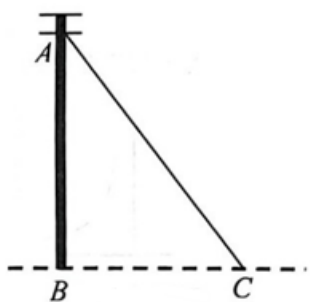


山东省济南市莱芜区 2023-2024 学年九年级上学期期中数学试题

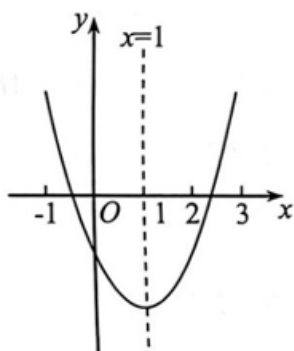
阅卷人	
得分	

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

- 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ，则 $\tan A =$ （ ）
 A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 下列各函数中， y 随 x 的增大而增大的是 （ ）
 A. $y = \frac{1}{2}x$ B. $y = -3x$ C. $y = -x^2$ D. $y = -\frac{1}{x}$
- 在下列二次函数中，其图象的对称轴为直线 $x = -1$ 的是 （ ）
 A. $y = -x^2 + 2x$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = (x + 1)^2$ D. $y = (x - 1)^2$
- 电线杆 AB 直立在水平的地面 BC 上， AC 是电线杆 AB 的一根拉线，测得 $BC = 5$ ， $\angle ACB = 52^\circ$ ，则拉线 AC 的长为 （ ）



- A. $\frac{5}{\tan 52^\circ}$ B. $\frac{5}{\cos 52^\circ}$ C. $5 \cdot \cos 52^\circ$ D. $\frac{5}{\sin 52^\circ}$
- 抛物线 $y = 2x^2$ 可以由抛物线 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 平移而得到，下列平移正确的是 （ ）
 A. 先向左平移 1 个单位长度，然后向上平移 3 个单位长度
 B. 先向左平移 1 个单位长度，然后向下平移 3 个单位长度
 C. 先向右平移 1 个单位长度，然后向上平移 3 个单位长度
 D. 先向右平移 1 个单位长度，然后向下平移 3 个单位长度
- 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则下列结论正确的是 （ ）



- A. $abc < 0$ B. $2a + b = 0$ C. $a - b + c < 0$ D. $b^2 < 4ac$

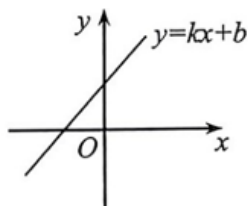
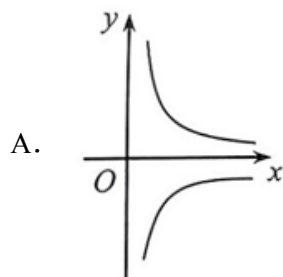
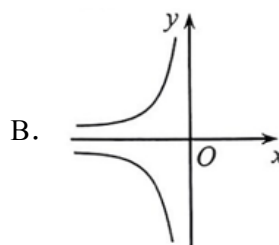
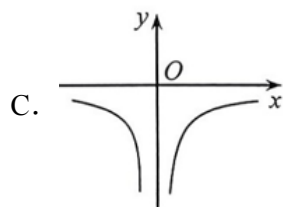
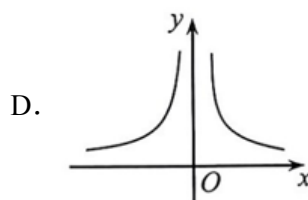
7. 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle BCA = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的中线, $BC = 6$, $CD = 5$, 则 $\cos \angle ACD =$ ()

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

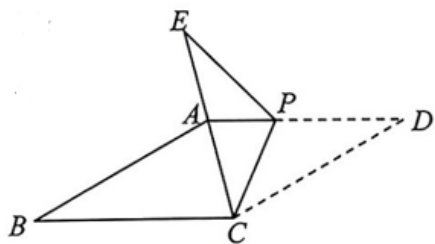
8. 已知点 $A(-4, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ()

- A. $y_1 > y_3 > y_2$ B. $y_2 > y_3 > y_1$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

9. 已知一次函数的图象如图所示, 则 $y = \frac{kb}{|x|}$ 的图象是 ()



