

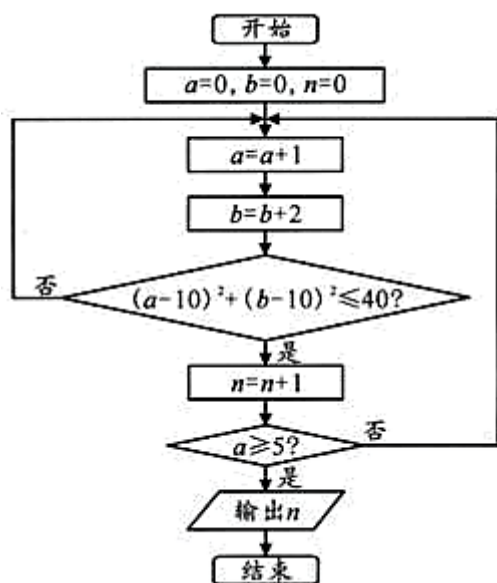
2023-2024 学年安徽省亳州市十八中高考冲刺数学模拟试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 偶函数 $f(x)$ 关于点 $(1, 0)$ 对称, 当 $-1 \leq x \leq 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 1$, 求 $f(2020) = (\quad)$
A. 2 B. 0 C. -1 D. 1
2. 已知向量 $\vec{a} = (-m, 4)$, $\vec{b} = (m, 1)$ (其中 m 为实数), 则“ $m = 2$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的 $(\quad)$
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 若 $a \cos B - b \cos A = \frac{c}{4}$, 则 $\frac{a^2 - b^2}{2c^2} = (\quad)$
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$
4. 复数 z 满足 $z(1-i) = |1-\sqrt{3}i|$, 则复数 z 等于 $(\quad)$
A. $1-i$ B. $1+i$ C. 2 D. -2
5. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 n 的值为 $(\quad)$



- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- 6.

现有甲、乙、丙、丁 4 名学生平均分成两个志愿者小组到校外参加两项活动,则乙、丙两人恰好参加同一项活动的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 4a_2 + 7a_3 + \dots + (3n-2)a_n = 4n$, 则 $a_2a_3 + a_3a_4 + \dots + a_{21}a_{22} =$ ()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

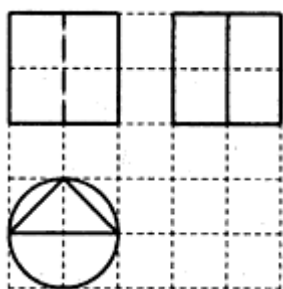
8. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{e^x} (x \in \mathbb{R})$, 若关于 x 的方程 $f(x) - m + 1 = 0$ 恰好有 3 个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(\frac{\sqrt{2e}}{2e}, 1)$ B. $(0, \frac{\sqrt{2e}}{2e})$ C. $(1, \frac{1}{e} + 1)$ D. $(1, \frac{\sqrt{2e}}{2e} + 1)$

9. 已知集合 $A = \{x | x < 0\}$, $B = \{x | x^2 + mx - 12 = 0\}$, 若 $A \cap B = \{-2\}$, 则 $m =$ ()

- A. 4 B. -4 C. 8 D. -8

10. 一个组合体的三视图如图所示 (图中网格小正方形的边长为 1), 则该几何体的体积是 ()



- A. $2\pi - \frac{1}{2}$ B. $2\pi - 1$ C. $2\pi - 2$ D. $2\pi - 4$

11. 已知直线 m, n 和平面 α , 若 $m \perp \alpha$, 则“ $m \perp n$ ”是“ $n // \alpha$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 不充分不必要

12. 已知 A, B, C, D 是球 O 的球面上四个不同的点, 若 $AB = AC = DB = DC = BC = 2$, 且平面 $DBC \perp$ 平面 ABC , 则球 O 的表面积为 ()

- A. $\frac{20\pi}{3}$ B. $\frac{15\pi}{2}$ C. 6π D. 5π

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若函数 $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a + x^2})$ 为偶函数, 则 $a =$ _____.

