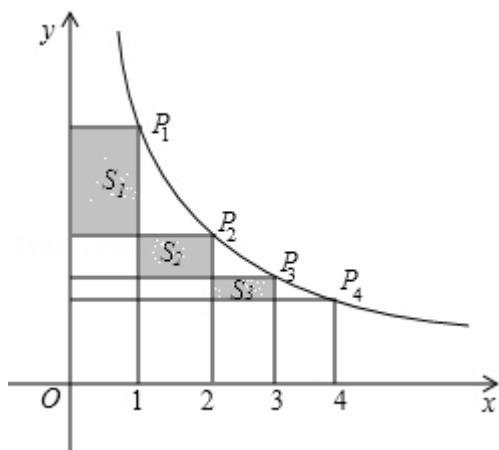
根据图象可知, $k < 0$,

$$\therefore k = -3,$$

故选: B.

【点评】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义, 熟练掌握这一性质是解题的关键.

2. 如图, 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 有点 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 , 它们的横坐标依次为 1, 2, 3, 4. 分别过这些点作 x 轴与 y 轴的垂线, 图中所构成的阴影部分的面积从左到右依次为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 则 $S_1 + S_2 + S_3 =$ ()



- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 无法确定

【分析】根据反比例函数的几何意义可知图中所构成的阴影部分的面积和正好是从点 P_1 向 x 轴， y 轴引垂线构成的长方形面积减去最下方的长方形的面积。

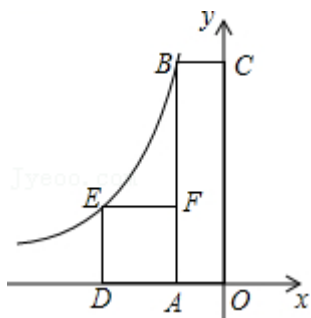
【解答】解：由题意可知点 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 坐标分别为： $(1, 2)$ ， $(2, 1)$ ， $(3, \frac{2}{3})$ ， $(4, \frac{1}{2})$ 。

$\therefore$ 由反比例函数的几何意义可知： $S_1+S_2+S_3=2-1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=1.5$ 。

故选：B。

【点评】主要考查了反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义。

3. 如图，四边形 $OABC$ 是矩形，四边形 $ADEF$ 是正方形，点 A 、 D 在 x 轴的负半轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上，点 F 在 AB 上，点 B 、 E 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数， $k\neq 0$) 的图象上，正方形 $ADEF$ 的面积为 4，且 $BF=2AF$ ，则 k 值为 -6。



【分析】先由正方形 $ADEF$ 的面积为 4，得出边长为 2， $BF=2AF=4$ ， $AB=AF+BF=2+4=6$ 。再设 B

点坐标为 $(t, 6)$ ，则 E 点坐标 $(t-2, 2)$ ，根据点 B 、 E 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，利用根据反

比例函数图象上点的坐标特征得 $k=6t=2(t-2)$ ，即可求出 $k=-6$ 。

【解答】解：∵正方形 $ADEF$ 的面积为 4，

∴正方形 $ADEF$ 的边长为 2，

∴ $BF=2AF=4$ ， $AB=AF+BF=2+4=6$ 。

设 B 点坐标为 $(t, 6)$ ，则 E 点坐标 $(t-2, 2)$ ，

∵点 B 、 E 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

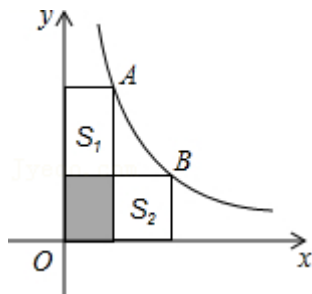
∴ $k=6t=2(t-2)$ ，

解得 $t=-1$ ， $k=-6$ 。

故答案为 -6。

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数， $k\neq 0$) 的图象是双曲线，图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy=k$ 。

4. 如图， A 、 B 两点在双曲线 $y=\frac{4}{x}$ 上，分别经过 A 、 B 两点向坐标轴作垂线段，已知 $S_{\text{阴影}}=1.7$ ，则 S_1 等于 ()



