【新教材】高中数学选择性必修一

三部分知识点

课本目录

知识点目录

章节思维导图

新人教版高中数学选择性必修（第一册） 课本目录

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.2 空间向量基本定理

1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.4 空间向量的应用

第二章 直线与圆的方程

2.1 直线的倾斜角与斜率

2.2 直线的方程

2.3 直线的交点坐标与距离公式

2.4 圆的方程

2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系

第三章 圆锥曲线的方程

3.1 椭圆

3.2 双曲线

3.3 抛物线

新人教版高中数学选择性必修（第一册） 知识点目录

§1.1 空间向量及其运算 5
1．1.1 空间向量及其线性运算 5
第 1 课时 空间向量及其线性运算 5
第 2 课时 共线向量与共面向量 6
1.1.2 空间向量的数量积运算 7
§1.2 空间向量基本定理 8
第 1 课时 空间向量基本定理 8
第 2 课时 空间向量基本定理的初步应用 8
§1.3 空间向量及其运算的坐标表示 9
1.3.1 空间直角坐标系 9
1.3.2 空间向量运算的坐标表示 10
§1.4 空间向量的应用 11
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系 11
第 1 课时 空间中点、直线和平面的向量表示 11
第 2 课时 空间中直线、平面的平行 12
第 3 课时 空间中直线、平面的垂直 12
1.4.2 用空间向量研究距离、夹角问题 13
第 1 课时 距离问题 13
第 2 课时 夹角问题 13
§2.1 直线的倾斜角与斜率 14
2.1.1 倾斜角与斜率 14
2.1.2 两条直线平行和垂直的判定 14
§2.2 直线的方程 15
2.2.1 直线的点斜式方程 15
2.2.2 直线的两点式方程 15
2.2.3 直线的一般式方程 16
§2.3 直线的交点坐标与距离公式 17
2.3.1 两条直线的交点坐标 17
2.3.2 两点间的距离公式 17
2.3.3 点到直线的距离公式 17
2.3.4 两条平行直线间的距离 17

§2.4 圆的方程 18
2.4.1 圆的标准方程 18
2.4.2 圆的一般方程 18
§2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系 19
2.5.1 直线与圆的位置关系 19
第 1 课时 直线与圆的位置关系 19
第 2 课时 直线与圆的方程的应用 19
2.5.2 圆与圆的位置关系 20
§3.1 椭 圆 21
3.1.1 椭圆及其标准方程 21
3.1.2 椭圆的简单几何性质 22
第 1 课时 椭圆的几何性质 22
第 2 课时 椭圆的标准方程及性质的应用 22
§3.2 双曲线 23
3.2.1 双曲线及其标准方程 23
3.2.2 双曲线的简单几何性质 24
第 1 课时 双曲线的简单几何性质 24
第 2 课时 双曲线的标准方程及性质的应用 24
§3.3 抛物线 25
3．3.1 抛物线及其标准方程 25
3.3.2 抛物线的简单几何性质 26
第 1 课时 抛物线的简单几何性质 26
第 2 课时 抛物线的方程及性质的应用 26

§1.1　空间向量及其运算

1．1.1　空间向量及其线性运算

第 1 课时　空间向量及其线性运算

知识点一　空间向量的概念

1．定义：在空间，具有大小和方向的量叫做空间向量.

2．长度或模：向量的大小.

3．表示方法：

①几何表示法：空间向量用有向线段表示；

②字母表示法：用字母 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，…表示；若向量 $\boldsymbol{a}$ 的起点是 A，终点是 B，也可记作$\overrightarrow{AB}$，其模记为$|\boldsymbol{a}|$或$|\overrightarrow{AB}|$.

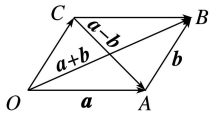
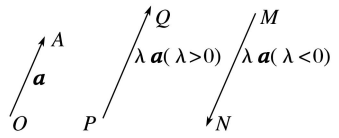
4．几类特殊的空间向量

名称	定义及表示
零向量	长度为 0 的向量叫做零向量，记为 $\boldsymbol{0}$
单位向量	模为 1 的向量称为单位向量
相反向量	与向量 $\boldsymbol{a}$ 长度相等而方向相反的向量，称为 $\boldsymbol{a}$ 的相反向量，记为 $-\boldsymbol{a}$
共线向量(平行向量)	如果表示若干空间向量的有向线段所在的直线互相平行或重合，那么这些向量叫做共线向量或平行向量.规定：对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，都有 $\boldsymbol{0}\parallel\boldsymbol{a}$
相等向量	方向相同且模相等的向量称为相等向量

思考　空间中的两个向量是不是共面向量？

答案　是，空间中的任意两个向量都可以平移到同一个平面内，成为同一平面内的两个向量.

知识点二　空间向量的线性运算

空间向量的线性运算	加法	$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$	
	减法	$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CA}$	
	数乘	当$\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\lambda\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{PQ}$； 当$\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\lambda\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{MN}$； 当$\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$	
运算律	交换律：$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$； 结合律：$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}$，$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$； 分配律：$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$，$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.		

