中考压轴题难点突破 6

《与几何变换相关的探究题》教学设计

一、教材分析

1. 教材内容:中考压轴题难点突破——几何变换图形探究.

2. 教材的地位、特点与作用

运动与变化是数学研究中一种基本方法. 平移、翻折（轴对称）、旋转是图形变换的常见三种形式. 平移与翻折都是关于直线运动的，而旋转是关于点运动的. 因此，旋转是对图形运动的完善与补充. 从变换的角度来研究诸如等腰直角三角形、等边三角形、正方形等图形的结构有助于对这些几何图形有更本质的认识.

通过对几何图形变换内容的复习，既培养了学生动手操作的能力，又培养了他们用数学的方法解决有关问题的能力. 通过对数与形的有关问题的解决，使得学生数学思维又提升一个层次.

二、学情分析

在学习本节课前，学生已经学了平移、旋转和翻折（轴对称）的相关知识，对于图形的变换已经有所认识. 初三的学生逻辑思维从经验型逐步向理论型发展，观察能力、记忆能力和想象能力也随之迅速发展. 部分学生对平移和轴对称掌握得很好，也对旋转（中心对称）概念和性质的理解以及作旋转（中心对称）的图像掌握较好，但由于相比较平移和轴对称，旋转变换的图形关系打破了图形的均衡与匀称的关系，识别图形之间的关系相对困难， 在本节课的教学中，仍需教师重点的引导和梳理.

三、课程目标

（一）教学目标

1.知识目标：会识别几何变换图形，并能运用平移、轴对称、旋转变换解决一些有关图形变换的问题； 灵活运用旋转等解决有关综合题.

2.过程性目标：使学生经历对平移、轴对称、旋转图形的分析、画图等过程，多角度地感受几何图形的变换，让学生通过问题串的探究，培养学生探究、分析解决问题的能力.

3.情感目标：通过合作学习，建立学生学习数学的自信，在问题研究过程，培养学生合作交流意识和探究新知的创新能力。

（二）教学重点与难点

教学重点：从变换角度观察图形，利用平移、轴对称、旋转性质分析问题，解决有关的综合题。

教学难点：旋转性质的灵活运用，基本几何图形的旋转及识图、作图能力.

四、教法学法分析

教法:《与几何变换相关的探究题》我设计了 2个课时。 主要采用“发展教学模式”，教学程式为: 梳理基本知识——观察、分析迁移——构建解决问题方法——问题解决过程——归纳领悟，形成能力. 教学各环节中，适时采用多媒体设备展示学生的成果，提高课堂的效率; 借助几何画板演示动态的旋转图形，直观、形象地呈现图形的旋转过程，使信息技术与教学内容有机整合，真正为教学服务.

学法：采用讲练+探究模式. 这种模式就是大家先做题，然后针对某个主题，发表各自的见解，互相意见碰撞，激发出意想不到的思维成果， 是一种深度学习+探究模式，有效的探究方式，每个活动要求做到:(一)请先独立完成审题、思考、训练；（二）培优班成员交流活动情况，成员尝试解决有疑问的题目，可讨论、交流、合作；（三）将有代表性的问题进行汇总，归纳，最后达到一定的解题能力。

