

2025 二轮复习专项训练 11

平面向量

[考情分析] 1.平面向量是高考的热点和重点,命题突出向量的基本运算与工具性,在解答题中常与三角函数、直线和圆锥曲线的位置关系问题相结合,主要以条件的形式出现,涉及向量共线、数量积等.2.常以选择题、填空题的形式考查平面向量的基本运算,中低等难度;平面向量在解答题中一般为中等难度.

【练前疑难讲解】

一、平面向量的线性运算

常用结论:

(1)已知 O 为平面上任意一点,则 A, B, C 三点共线的充要条件是存在 s, t , 使得 $\vec{OC} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$, 且 $s+t=1, s, t \in \mathbf{R}$.

(2)在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 则 $\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

(3)在 $\triangle ABC$ 中, O 是 $\triangle ABC$ 内一点, 若 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \mathbf{0}$, 则 O 是 $\triangle ABC$ 的重心.

二、平面向量的数量积

1. 若 $\mathbf{a} = (x, y)$, 则 $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2. 若 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

3. 若 $\mathbf{a} = (x_1, y_1), \mathbf{b} = (x_2, y_2)$, θ 为 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角, 则 $\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$.

三、平面向量的综合运算

解决向量的综合性问题时,根据向量的几何意义或者数量积的定义与坐标运算研究最值问题及图形的几何性质.

一、单选题

1. (2023·全国·高考真题) 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = \sqrt{2}$, 且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \mathbf{0}$, 则

$\cos \langle \vec{a} - \vec{c}, \vec{b} - \vec{c} \rangle = (\quad)$

A. $-\frac{4}{5}$

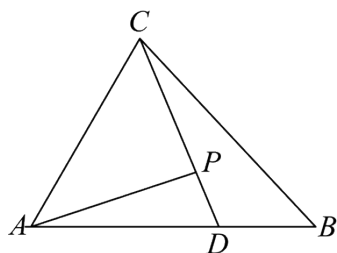
B. $-\frac{2}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

2. (2024·吉林延边·一模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $\vec{AD} = 2\vec{DB}$, P 为 CD 上一点,

且 $\vec{AP} = m\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$, 若 $|\vec{AC}| = 3, |\vec{AB}| = 4$, 则 $\vec{AP} \cdot \vec{CD}$ 的值为 $(\quad)$



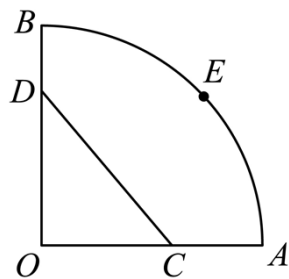
- A. $-\frac{7}{6}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $-\frac{13}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

二、多选题

3. (2024·广东·一模) 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\tan \alpha = \sqrt{3}$
 B. 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 C. 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$
 D. 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相反, 则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量的坐标是 $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

4. (2022·广东·二模) 如图, 已知扇形 OAB 的半径为 1, $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, 点 C 、 D 分别为线段 OA 、 OB 上的动点, 且 $CD = 1$, 点 E 为 $\widehat{AB}$ 上的任意一点, 则下列结论正确的是 ()



- A. $\vec{OE} \cdot \vec{AB}$ 的最小值为 0 B. $\vec{EA} \cdot \vec{EB}$ 的最小值为 $1 - \sqrt{2}$
 C. $\vec{EC} \cdot \vec{ED}$ 的最大值为 1 D. $\vec{EC} \cdot \vec{ED}$ 的最小值为 0

三、填空题

5. (2022·上海虹口·二模) 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}$, 则

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. (2023·上海杨浦·三模) 对任意两个非零的平面向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$, 定义 $\vec{a} \circ \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}}$, 若平面

向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| \geq |\vec{b}| > 0$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $\theta \in (0, \frac{\pi}{4})$, 且 $\vec{a} \circ \vec{b}$ 和 $\vec{b} \circ \vec{a}$ 都在集合 $\left\{ \frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$

中, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

参考答案:

题号	1	2	3	4						
答案	D	D	ABD	BCD						

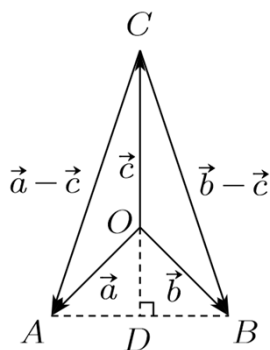
1. D

【分析】作出图形, 根据几何意义求解.