10. 如图, 将菱形纸片 $ABCD$ 沿过点 C 的直线折叠, 使点 D 落在射线 CA 上的点 E 处, 折痕 CP 交 AD 于点 P . 若 $\angle ABC = 30^\circ$, $AP = \sqrt{6}$, 则 $PD =$ ()



A. $2\sqrt{6}$

B. $3 + \sqrt{3}$

C. $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

D. $3\sqrt{3}$

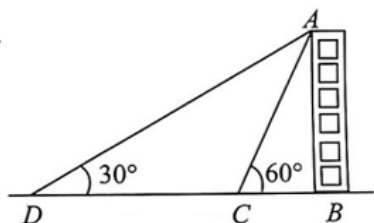
阅卷人	
得分	

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分．请直接填写答案）

11. $y = (m-2)x^{m^2-5}$ 是反比例函数，则 m 的值为_____.

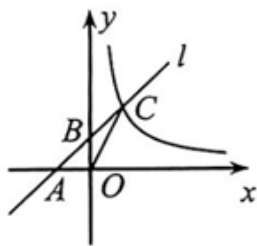
12. 在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cos B = \frac{1}{2}$ ，则 $\sin 2A =$ _____.

13. 如图，在高楼前 D 点测得楼顶的仰角为 30° ，向高楼前进 a 米到 C 点，又测得仰角为 60° ，已知该高楼的高度为 $15\sqrt{3}$ 米，则 $a =$ _____米.



14. 已知抛物线 $y = 3x^2 + 1$ 与直线 $y = 4\sin\alpha \cdot x$ 只有一个交点，则锐角 $\alpha =$ _____度.

15. 如图，直线与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，且与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 C ，若 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COB} = 5$ ，则 $k =$ _____.



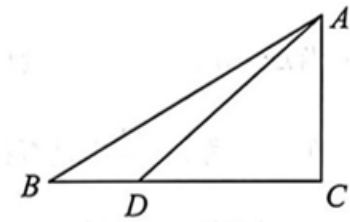
16. 超市购进一批单价为 40 元的生活用品，如果按每件 50 元出售，那么每天可销售 200 件，经调查发现，这种生活用品的销售单价每提高 1 元，其销售量相应减少 10 件，则超市销售此生活用品每天可获得最大销售利润为_____元.

阅卷人	
得分	

三、解答题（本大题共 10 小题，共 86 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17. 计算： $(\pi-3.14)^0 + |-\sqrt{3}| - (\frac{1}{2})^{-1} - \sin 60^\circ$.

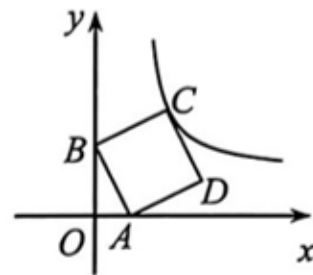
18. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 边上， $\angle ADC = 45^\circ$ ， $BD = 3$ ， $\tan B = \frac{4}{5}$ ，求 BC 的长.



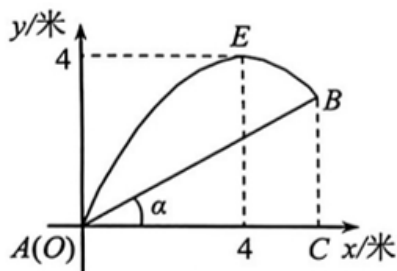
19. 填写下表：

二次函数性质	顶点坐标	x 取何值时， y 随 x 的增大而减小
$y = x^2 + 2x + 1$		
$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$		
$y = 2(x + 1)(x - 3)$		

20. 如图，正方形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴和 y 轴上，反比例函数的图象经过点 C ， $OA = 2$ ， $OB = 4$.



- (1) 求反比例函数的表达式；
- (2) 若将正方形 $ABCD$ 沿 x 轴向右平移得到正方形 $A_1B_1C_1D_1$. 当点 B_1 在反比例函数的图象上时，求出平移的距离 d .
21. 图①是一个倾斜角为 α 的斜坡的横截面，斜坡顶端 B 与斜坡底端 A 的水平距离 AC 为 6 米，为了对这个斜坡的绿地进行喷灌，在斜坡底端 A 处安装了一个喷头，喷头喷出的水珠在空中走过的曲线可以看作抛物线的一部分. 设喷出水珠的竖直高度为 y （单位：米）（水珠的竖直高度是指水珠与喷头所在水平面的距离），水珠与喷头 A 的水平距离为 x （单位：米）， y 与 x 的之间近似满足二次函数关系，图②记录了 x 与 y 的相关数据， E 为抛物线的顶点.