五、课前准备

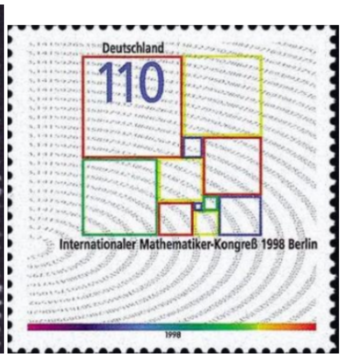
学生：准备工具袋（圆规、三角板、直尺等），格子图纸，白纸；

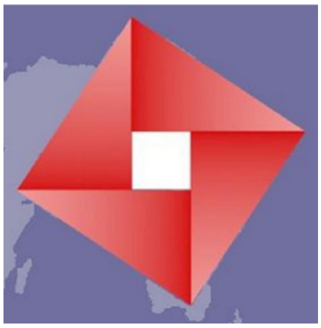
教师：导学案、多媒体课件、几何画板动态演示图

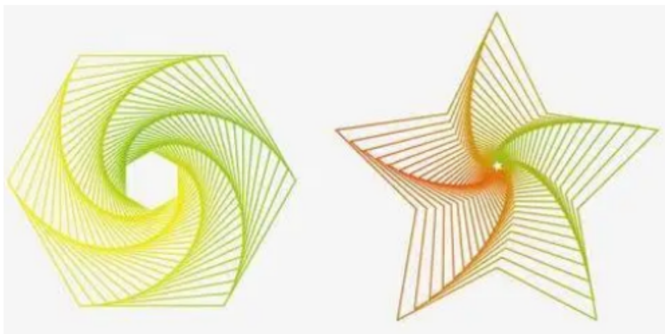
六、教学过程设计

（一）、梳理基本知识：

1.生活中的数学图形

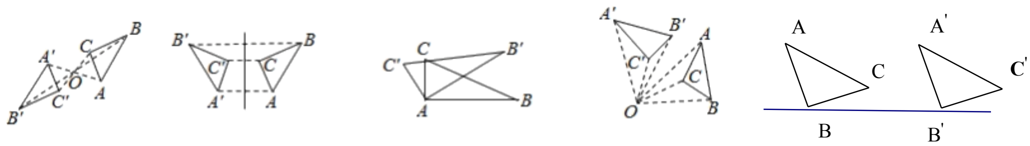






2．下列关于△ABC 与△$A'B'C'$的几何变换中，配对正确的是（　）

Ⅰ．轴对称；Ⅱ．中心对称；Ⅲ．旋转；Ⅳ．平移．



①　②　③　④　⑤

A．①﹣Ⅰ，②﹣Ⅱ，③﹣Ⅲ，④﹣Ⅳ，⑤-Ⅳ

B．①﹣Ⅱ，②﹣Ⅰ，③﹣Ⅲ，④﹣Ⅲ，⑤-Ⅳ

C．①﹣Ⅱ，②﹣Ⅰ，③﹣Ⅲ，④﹣Ⅳ，⑤-Ⅳ

D．①﹣Ⅰ，②﹣Ⅱ，③﹣Ⅲ，④﹣Ⅲ，⑤-Ⅳ

3. 概念回顾：

平移、旋转与翻折是几何变换中的三种基本变换，也是初中课程中十分重要的学习内容，平移、旋转与翻折只改变图形的位置，不改变图形的形状和大小，因此我们又称这三种变换为全等变换．在解决一些数学问题时，可以利用这三种变换使得问题简单化．

（二）、模块一：平移变换探究题

平移是图形变换中最简单的变换，平移它可以将线段和角平移到一个新的位置，从而把分散的条件集中到一起，使问题得以解决．平移包括以下三个方面的应用：一、分散的条件集中；二、复杂图形变得简单明了；三、转化题目的形式．以下面例题来说明．

例 1：

如图 1，在正方形中 $ABCD$ 中，E，F，G 分别是 BC，CD，AD 上的点，$GE\perp BF$ 于点 O，那么 $GE=BF$．

证明过程如下：

$\because GE\perp BF$ 于点 O，$\therefore \angle GOB=90^\circ$

过点 A 作 $AH\parallel GE$ 交 BC 于点 H，交 BF 于点 M．

$\therefore \angle AMB=\angle GOB=90^\circ$，

$\therefore \angle ABM+\angle BAM=90^\circ$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AG\parallel HE$，$AB=BC$，$\angle ABC=\angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle ABM+\angle FBC=\angle ABC=90^\circ$，$\therefore \angle BAM=\angle FBC$

$\therefore \triangle ABH\cong\triangle BCF$（依据 1），

$\therefore AH=BF$

$\because AH\parallel GE$，$AG\parallel HE$，

$\therefore$ 四边形 $AHEG$ 为平行四边形（依据 2），

$\therefore AH=GE$，$\therefore GE=BF$．

【阅读理解】填空：上述阅读材料中“依据 1”是 ____，“依据 2”是 ____．

【迁移尝试】如图 2，在 5×6 的正方形网格中，点 A，B，C，D 为格点，AB 交 CD 于点 M．则 $\angle AMC$ 的度数为 ____；

【拓展应用】如图 3，点 P 是线段 AB 上的动点，分别以 AP，BP 为边在 AB 的同侧作正方形 $APCD$ 与正方形 $PBEF$，连接 DE 分别交线段 BC，PC 于点 M，N．求 $\angle DMC$ 的度数．