14. 《九章算术》第七章“盈不足”中第一题: “今有共买物, 人出八, 盈三钱; 人出七, 不足四, 问人数物价各几何?” 借用我们现在的说法可以表述为: 有几个人合买一件物品, 每人出 8 元, 则付完钱后还多 3 元; 若每人出 7 元, 则还

差 4 元才够付款.问他们的人数和物品价格? 答: 一共有_____人; 所合买的物品价格为_____元.

15. 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{ax^2}{2^x + 1}$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.

16. 已知向量 $\vec{m} = (1, 1)$, $\vec{n} = (2, -1)$, $\vec{g} = (1, \lambda)$, 若 $\vec{g} \perp (2\vec{m} + \vec{n})$, 则 $\lambda =$ _____.

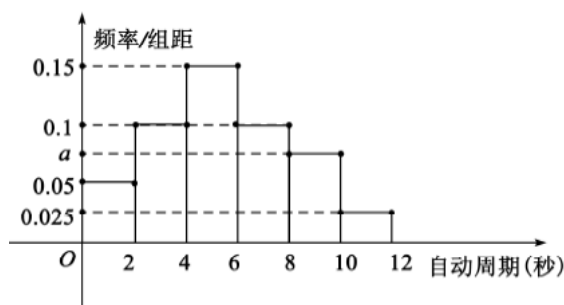
三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = xe^x + x^2 + ax + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $4x - 2y - 3 = 0$

(1) 求 a, b 的值;

(2) 证明: $f(x) > \ln x$.

18. (12 分) 我国在贵州省平塘县境内修建的 500 米口径球面射电望远镜 (FAST) 是目前世界上最大单口径射电望远镜. 使用三年来, 已发现 132 颗优质的脉冲星候选体, 其中有 93 颗已被确认为新发现的脉冲星, 脉冲星是上世纪 60 年代天文学的四大发现之一, 脉冲星就是正在快速自转的中子星, 每一颗脉冲星每两脉冲间隔时间 (脉冲星的自转周期) 是-定的, 最小小到 0.0014 秒, 最长的也不过 11.765735 秒. 某-天文研究机构观测并统计了 93 颗已被确认为新发现的脉冲星的自转周期, 绘制了如图的频率分布直方图.



(1) 在 93 颗新发现的脉冲星中, 自转周期在 2 至 10 秒的大约有多少颗?

(2) 根据频率分布直方图, 求新发现脉冲星自转周期的平均值.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x \ln x$, 函数 $g(x) = x + \frac{a}{x} - (\ln x)^2$, 其中 $a \in R$, x_0 是 $g(x)$ 的一个极值点, 且

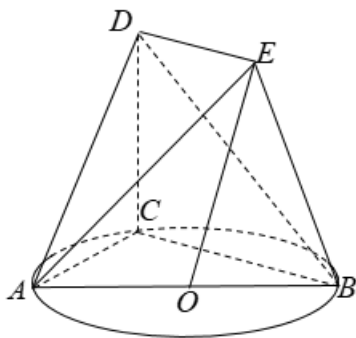
$g(x_0) = 2$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性

(2) 求实数 x_0 和 a 的值

(3) 证明 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{4k^2 - 1}} > \frac{1}{2} \ln(2n+1) \quad (n \in N^*)$

20. (12 分) 如图, 点 C 是以 AB 为直径的圆 O 上异于 A, B 的一点, 直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 O 所在平面垂直, 且 $DE \parallel BC, DC \perp BC$, $DE = \frac{1}{2} BC = 2, AC = CD = 3$.



(1) 证明: $EO \parallel$ 平面 ACD ;

(2) 求点 E 到平面 ABD 的距离.

21. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A 、 B , 焦距为 2, 点 P 为椭圆上异于 A 、 B 的点, 且直线 PA 和 PB 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 AP 与 y 轴的交点为 Q , 过坐标原点 O 作 $OM \parallel AP$ 交椭圆于点 M , 试探究 $\frac{|AP| \cdot |AQ|}{|OM|^2}$ 是否为定值, 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

22. (10 分) 已知椭圆 C 的短轴的两个端点分别为 $A(0, 1)$ 、 $B(0, -1)$, 焦距为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知直线 $y = m$ 与椭圆 C 有两个不同的交点 M 、 N , 设 D 为直线 AN 上一点, 且直线 BD 、 BM 的斜率的积为 $-\frac{1}{4}$. 证明: 点 D 在 x 轴上.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

推导出函数 $y = f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数, 由此可得出 $f(2020) = f(0)$, 代值计算即可.

【详解】

由于偶函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称, 则 $f(-x) = f(x)$, $f(2+x) + f(-x) = 0$,

$\therefore f(x+2) = -f(-x) = -f(x)$, 则 $f(x+4) = -f(x+2) = f(x)$,

所以, 函数 $y = f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数,

由于当 $-1 \leq x \leq 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 1$, 则 $f(2020) = f(4 \times 505) = f(0) = 1$.

故选: D.

【点睛】

本题考查利用函数的对称性和奇偶性求函数值, 推导出函数的周期性是解答的关键, 考查推理能力与计算能力, 属于中等题.

2、A

【解析】

结合向量垂直的坐标表示, 将两个条件相互推导, 根据能否推导的情况判断出充分、必要条件.

【详解】

由 $m = 2$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2, 4) \cdot (2, 1) = -4 + 4 = 0$, 所以 $\vec{a} \perp \vec{b}$; 而

当 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-m, 4) \cdot (m, 1) = -m^2 + 4 = 0$, 解得 $m = 2$ 或 $m = -2$. 所以

“ $m = 2$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的充分不必要条件.

故选: A

【点睛】

本小题考查平面向量的运算, 向量垂直, 充要条件等基础知识; 考查运算求解能力, 推理论证能力, 应用意识.

3、D

【解析】

利用余弦定理角化边整理可得结果.

【详解】

由余弦定理得: $a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} - b \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{c}{4}$,

整理可得: $a^2 - b^2 = \frac{c^2}{4}$, $\therefore \frac{a^2 - b^2}{2c^2} = \frac{1}{8}$.

故选: D.

【点睛】

本题考查余弦定理边角互化的应用, 属于基础题.

4、B

【解析】

通过复数的模以及复数的代数形式混合运算，化简求解即可.

【详解】

复数 z 满足 $z(1-i) = |1-\sqrt{3}i| = 2$,

$$\therefore z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i,$$

故选 B.

【点睛】

本题主要考查复数的基本运算，复数模长的概念，属于基础题.

5、B

【解析】

列出循环的每一步，进而可求得输出的 n 值.

【详解】

根据程序框图，执行循环前： $a=0$ ， $b=0$ ， $n=0$ ，

执行第一次循环时： $a=1$ ， $b=2$ ， 所以： $9^2+8^2 \leq 40$ 不成立.

继续进行循环，...

当 $a=4$ ， $b=8$ 时， $6^2+2^2=40$ 成立， $n=1$ ，

由于 $a \geq 5$ 不成立，执行下一次循环，

$a=5$ ， $b=10$ ， $5^2+0^2 \leq 40$ 成立， $n=2$ ， $a \geq 5$ 成立，输出的 n 的值为 2.

故选：B.

【点睛】

本题考查的知识要点：程序框图的循环结构和条件结构的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力，属于基础题型.

6、B

【解析】

求得基本事件的总数为 $n = \frac{C_4^2 C_2^2}{A_2^2} \times A_2^2 = 6$ ，其中乙丙两人恰好参加同一项活动的基本事件个数为 $m = C_2^2 C_2^2 A_2^2 = 2$ ，利

用古典概型及其概率的计算公式，即可求解.