A. 4

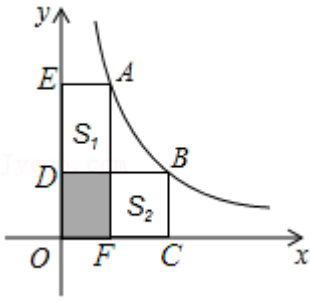
B. 4.2

C. 4.6

D. 5

【分析】根据反比例函数系数 k 的几何意义可得 $S_{\text{四边形} AEOF}=4$ ， $S_{\text{四边形} BDOC}=4$ ，根据 $S_1+S_2=S_{\text{四边形} AEOF}+S_{\text{四边形} BDOC}-2\times S_{\text{阴影}}$ ，可求 S_1+S_2 的值。

【解答】解：如图，



$\because A、B$ 两点在双曲线 $y=\frac{4}{x}$ 上，

$\therefore S_{\text{四边形} AEOF}=4, S_{\text{四边形} BDOC}=4,$

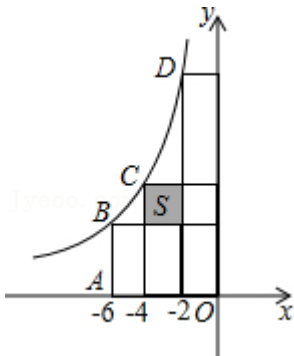
$\therefore S_1+S_2=S_{\text{四边形} AEOF}+S_{\text{四边形} BDOC}-2\times S_{\text{阴影}},$

$\therefore S_1+S_2=8-3.4=4.6$

故选：C.

【点评】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，熟练掌握在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

5. 如图，在平面直角坐标系中， $A(-6, 0)$ ，曲线上每一点到 x 轴与 y 轴的距离的乘积都相等，过曲线上横坐标分别为 $-6, -4, -2$ 的三点 B, C, D 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，已知图中的阴影部分是由这些垂线围成的，且其面积是 6，则由 O, A, C 三点围成的三角形的面积为_____.



【分析】根据题意求得 $S_{\text{矩形} CFHG}=12, S_{\text{矩形} ABGO}=3\times 12=36$ ，即可求得 $CE=9$ ，然后根据三角形面积公式求得即可.

【解答】解：由反比例函数系数 k 的几何意义可知： $S_{\text{矩形} ABGO}=S_{\text{矩形} CEIH}$ ，

$\because$ 图中的阴影部分是由这些垂线围成的，且其面积是 6，

$\therefore S_{\text{矩形} CFHG}=12,$

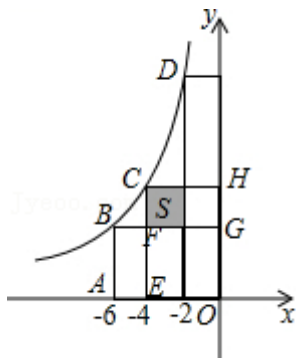
$\therefore S_{\text{矩形} ABGO}=3\times 12=36,$

$\therefore HG=3, OG=6,$

$$\therefore CE=OH=9,$$

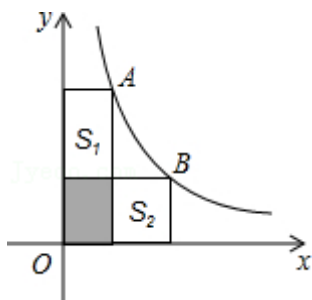
$$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27.$$

故答案为 27.



【点评】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，由几何意义得出 $S_{\text{矩形}ABGO} = S_{\text{矩形}CEOH}$ 是解题的关键.

6. 如图， A, B 两点在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上，分别经过 A, B 两点向轴作垂线段，已知阴影小矩形的面积为 1，则空白两小矩形面积的和 $S_1 + S_2 = \underline{4}$.



【分析】欲求 $S_1 + S_2$ ，只要求出过 A, B 两点向 x 轴、 y 轴作垂线段与坐标轴所形成的矩形的面积即可，而矩形面积为双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 的系数 k ，由此即可求出 $S_1 + S_2$.