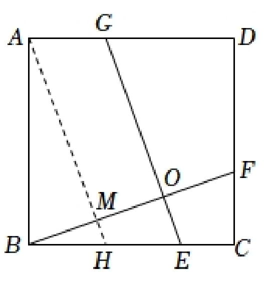


图1

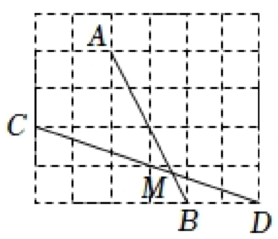


图2

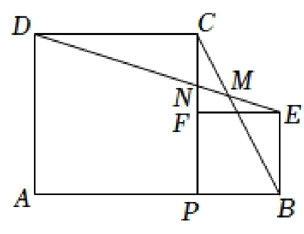


图3

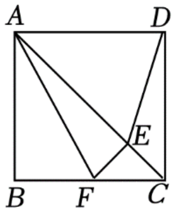
例 2：

数学课上，李老师给出这么一道数学问题：如图①，正方形 $ABCD$ 中，点 E 是对角线 AC 上任意一点，过点 E 作 $EF\perp AC$，垂足为 E，交 BC 所在直线于点 F．探索 AF 与 DE 之间的数量关系，并说明理由．

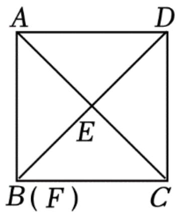
小明在解决这一问题之前，先进行特殊思考：如图②，当 E 是对角线 AC 的中点时，他发现 AF 与 DE 之间的数量关系是 ______________________．若点 E 在其它位置时，这个结论是否都成立呢？小明继续探究，他用“平移法”将 AF 沿 AD 方向平移得到 DG，将原来分散的两条线段集中到同一个三角形中，如图③，这样就可以将问题转化为探究 DG 与 DE 之间的数量关系．

（1）请你按照小明的思路，完成解题过程；

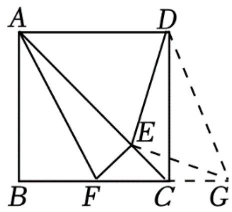
（2）你能用与小明不同的方法来解决李老师给出的“数学问题”吗？请写出解题过程．



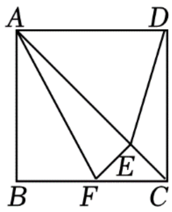
①



②



③



备用图

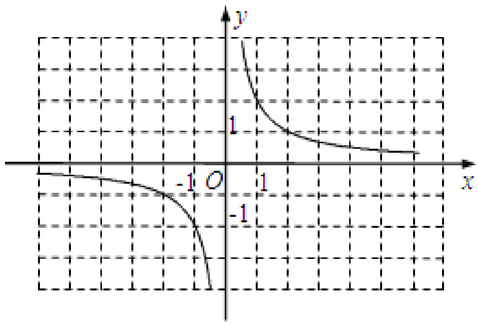
练习一：

1.我们知道，二次函数 $y=ax^2$ 的图象进行向右或向左平移一次，再向上或向下平移一次可以得到 $y=a(x+m)^2+k$ 的图象．实际上，我们学过的反比例函数同样可以找到平移规律．

（1）请直接写出函数 $y=2x^2$ 向右平移 3 个单位，再向上平移 1 个单位的函数解析式____________________.