【详解】

由题意, 现有甲乙丙丁 4 名学生平均分成两个志愿者小组到校外参加两项活动,

$$\text{基本事件的总数为 } n = \frac{C_4^2 C_2^2}{A_2^2} \times A_2^2 = 6,$$

$$\text{其中乙丙两人恰好参加同一项活动的基本事件个数为 } m = C_2^2 C_2^2 A_2^2 = 2,$$

$$\text{所以乙丙两人恰好参加同一项活动的概率为 } p = \frac{m}{n} = \frac{1}{3}, \text{ 故选 B.}$$

【点睛】

本题主要考查了排列组合的应用, 以及古典概型及其概率的计算问题, 其中解答中合理应用排列、组合的知识求得基本事件的总数和所求事件所包含的基本事件的个数, 利用古典概型及其概率的计算公式求解是解答的关键, 着重考查了运算与求解能力, 属于基础题.

7、C

【解析】

利用 $(3n-2)a_n$ 的前 n 项和求出数列 $\{(3n-2)a_n\}$ 的通项公式, 可计算出 a_n , 然后利用裂项法可求出

$a_2a_3 + a_3a_4 + \dots + a_{21}a_{22}$ 的值.

【详解】

$$Q a_1 + 4a_2 + 7a_3 + \dots + (3n-2)a_n = 4n.$$

当 $n=1$ 时, $a_1=4$;

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, 由 } a_1 + 4a_2 + 7a_3 + \dots + (3n-2)a_n = 4n,$$

$$\text{可得 } a_1 + 4a_2 + 7a_3 + \dots + (3n-5)a_{n-1} = 4(n-1),$$

$$\text{两式相减, 可得 } (3n-2)a_n = 4, \text{ 故 } a_n = \frac{4}{3n-2},$$

$$\text{因为 } a_1=4 \text{ 也适合上式, 所以 } a_n = \frac{4}{3n-2}.$$

$$\text{依题意, } a_{n+1}a_{n+2} = \frac{16}{(3n+1)(3n+4)} = \frac{16}{3} \left(\frac{1}{3n+1} - \frac{1}{3n+4} \right),$$

$$\text{故 } a_2a_3 + a_3a_4 + \dots + a_{21}a_{22} = \frac{16}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{64} \right) = \frac{16}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{64} \right) = \frac{5}{4}.$$

故选: C.

【点睛】

本题考查利用 S_n 求 a_n , 同时也考查了裂项求和法, 考查计算能力, 属于中等题.

8、D

【解析】

讨论 $x > 0$ ， $x = 0$ ， $x < 0$ 三种情况，求导得到单调区间，画出函数图像，根据图像得到答案.

【详解】

当 $x > 0$ 时， $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$ ，故 $f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x}e^x}$ ，函数在 $(0, \frac{1}{2})$ 上单调递增，在 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 上单调递减，且

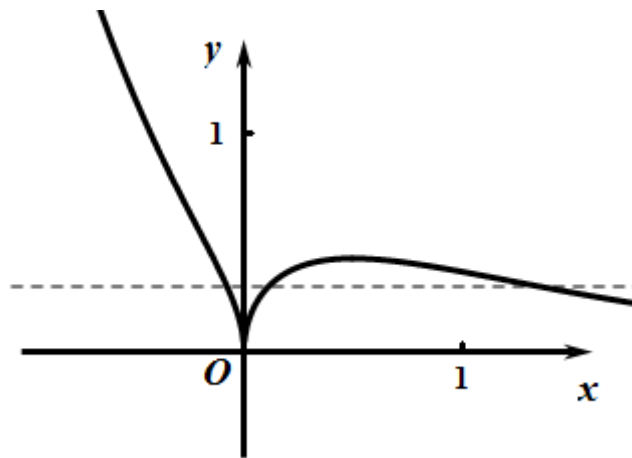
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2e}}{2e};$$

当 $x = 0$ 时， $f(0) = 0$;

当 $x < 0$ 时， $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{e^x}$ ， $f'(x) = -\frac{1-2x}{2\sqrt{x}e^x} < 0$ ，函数单调递减；

如图所示画出函数图像，则 $0 < m-1 < f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2e}}{2e}$ ，故 $m \in (1, \frac{\sqrt{2e}}{2e} + 1)$.