【解答】解： $\because$ 点 A, B 是双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上的点，分别经过 A, B 两点向 x 轴、 y 轴作垂线段，
则根据反比例函数的图象的性质得两个矩形的面积都等于 $|k| = 3$ ，
 $\therefore S_1 + S_2 = 3 + 3 - 1 \times 2 = 4$.

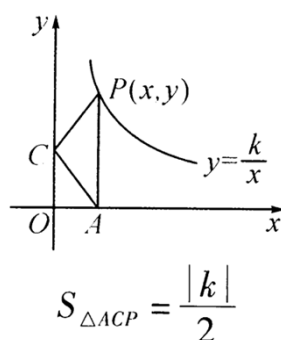
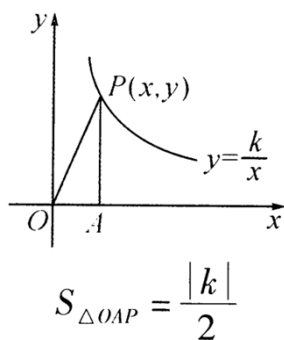
故答案为：4

【点评】本题主要考查了反比例函数的图象和性质及任一点坐标的意义，关键是求出过 A, B 两点向 x 轴、 y 轴作垂线段与坐标轴所形成的矩形的面积.

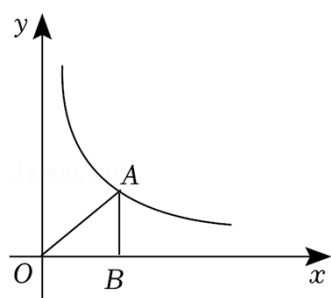
题型 2：三角形面积与 k 的关系

过双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上任意一点作一坐标轴的垂线，连接该点和原点，所得三角形的面积为

$$\frac{|k|}{2}.$$



7. 如图, A 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 图象上一点, $AB \perp x$ 轴于点 B , 若 $S_{\triangle AOB} = 3$, 则 k 的值为 ()



- A. 1.5 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. 6

【分析】过双曲线上任意一点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 是个定值, 即 $S = \frac{1}{2}|k|$.

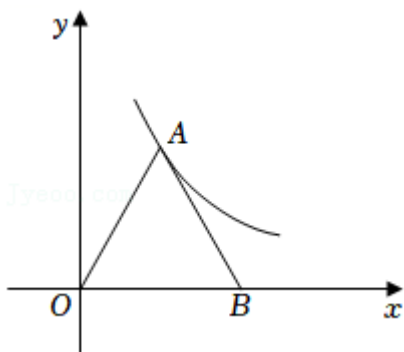
【解答】解: 由于点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上一点, 则 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}|k| = 3$;

又由于 $k > 0$, 则 $k = 6$.

故选: D.

【点评】本题考查了反比例函数系数的几何意义, 即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线, 所得三角形面积为 $\frac{1}{2}|k|$, 是经常考查的一个知识点; 这里体现了数形结合的思想, 做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

8. 如图, 等边三角形 OAB , 点 B 在 x 轴正半轴上, $S_{\triangle OAB} = 4\sqrt{3}$, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象的一支经过点 A , 则 k 的值是 ()



A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D. $4\sqrt{3}$

【分析】根据正三角形的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义，得出 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle AOB} = 2\sqrt{3} = \frac{1}{2}|k|$

即可求出 k 的值．

【解答】解：如图，过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C ，

$\because \triangle OAB$ 是正三角形，

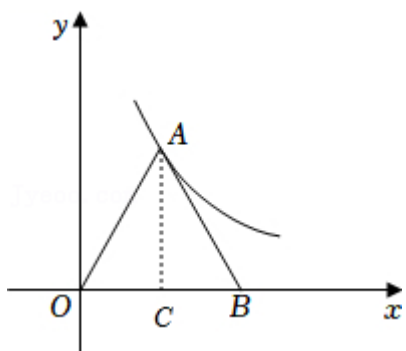
$\therefore OC = BC$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle AOB} = 2\sqrt{3} = \frac{1}{2}|k|,$$