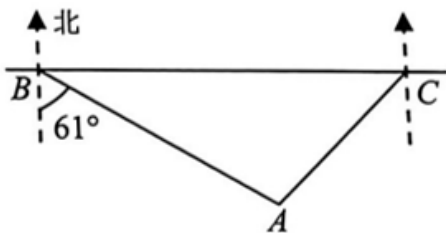
①②

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

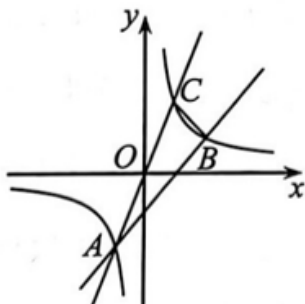
(2) 求斜坡的坡度.

22. 某地修建了一座以“讲好家乡故事，厚植种子情怀”为主题的半径为 $900m$ 的圆形纪念园. 如图，纪念园中心 A 位于 C 村西南方向和 B 村南偏东 61° 方向上. C 村在 B 村的正东方向且两村相距 $2.8km$. 有关部门计划在 B, C 两村之间修一条笔直的公路来连接两村. 问该公路是否穿越纪念园? 试通过计算加以说明.

(参考数据: $\sin 61^\circ \approx 0.87$, $\cos 61^\circ \approx 0.48$, $\tan 61^\circ \approx 1.80$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)



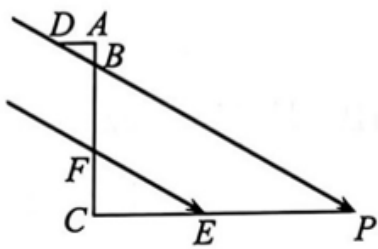
23. 如图，一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ (n 为常数且 $n \neq 0$) 的图象都经过 $A(-2, -4)$, $B(4, m)$ 两点.



(1) 求一次函数的表达式;

(2) 过 O, A 两点的直线与反比例函数图象交于另一点 C , 连接 BC , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

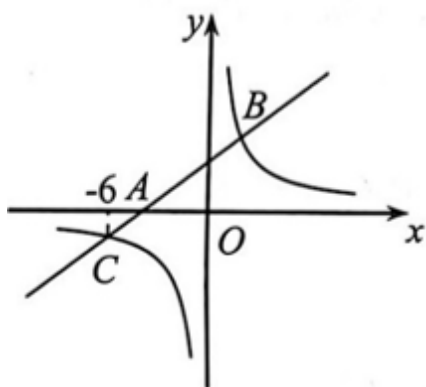
24. 如图，某一时刻太阳光从教室窗户射入房间内，与地面的夹角 $\angle DPC = 30^\circ$, 已知窗户的高度 $AF = 2m$, 窗台的高度 $CF = 1m$, 若 $CP = \frac{5}{2}\sqrt{3}m$, AD 为窗外水平遮阳篷.



(1) 求 BC 的长;

(2) 求遮阳篷 AD 的宽度 ($\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果精确到 $0.1m$).

25. 如图, 一次函数 $y = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-4, 0)$, 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 $B, C(-6, c)$.

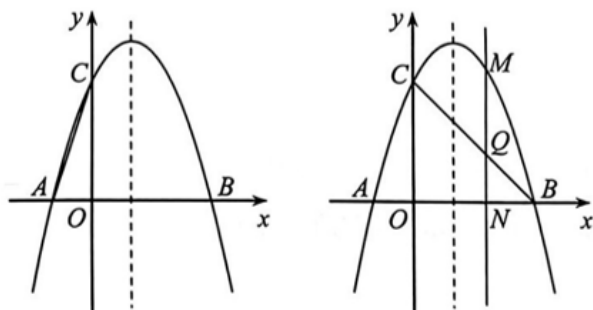


(1) 求反比例函数的表达式及点 B 的坐标;

(2) 当 $kx + b \geq \frac{m}{x}$ 时, 直接写出 x 的取值范围;

(3) 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上是否存在点 P , 使 $\triangle ABP$ 是以点 A 为直角顶点的直角三角形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由。

26. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 与 x 轴交于点 $A, B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线的对称轴是直线 $x = 1$.