（2）现在探究反比例函数的平移．探究一：把反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象向右平移 3 个单位，请你至少在图象上取 4 个不同的点，分别找出平移后的点，通过对这些点的观察、探究、猜想，写出平移后的函数解析式．（写出求解过程）

（3）探究二：一般地，函数 $y=\dfrac{k}{x+m}(\mathrm{mk}\neq 0)$ 的图象可由哪个反比例函数的图象经过怎样的平移变换得到？



2.如图 1，直线 *AB* 与直线 *OC* 交于点 *O*，∠*BOC*＝α°（0°＜α°＜90°）．小明将一个含 30°，60°的直角三角板 *PQD* 如图 1 所示放置，使顶点 *P* 落在直线 *AB* 上，过点 *Q* 作直线 *MN*∥*AB* 交直线 *OC* 于点 *H*（点 *H* 在 *Q* 左侧）．

（1）若 *PD*∥*OC*，∠*NQD*＝45°，求 α 的度数．

（2）如图 2，若∠*PQH* 的角平分线交直线 *AB* 于点 *E*．

①当 *QE*∥*OC*，α＝60°时，求证：*OC*∥*PD*．

②小明将三角板保持 *PD*∥*OC* 并向左平移，运动过程中，探究∠*PEQ* 与 α 之间的数量关系，并说明理由．

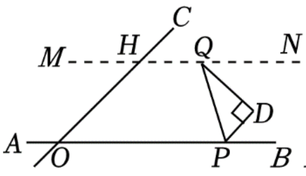


图1

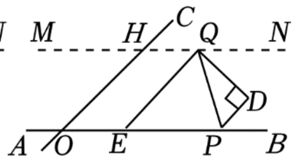
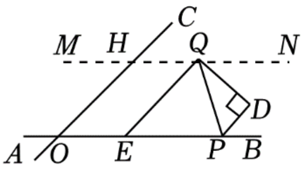


图2



备用图

3.如果一个矩形有两个顶点在某抛物线上，那么称该矩形是该抛物线的“半接矩形”．矩形 $ABCD$ 在第一象限，点 B（m，n）在抛物线 $y=x^2+bx+c$（记为抛物线 T）上．

（1）矩形 $ABCD$ 是正方形，A（1，3），$m=1$，$b=-3$，$c=4$，直接写出点 C，D 的坐标，并证明：矩形 $ABCD$ 是抛物线 T 的“半接矩形”；

（2）A（m，$n+1$），点 C 在 AB 边的右侧，$BC=3$，矩形 $ABCD$ 是抛物线 T 的“半接矩形”，若矩形 $ABCD$ 的一条对称轴是 $x=-\dfrac{b}{2}$，将该矩形平移，使得平移后的矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 仍是抛物线 T 的“半接矩形”，请探究矩形 $ABCD$ 如何平移．

4.如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A（-4，0）、B（2，0），与 y 轴交于点 C．

（1）求抛物线的解析式；

（2）如图 2，沿直线 AC 平移抛物线 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$，使得 A、C 两点的对应点 E、F 始终在直线 AC 上．

①设在平移过程中抛物线与 y 轴交于点 M，求点 M 纵坐标的最大值；

②试探究抛物线在平移过程中，是否存在这样的点 E，使得以 A、E、B 为顶点的三角形与 $\triangle ABF$ 相似．若存在，请直接写出此时点 E 的坐标；若不存在，请简要说明理由．

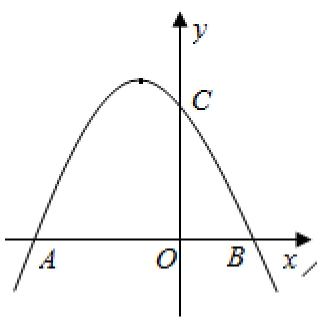


图1

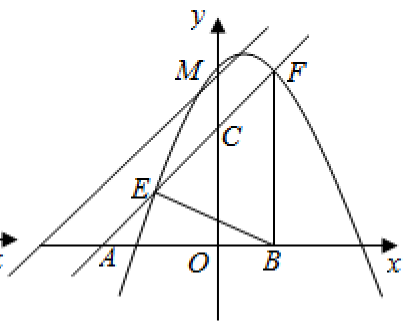
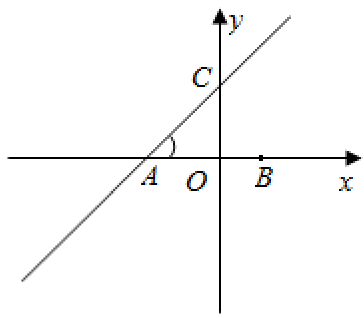