【详解】因为 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 所以 $\vec{a} + \vec{b} = -\vec{c}$,

即 $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{c}^2$, 即 $1 + 1 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, 所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

如图, 设 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$,



由题知, $OA = OB = 1$, $OC = \sqrt{2}$, $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形,

AB 边上的高 $OD = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AD = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $CD = CO + OD = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$,

$\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD} = \frac{1}{3}$, $\cos \angle ACD = \frac{3}{\sqrt{10}}$,

$\cos \langle \vec{a} - \vec{c}, \vec{b} - \vec{c} \rangle = \cos \angle ACB = \cos 2\angle ACD = 2\cos^2 \angle ACD - 1$

$= 2 \times \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right)^2 - 1 = \frac{4}{5}$.

故选:D.

2. D

【分析】结合题意可知 P, C, D 三点共线, 进而得到 $m = \frac{1}{4}$, 利用向量基本定理表示出

$\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, 进而表示出 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CD}$ 计算即可.

【详解】因为 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, 所以 $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$,

所以 $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$,

因为 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, 所以 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} = m\overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$,

即 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$,

因为 P, C, D 三点共线, 所以 $m + \frac{3}{4} = 1$, 解得 $m = \frac{1}{4}$,

所以 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,

而 $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$,

所以 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CD} = \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right)$,

即 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}^2 = \frac{16}{3} - 2 - \frac{9}{4} = \frac{13}{12}$.

故选: D.

3. ABD

【分析】利用向量共线的坐标表示判断 A; 利用垂直的坐标表示判断 B; 利用数量积的运算律求解判断 C; 求出投影向量的坐标判断 D.

【详解】向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$,

对于 A, 由 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 得 $\sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha$, 因此 $\tan \alpha = \sqrt{3}$, A 正确;

对于 B, 由 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 得 $\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha = 0$, 因此 $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, B 正确;

对于 C, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$,

因此 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{3}$, C 错误;

对于 D, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相反, 则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{a} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, D 正确.

故选: ABD

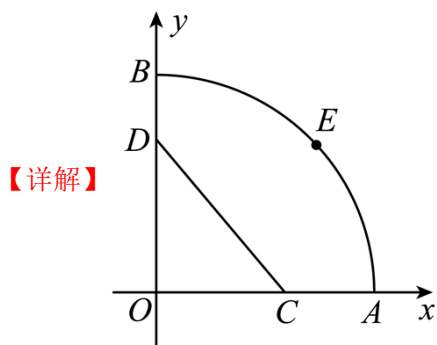
4. BCD

【分析】以 O 为原点建立如图所示的直角坐标系, 得 $B(0,1)$, $A(1,0)$, 设 $\angle EOA = \theta$, 则

$E(\cos \theta, \sin \theta) \left(\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \right)$, 求出 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OE} = \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$, 利用 θ 的范围可判断 A;

求出 $\overrightarrow{EA}$ 、 $\overrightarrow{EB}$ 的坐标, 由 $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = 1 - \sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)$, 利用 θ 的范围可判断 B; 设

$C(t, 0) (t \in [0, 1])$, 可得 $D(0, \sqrt{1-t^2})$, 求出 $\overrightarrow{EC}$ 、 $\overrightarrow{ED}$, 由 $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED} = 1 - \sin(\theta + \varphi)$, 利用 t 、 φ 、 θ , 的范围可判断 CD.