(1) 求抛物线的解析式及 C 点坐标;

(2) 如图 1, 连接 AC , 在对称轴上找一点 D , 且点 D 在第一象限内, 使得 $\triangle ACD$ 是以 $\angle DCA$ 为底角的等腰三角形, 求点 D 的坐标;

(3) 如图 2, 第一象限内的抛物线上有一动点 M , 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴, 垂足为 N , 连接 BC 交 MN 于点

Q. 当 $MQ + \sqrt{2}CQ$ 的值最大时，求点 M 的坐标，并求出这个最大值。

答案解析部分

1. 【答案】A

【知识点】勾股定理；锐角三角函数的定义

【解析】【解答】解：在直角三角形 ABC 中， $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$ ，

设 AC 为 3x，AB 为 5x，在直角三角形 ABC 中，

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(5x)^2 - (3x)^2} = 4x,$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4x}{3x} = \frac{4}{3};$$

故答案为：A.

【分析】根据正弦的含义，设 AC 和 AB 的长度分别为 3x，5x，继而根据勾股定理求出 BC，由正切的含义求出答案即可。

2. 【答案】A

【知识点】反比例函数的性质；一次函数的性质；二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的性质

【解析】【解答】解：A、对于函数 $y=\frac{1}{2}x$ ， $k=\frac{1}{2}>0$ ，y 随 x 的增大而增大，选项正确，符合题意；

B、对于函数 $y=-3x$ ， $k=-3<0$ ，y 随 x 的增大而减小，选项错误，不符合题意；

C、对于函数 $y=-x^2$ ，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，不符合题意；

D、对于函数 $y=-\frac{1}{x}$ ，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，不符合题意；

故答案为：A.

【分析】根据一次函数、二次函数、反比例函数的图象和性质，判断得到答案即可。

3. 【答案】C

【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的性质；二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质

【解析】【解答】解：A、函数 $y=-x^2+2x$ 的对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=1$ ，选项错误，不符合题意；

B、函数 $y=x^2-1$ 的对称轴为 $x=0$ ，选项错误，不符合题意；

C、函数 $y=(x+1)^2$ 的对称轴为 $x=-1$ ，选项正确，符合题意；

D、函数 $y=(x-1)^2$ 的对称轴为 $x=1$ ，选项错误，不符合题意；

故答案为：C.

【分析】根据二次函数的解析式判断对称轴即可。

4. 【答案】B

【知识点】解直角三角形的其他实际应用

【解析】【解答】解：根据题意， $\triangle ABC$ 为直角三角形，

$$\therefore \cos \angle ACB = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{5}{\cos \angle ACB} = \frac{5}{\cos 52^\circ};$$

故答案为：B.

【分析】根据题意，在直角三角形中由余弦定义求出 AC 的值。

5. 【答案】C

【知识点】二次函数图象的几何变换

【解析】【解答】解：根据题意可得， $y = 2(x+1-1) - 3 + 3 = 2x^2$ ，

$\therefore$ 抛物线的变化轨迹为，先向右平移 1 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度；

故答案为：C.

【分析】根据二次函数平移法则判断即可。

6. 【答案】B

【知识点】二次函数图象与系数的关系；二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象；二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的性质

【解析】【解答】解：根据二次函数图象可得， $a > 0$ ， $c < 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ， $b = -2a$ ，

A、 $abc = a \times (-2a) \times c = -2a^2c > 0$ ，选项错误，不符合题意；

B、 $2a + b = 2a + (-2a) = 0$ ，选项正确，符合题意；

C、根据图象，当 $x = -1$ 时， $y = a - b + c > 0$ ，选项错误，不符合题意；

D、二次函数与 x 轴有 2 个交点， $b^2 - 4ac > 0$ ， $b^2 > 4ac$ ，选项错误，不符合题意；

故答案为：B.

【分析】根据二次函数的图象和性质，判断结论即可。

7. 【答案】D

【知识点】勾股定理；锐角三角函数的定义；直角三角形斜边上的中线

【解析】【解答】解： $\because$ CD 为直角三角形 ABC 斜边上的中线，

$$\therefore AD = BD = CD = 5,$$

在直角三角形 ABC 中， $BC = 6$ ， $AB = AD + BD = 10$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\therefore \cos \angle ACD = \cos \angle A = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5};$$

故答案为：D.

【分析】根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半即可得到 $AD = BD = CD$ ，即可得到 $\cos \angle ACD = \cos \angle A$ ，在直角三角形中根据勾股定理求出 AC，继而由余弦的定义求出答案。

8. 【答案】A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/965001022044011304>