又 $\because k > 0$ ，

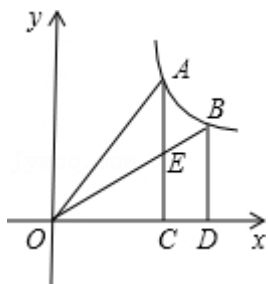
$$\therefore k = 4\sqrt{3},$$

故选：D．



【点评】本题考查等边三角形的性质，反比例函数系数 k 的几何意义，掌握等边三角形的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义是正确解答的前提．

9. 如图，过反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 图象上任意两点 A 、 B 分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 C 、 D ，连接 OA 、 OB ，设 AC 与 OB 的交点为 E ， $\triangle AOE$ 与梯形 $ECDB$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 ，比较它们的大小，可得（ ）



- A. $S_1 > S_2$
- B. $S_1 < S_2$
- C. $S_1 = S_2$
- D. S_1 、 S_2 的大小关系不能确定

【分析】易得 $\triangle AOC$ 和 $\triangle OBD$ 的面积相等，都减去公共部分 $\triangle OCE$ 的面积可得 S_1 、 S_2 的大小关系.

【解答】解：设点 A 的坐标为 (x, y) ，点 B 的坐标为 (a, b) ，

$\because A、B$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上，

$\therefore xy = 2, ab = 2,$

$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}xy = 1; S_{\triangle OBD} = \frac{1}{2}ab = 1.$

$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle OBD},$

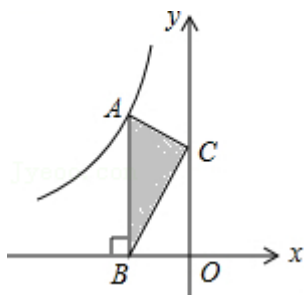
$\therefore S_{\triangle AOC} - S_{\triangle OCE} = S_{\triangle OBD} - S_{\triangle OCE},$

即 $S_1 = S_2.$

故选：C.

【点评】考查反比例函数的比例系数的意义；突破点是得到 $\triangle AOC$ 和 $\triangle OBD$ 的面积相等. 用到的知识点为：在反比例函数图象上的点的横纵坐标的积等于反比例函数的比例系数.

10. 如图，点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上的一点，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴，垂足为 B . 点 C 为 y 轴上的一点，连接 AC, BC . 若 $\triangle ABC$ 的面积为4，则 k 的值是（ ）



A. 4

B. -4

C. 8

D. -8

【分析】连接 OA ，如图，利用三角形面积公式得到 $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle ABC} = 4$ ，再根据反比例函数的比例系数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2}|k| = 4$ ，然后去绝对值即可得到满足条件的 k 的值。

【解答】解：连接 OA ，如图，

$\because AB \perp x$ 轴，

$\therefore OC \parallel AB$ ，

$\therefore S_{\triangle OAB} = S_{\triangle ABC} = 4$ ，

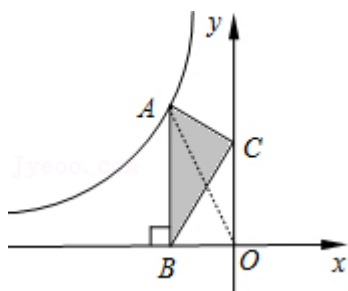
而 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}|k|$ ，

$\therefore \frac{1}{2}|k| = 4$ ，

$\because k < 0$ ，

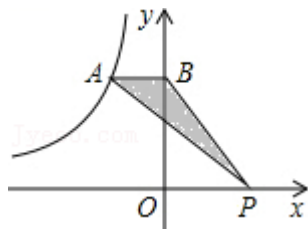
$\therefore k = -8$ 。

故选：D。



【点评】本题考查了反比例函数的比例系数 k 的几何意义：在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$ 。

11. 如图所示，点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上一点，过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B ，点 P 在 x 轴上，若 $\triangle ABP$ 的面积是 2，则 $k = \underline{-4}$ 。



【分析】由于同底等高的两个三角形面积相等，所以 $\triangle AOB$ 的面积 $= \triangle ABP$ 的面积 $= 2$ ，然后根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，知 $\triangle AOB$ 的面积 $= \frac{1}{2}|k|$ ，从而确定 k 的值，求出反比例函数的解析

式.