以 O 为原点建立如图所示的直角坐标系, 所以 $B(0,1)$, $A(1,0)$,

设 $\angle EOA = \theta$, 则 $E(\cos \theta, \sin \theta) \left(\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \right)$, $\overrightarrow{OE} = (\cos \theta, \sin \theta)$,

$\overrightarrow{AB} = (-1, 1)$, 所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OE} = \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$,

因为 $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 所以 $\theta - \frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, 所以 $\sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$,

所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OE} \in [-1, 1]$, $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最小值为 -1 , 故 A 错误;

$\overrightarrow{EA} = (1 - \cos \theta, -\sin \theta)$, $\overrightarrow{EB} = (-\cos \theta, 1 - \sin \theta)$,

所以 $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = -\cos \theta + \cos^2 \theta - \sin \theta + \sin^2 \theta = 1 - \sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)$,

因为 $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 所以 $\theta + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$, 所以 $\sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$,

所以 $1 - \sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) \in [1 - \sqrt{2}, 0]$, $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} \in [1 - \sqrt{2}, 0]$,

$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ 的最小值为 $1 - \sqrt{2}$, 故 B 正确;

设 $C(t, 0) (t \in [0, 1])$, 又 $|CD| = 1$, 所以 $|OD| = \sqrt{1-t^2}$, 可得 $D(0, \sqrt{1-t^2})$,

$\overrightarrow{EC} = (t - \cos \theta, -\sin \theta)$, $\overrightarrow{ED} = (-\cos \theta, \sqrt{1-t^2} - \sin \theta)$,

所以 $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED} = t \cos \theta + \cos^2 \theta - \sqrt{1-t^2} \sin \theta + \sin^2 \theta = 1 - (t \cos \theta + \sqrt{1-t^2} \sin \theta)$

$= 1 - \sin(\theta + \varphi)$, 其中 $\cos \varphi = \sqrt{1-t^2}$, $\sin \varphi = t$,

又 $t \in [0, 1]$, 所以 $\cos \varphi, \sin \varphi \in [0, 1]$, 所以 $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $\varphi + \theta \in [0, \pi]$,

$\sin(\varphi + \theta) \in [0, 1]$, $-\sin(\varphi + \theta) \in [-1, 0]$, 所以 $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED} \in [0, 1]$,

$\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED}$ 的最小值为 0, 故 CD 正确.

故选: BCD.

5. $\sqrt{7}$

【分析】根据模长公式及向量的数量积公式求解即可.

【详解】由 $|a+b| = \sqrt{3}$ 可得, $|a|^2 + 2a \cdot b + |b|^2 = 3$, 即 $4 + 2a \cdot b + 1 = 3$, 解得: $a \cdot b = -1$,

所以 $|a-b| = \sqrt{|a|^2 - 2a \cdot b + |b|^2} = \sqrt{4+2+1} = \sqrt{7}$.

故答案为: $\sqrt{7}$.

6. $\frac{3}{2}$

【分析】由题意可设 $m \in \mathbf{Z}$, $t \in \mathbf{Z}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{m}{2}$, $\vec{b} \cdot \vec{a} = \frac{t}{2}$, 得 $\cos^2 \theta = \frac{mt}{4} \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 对 m, t 进行赋值即可得出 m, t 的值, 进而得出结论.

【详解】因为 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{b \cdot b} = \frac{|a| \cos \theta}{|b|} \in \left\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbf{Z}\right\}$, 故 $\vec{b} \cdot \vec{a} = \frac{|b| \cos \theta}{|a|} \in \left\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbf{Z}\right\}$.

又由 $|a| \geq |b| > 0$, 则 $\frac{|a|}{|b|} \geq 1$, $0 < \frac{|b|}{|a|} \leq 1$, 可设 $m \in \mathbf{Z}$, $t \in \mathbf{Z}$, 令 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{m}{2}$, $\vec{b} \cdot \vec{a} = \frac{t}{2}$, 且

$m \geq t > 0$,

又夹角 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 所以 $\cos^2 \theta = \frac{mt}{4} \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$,

对 m, t 进行赋值即可得出 $\begin{cases} m=3 \\ t=1 \end{cases}$, 所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{m}{2} = \frac{3}{2}$.