故选：D.



【点睛】

本题考查了利用导数求函数的零点问题，意在考查学生的计算能力和应用能力.

9、B

【解析】

根据交集的定义， $A \cap B = \{-2\}$ ，可知 $-2 \in B$ ，代入计算即可求出 m .

【详解】

由 $A \cap B = \{-2\}$ ，可知 $-2 \in B$ ，

又因为 $B = \{x \mid x^2 + mx - 12 = 0\}$,

所以 $x = -2$ 时, $(-2)^2 - 2m - 12 = 0$,

解得 $m = -4$.

故选: B.

【点睛】

本题考查交集的概念, 属于基础题.

10、C

【解析】

根据组合几何体的三视图还原出几何体, 几何体是圆柱中挖去一个三棱柱, 从而解得几何体的体积.

【详解】

由几何体的三视图可得,

几何体的结构是在一个底面半径为 1 的圆、高为 2 的圆柱中挖去一个底面腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形、高为 2 的棱柱,

故此几何体的体积为圆柱的体积减去三棱柱的体积,

$$\text{即 } V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 = 2\pi - 2,$$

故选 C.

【点睛】

本题考查了几何体的三视图问题、组合几何体的体积问题, 解题的关键是要能由三视图还原出组合几何体, 然后根据几何体的结构求出其体积.

11、B

【解析】

由线面关系可知 $m \perp n$, 不能确定 n 与平面 α 的关系, 若 $n // \alpha$ 一定可得 $m \perp n$, 即可求出答案.

【详解】

$$\text{Q } m \perp \alpha, m \perp n,$$

不能确定 $n \subset \alpha$ 还是 $n \not\subset \alpha$,

$$\therefore m \perp n \not\Rightarrow n // \alpha,$$

当 $n // \alpha$ 时, 存在 $a \subset \alpha$, $n // a$,

$$\text{由 } m \perp \alpha \Rightarrow m \perp a,$$

又 $n \parallel a$, 可得 $m \perp n$,

所以“ $m \perp n$ ”是“ $n \parallel \alpha$ ”的必要不充分条件,

故选: B

【点睛】

本题主要考查了必要不充分条件, 线面垂直, 线线垂直的判定, 属于中档题.

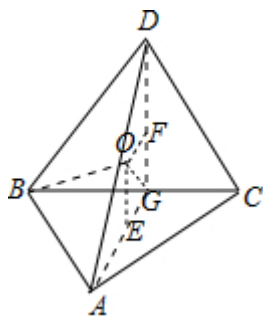
12、 A

【解析】

由题意画出图形, 求出多面体外接球的半径, 代入表面积公式得答案.

【详解】

如图,



取 BC 中点 G , 连接 AG , DG , 则 $AG \perp BC$, $DG \perp BC$,

分别取 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的外心 E , F , 分别过 E , F 作平面 ABC 与平面 DBC 的垂线, 相交于 O ,

则 O 为四面体 $A-BCD$ 的球心,

由 $AB = AC = DB = DC = BC = 2$, 得正方形 $OEGF$ 的边长为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $OG = \frac{\sqrt{6}}{3}$,

$\therefore$ 四面体 $A-BCD$ 的外接球的半径 $R = \sqrt{OG^2 + BG^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5}{3}}$,

$\therefore$ 球 O 的表面积为 $4\pi \times \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = \frac{20\pi}{3}$.

故选 A .

【点睛】

本题考查多面体外接球表面积的法, 考查空间想象能力与思维能力, 是中档题.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13、 1

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/958075061137006055>