【解答】解：设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$.

$\because \triangle AOB$ 的面积 $= \triangle ABP$ 的面积 $= 2$, $\triangle AOB$ 的面积 $= \frac{1}{2}|k|$,

$$\therefore \frac{1}{2}|k| = 2,$$

$$\therefore k = \pm 4;$$

又 $\because$ 反比例函数的图象的一支位于第二象限,

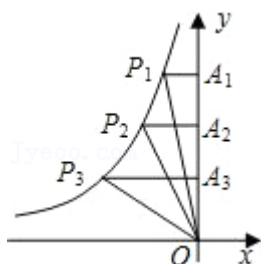
$$\therefore k < 0.$$

$$\therefore k = -4.$$

故答案为: -4 .

【点评】本题主要考查了待定系数法求反比例函数的解析式和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义. 这里体现了数形结合的思想, 做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

12. 如图, P_1, P_2, P_3 是双曲线上的三点, 过这三点分别作 y 轴的垂线, 得到三个 $\triangle P_1A_1O$, $\triangle P_2A_2O$, $\triangle P_3A_3O$, 设它们的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 则 S_1, S_2, S_3 的大小关系是 ()



- A. $S_1 = S_2 = S_3$ B. $S_1 = S_3 < S_2$ C. $S_2 > S_3 > S_1$ D. 无法确定

【分析】过双曲线上任意一点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 是个定值, 即 $S = \frac{1}{2}|k|$.

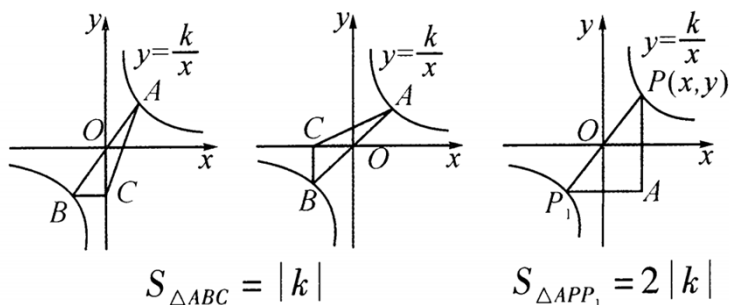
【解答】解: 由题意得: 直角三角形面积 S 是个定值, 即 $S = \frac{1}{2}|k|$.

所以 $S_1 = S_2 = S_3$.

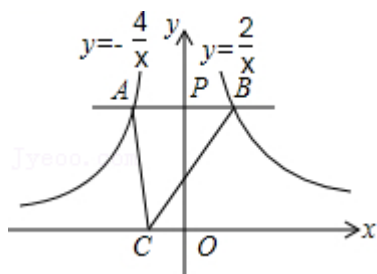
故选: A.

【点评】主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义, 即图象上的点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 的关系即 $S = \frac{1}{2}|k|$.

题型 3：两个象限内三角形的面积与 k 的关系



13. 如图，过 y 轴上任意一点 P ，作 x 轴的平行线，分别与反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 和 $y = \frac{2}{x}$ 的图象交于 A 点和 B 点，若 C 为 x 轴上任意一点，连接 AC ， BC ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 3。



【分析】先设 $P(0, b)$ ，由直线 $AB \parallel x$ 轴，则 A, B 两点的纵坐标都为 b ，而 A, B 分别在反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 和 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，可得到 A 点坐标为 $(-\frac{4}{b}, b)$ ， B 点坐标为 $(\frac{2}{b}, b)$ ，从而求出 AB 的长，然后根据三角形的面积公式计算即可。

【解答】解：设 $P(0, b)$ ，

$\because$ 直线 $AB \parallel x$ 轴，

$\therefore A, B$ 两点的纵坐标都为 b ，而点 A 在反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象上，