故答案为: $\frac{3}{2}$.

【基础保分训练】

一、单选题

1. (2024·山西朔州·一模) 已知 $|\vec{a}|=2, \vec{b}=(\sqrt{2}, 1)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a}-2\vec{b}|=$ ()
- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$
2. (2023·广东茂名·一模) 在 $\triangle ABC$ 中, $\vec{AB}=\vec{c}, \vec{AC}=\vec{b}$, 若点 M 满足 $\vec{MC}=2\vec{BM}$, 则 $\vec{AM}=$ ()
- A. $\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{c}$ B. $\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{3}\vec{c}$ C. $\frac{5}{3}\vec{c}-\frac{2}{3}\vec{b}$ D. $\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$
3. (2023·安徽·一模) 在三角形 ABC 中, $AC=3, AB=4, \angle CAB=120^\circ$, 则 $(\vec{AB}+\vec{AC})\cdot\vec{AB}=$ ()
- A. 10 B. 12 C. -10 D. -12
4. (2024·广东江苏·高考真题) 已知向量 $\vec{a}=(0,1), \vec{b}=(2,x)$, 若 $\vec{b} \perp (\vec{b}-4\vec{a})$, 则 $x=$ ()
- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
5. (2023·重庆·模拟预测) 在正方形 $ABCD$ 中, 动点 E 从点 B 出发, 经过 C, D , 到达 A , $\vec{AE}=\lambda\vec{AB}+\mu\vec{AC}$, 则 $\lambda+\mu$ 的取值范围是 ()
- A. $[-1,1]$ B. $[0,1]$ C. $[-1,2]$ D. $[0,2]$
6. (2023·浙江温州·二模) 物理学中, 如果一个物体受到力的作用, 并在力的方向上发生了一段位移, 我们就说这个力对物体做了功, 功的计算公式: $W=\vec{F}\cdot\vec{S}$ (其中 W 是功, $\vec{F}$ 是力, $\vec{S}$ 是位移) 一物体在力 $\vec{F}_1=(2,4)$ 和 $\vec{F}_2=(-5,3)$ 的作用下, 由点 $A(1,0)$ 移动到点 $B(2,4)$, 在这个过程中这两个力的合力对物体所作的功等于 ()
- A. 25 B. 5 C. -5 D. -25
7. (23-24 高三上·宁夏银川·阶段练习) 如果向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 θ , 我们就称 $\vec{a}\times\vec{b}$ 为向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的“向量积”, $\vec{a}\times\vec{b}$ 还是一个向量, 它的长度为 $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\sin\theta$, 如果 $|\vec{a}|=10, |\vec{b}|=2, \vec{a}\cdot\vec{b}=-12$, 则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ ()
- A. -16 B. 16 C. -20 D. 20
8. (2023·福建福州·二模) 已知 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$, 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 120° , 则 $2\vec{a}-\vec{b}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为 ()
- A. $-3\vec{b}$ B. $-\frac{3}{2}\vec{b}$ C. $-\frac{1}{2}\vec{b}$ D. $3\vec{b}$

二、多选题

9. (2023·河北·模拟预测) 下列命题不正确的是 ()

A. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

B. 三个数 a, b, c 成等比数列的充要条件是 $b^2 = ac$

C. 向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 共线的充要条件是有且仅有一个实数 λ , 使 $\vec{b} = \lambda \vec{a}$

D. 已知命题 $p: \forall x > 0$ 时, $\frac{x}{e^x} > 0$, 则命题 p 的否定为: $\exists x > 0$ 时, $\frac{x}{e^x} \leq 0$

10. (2023·广东汕头·二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 2$, $AC = 5$, $\angle BAC = 60^\circ$, BC , AC 边上的两条中线 AM , BN 相交于点 P , 下列结论正确的是 ()

A. $AM = \frac{\sqrt{39}}{2}$

B. $BN = \frac{\sqrt{21}}{2}$

C. $\angle MPN$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{21}$

D. $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$

11. (22-23 高一下·浙江衢州·阶段练习) 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-1, m)$, 则正确的是 ()