图2



备用图

（三）模块二：翻折变换探究题

探究翻折变换，折叠（折）问题是几何变换问题中的常见问题，它体现了平面几何图形变换中基本数量关系和几何关系，是考查几何知识的常见类型．

例 3：

综合与实践课上，老师让同学们以“矩形的折叠”为主题开展教学探究活动．在矩形 $ABCD$ 中，已知 $AB=6$，$BC=8$，点 P 是边 AD 上的一个动点．

【操作判断】

（1）如图 1，甲同学先将矩形 $ABCD$ 对折，使得 AD 与 BC 重合，展开得到折痕 EF．将矩形 $ABCD$ 沿 BP 折叠，使 A 恰好落在 EF 上的 M 处，则线段 AM 与线段 PB 的位置关系为 __________；$\angle MBC$ 的度数为 __________；

【迁移探究】

（2）如图 2，乙同学将矩形 $ABCD$ 沿 BP 折叠，使 A 恰好落在矩形 $ABCD$ 的对角线上，求此时 AP 的长；

【综合应用】

（3）如图 3，点 Q 在边 AB 上运动，且始终满足 $PQ\parallel BD$，以 PQ 为折叠，将△APQ 翻折，求折叠后△APQ 与△ABD 重叠部分面积的最大值，并求出此时 AP 的长．

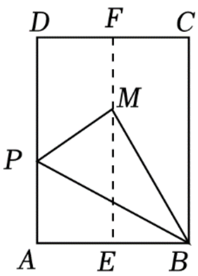


图1

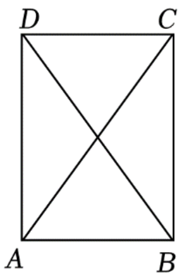
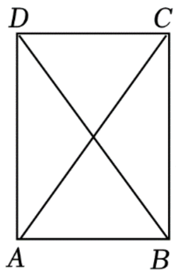


图2



备用图1

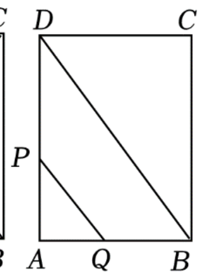
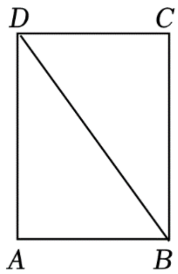


图3



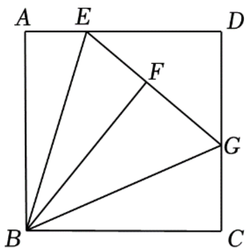
备用图2

例 4：

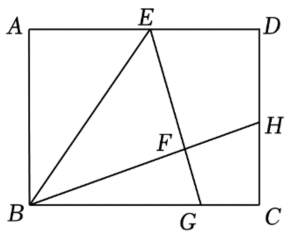
（1）发现：如图①所示，在正方形 $ABCD$ 中，E 为 AD 边上一点，将△AEB 沿 BE 翻折到△BEF 处，延长 EF 交 CD 边于 G 点．求证：△BFG≌△BCG；

（2）探究：如图②，在矩形 $ABCD$ 中，E 为 AD 边上一点，且 $AD=8$，$AB=6$．将△AEB 沿 BE 翻折到△BEF 处，延长 EF 交 BC 边于 G 点，延长 BF 交 CD 边于点 H，且 $FH=CH$，求 AE 的长．

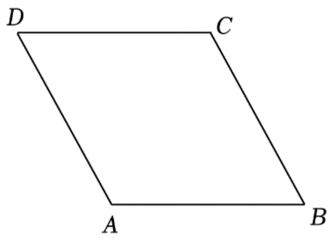
（3）拓展 如图③，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=6$，E 为 CD 边上的三等分点，$\angle D=60°$．将△ADE 沿 AE 翻折得到△AFE，直线 EF 交 BC 于点 P，求 PC 的长．



图①



图②



图③