$\therefore$ 当 $y = b$ ， $x = -\frac{4}{b}$ ，即 A 点坐标为 $(-\frac{4}{b}, b)$ ，

又 $\because$ 点 B 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，

$\therefore$ 当 $y = b$ ， $x = \frac{2}{b}$ ，即 B 点坐标为 $(\frac{2}{b}, b)$ ，

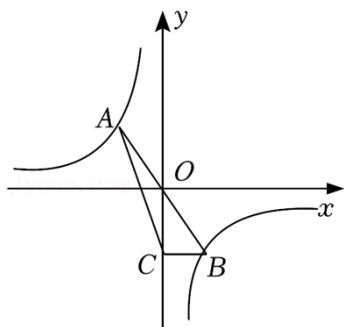
$\therefore AB = \frac{2}{b} - (-\frac{4}{b}) = \frac{6}{b}$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot OP = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{b} \cdot b = 3$ 。

故答案为：3。

【点评】本题考查的是反比例函数系数 k 的几何意义，即在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上任意一点向坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$ ，且保持不变。

14. 如图，在平面直角坐标系中，过原点 O 的直线交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象于 A, B 两点， $BC \perp y$ 轴于点 C ， $\triangle ABC$ 的面积为 6，则 k 的值为 -6。



【分析】根据反比例函数的对称性和反比例函数系数 k 的几何意义，可求出 $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 = \frac{1}{2}|k|$ ，再根据图象所在的象限确定 k 的值即可。

【解答】解：由对称性可知， $OA = OB$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$\because BC \perp y$ 轴， $\triangle ABC$ 的面积为 6，

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 = \frac{1}{2}|k|,$$

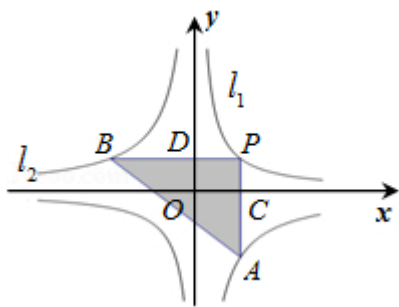
又 $\because k < 0$ ，

$$\therefore k = -6,$$

故答案为：-6。

【点评】本题考查反比例函数系数 k 的几何意义，掌握反比例函数系数 k 的几何意义以及反比例函数的性质是正确解答的关键。

15. 如图，两个反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象分别是 l_1 和 l_2 。设点 P 在 l_1 上， $PC \perp x$ 轴，垂足为 C ，交 l_2 于点 A ， $PD \perp y$ 轴，垂足为 D ，交 l_2 于点 B ，则 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ 。



【分析】设 P 的坐标是 $(a, \frac{1}{a})$ ，推出 A 的坐标和 B 的坐标，求出 $\angle APB = 90^\circ$ ，求出 PA 、 PB 的值，根据三角形的面积公式求出即可。

【解答】解：∵ 点 P 在 $y = \frac{1}{x}$ 上，

$$\therefore |x_p| \times |y_p| = |k| = 1,$$

∴ 设 P 的坐标是 $(a, \frac{1}{a})$ (a 为正数)，

∵ $PA \perp x$ 轴，

∴ A 的横坐标是 a ，

∵ A 在 $y = -\frac{2}{x}$ 上，

∴ A 的坐标是 $(a, -\frac{2}{a})$ ，

∵ $PB \perp y$ 轴，

∴ B 的纵坐标是 $\frac{1}{a}$ ，

∵ B 在 $y = -\frac{2}{x}$ 上，

$$\therefore \text{代入得: } \frac{1}{a} = -\frac{2}{x},$$

解得： $x = -2a$ ，

∴ B 的坐标是 $(-2a, \frac{1}{a})$ ，

$$\therefore PA = |\frac{1}{a} - (-\frac{2}{a})| = \frac{3}{a}, \quad PB = |a - (-2a)| = 3a,$$

∵ $PA \perp x$ 轴， $PB \perp y$ 轴， x 轴 $\perp y$ 轴，

∴ $PA \perp PB$ ，

$$\therefore \triangle PAB \text{ 的面积是: } \frac{1}{2} PA \times PB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{a} \times 3a = \frac{9}{2}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/958046013034006077>