A. 若 $m = 1$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$

B. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m = 2$

C. 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角, 则 $m > -\frac{1}{2}$

D. 若向量 $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$ 同向的单位向量, 则

$$\vec{c} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5} \right)$$

三、填空题

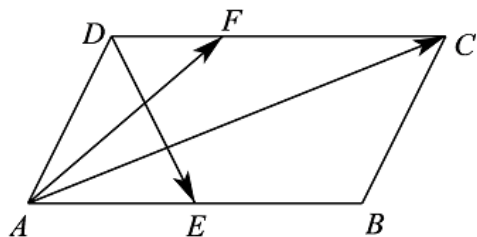
12. (2023·广西·模拟预测) 已知向量 $\vec{a} = (t-2, 3)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 且 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \parallel \vec{b}$, 则

$|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (22-23 高三下·湖南长沙·阶段练习) 设平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 60° , 且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量是_____.

14. (21-22 高一下·北京·阶段练习) 如图, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\vec{AE} = \frac{1}{2} \vec{AB}$, $\vec{DF} = \frac{1}{2} \vec{FC}$, 若 $\vec{AF} = \lambda \vec{AC} + \mu \vec{DE}$, 则 $\lambda - \mu$ 的值为_____.



参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	A	D	B	A	B	B	ABC	ABD
题号	11									
答案	ABD									

1. C

【分析】利用向量的数量积可求 $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.

【详解】因为 $\vec{b} = (\sqrt{2}, 1)$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\vec{b}^2 = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$,

则 $|\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 4 - 0 + 4 \times 3 = 16$, 故 $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$,

故选：C.

2. A

【分析】根据题意结合向量的线性运算求解.

【详解】由题意可得：

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}.$$

故选：A.

3. A

【分析】根据向量的数量积公式求得结果.

【详解】记 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 则 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 120^\circ$,

$$\text{Q } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 120^\circ = 12 \cos 120^\circ = -6,$$

$$\therefore (\vec{b} + \vec{a}) \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 16 - 6 = 10.$$

故选：A.

4. D

【分析】根据向量垂直的坐标运算可求 x 的值.

【详解】因为 $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$ ，所以 $\vec{b} \cdot (\vec{b} - 4\vec{a}) = 0$ ，

所以 $\vec{b}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 即 $4 + x^2 - 4x = 0$ ，故 $x = 2$ ，

故选：D.

5. B

【分析】建立平面直角坐标系，写成点的坐标，分点 E 在 BC ， CD ， AD 三种情况，求出 $\lambda + \mu$ 的取值范围.

【详解】以 B 为坐标原点， AB ， BC 所在直线分别为 x 轴， y 轴，建立平面直角坐标系，
设 $AB = 1$ ，则 $B(0,0), A(1,0), C(0,1), D(1,1)$ ，

当点 E 在 BC 上时，设 $E(0, m), m \in [0, 1]$ ，

则 $(-1, m) = \lambda(-1, 0) + \mu(-1, 1)$ ，即 $\begin{cases} -\lambda - \mu = -1 \\ m = \mu \end{cases}$ ，故 $\lambda + \mu = 1$ ，

当点 E 在 CD 上时，设 $E(t, 1), t \in [0, 1]$ ，

则 $(t-1, 1) = \lambda(-1, 0) + \mu(-1, 1)$ ，即 $\begin{cases} -\lambda - \mu = t-1 \\ \mu = 1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} \lambda = -t \\ \mu = 1 \end{cases}$ ，

故 $\lambda + \mu = 1 - t \in [0, 1]$ ，

当点 E 在 AD 上时，设 $E(1, u), u \in [0, 1]$ ，

则 $(0, u) = \lambda(-1, 0) + \mu(-1, 1)$ ，即 $\begin{cases} -\lambda - \mu = 0 \\ \mu = u \end{cases}$ ，故 $\lambda + \mu = 0$

综上， $\lambda + \mu$ 的取值范围是 $\lambda + \mu \in [0, 1]$ 。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/958133014017007014>