思考 1　怎样作图表示三个向量的和，作出的和向量是否与相加的顺序有关？

答案　可以利用三角形法则和平行四边形法则作出三个向量的和．加法运算是对有限个向量求和，交换相加向量的顺序，其和不变.

思考 2　由数乘$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，可否得出$\lambda=0$?

答案　不能．$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}\Leftrightarrow\lambda=0$ 或 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.

第 2 课时　共线向量与共面向量

知识点一　共线向量

1．空间两个向量共线的充要条件

对于空间任意两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 的充要条件是存在实数λ，使 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$.

2．直线的方向向量

在直线 l 上取非零向量 $\boldsymbol{a}$，我们把与向量 $\boldsymbol{a}$ 平行的非零向量称为直线 l 的方向向量.

思考 1　对于空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 且 $\boldsymbol{b}\parallel\boldsymbol{c}$，是否可以得到 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{c}$?

答案　不能．若 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$，则对任意向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{c}$ 都有 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 且 $\boldsymbol{b}\parallel\boldsymbol{c}$.

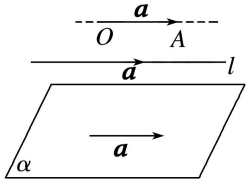
思考 2　怎样利用向量共线证明 A，B，C 三点共线？

答案　只需证明向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$(不唯一)共线即可.

知识点二　共面向量

1．共面向量

如图，如果表示向量 $\boldsymbol{a}$ 的有向线段$\overrightarrow{OA}$所在的直线 OA 与直线 l 平行或重合，那么称向量 $\boldsymbol{a}$ 平行于直线 l.如果直线 OA 平行于平面α或在平面α内，那么称向量 $\boldsymbol{a}$ 平行于平面α.平行于同一个平面的向量，叫做共面向量.



2．向量共面的充要条件

如果两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，那么向量 $\boldsymbol{p}$ 与向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面的充要条件是

存在唯一的有序实数对(x,y)，使 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$.

思考　已知空间任意一点 O 和不共线的三点 A，B，C，存在有序实数对(x,y)，满足关系$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则点 P 与点 A，B，C 是否共面？

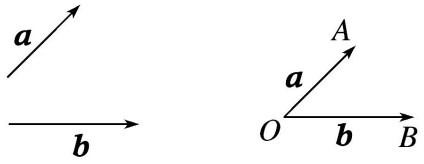
答案　共面. 由$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，可得$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，所以向量$\overrightarrow{AP}$与向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$共面，故点 P 与点 A，B，C 共面.

1.1.2　空间向量的数量积运算

知识点一　空间向量的夹角

1．定义：已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在空间任取一点 O，作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，

则$\angle AOB$叫做向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角，记作〈$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$〉.



2．范围：0≤〈$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$〉≤π.

特别地，当〈$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$〉$=\frac{\pi}{2}$时，$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

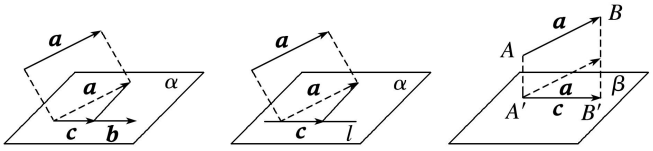
知识点二　空间向量的数量积

定义	已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，则$\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert\cos$〈$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$〉叫做 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的数量积，记作 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$. 即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert\cos$〈$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$〉. 规定：零向量与任何向量的数量积都为 0.
性质	①$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$ ②$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=\lvert\boldsymbol{a}\rvert^2$
运算律	①$(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$，$\lambda\in\mathbf{R}$. ②$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$(交换律). ③$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$(分配律).

知识点三　向量 $\boldsymbol{a}$ 的投影

1．如图(1)，在空间，向量 $\boldsymbol{a}$ 向向量 $\boldsymbol{b}$ 投影，由于它们是自由向量，因此可以先将它们平移到同一个平面α内，进而利用平面上向量的投影，得到与向量 $\boldsymbol{b}$ 共线的向量 $\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{c}=\lvert\boldsymbol{a}\rvert\cos$〈$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$〉$\frac{\boldsymbol{b}}{\lvert\boldsymbol{b}\rvert}$，向量 $\boldsymbol{c}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量．类似地，可以将向量 $\boldsymbol{a}$ 向直线 l 投影(如图(2))．

2．如图(3)，向量 $\boldsymbol{a}$ 向平面β投影，就是分别由向量 $\boldsymbol{a}$ 的起点 A 和终点 B 作平面β的垂线，垂足分别为 A'，B'，得到$\overrightarrow{A'B'}$，向量$\overrightarrow{A'B'}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 在平面β上的投影向量．这时，向量 $\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{A'B'}$ 的夹角就是向量 $\boldsymbol{a}$ 所在直线与平面β所成的角．



(1)　(2)　(3)

§1.2 空间向量基本定理

第 1 课时 空间向量基本定理

知识点一 空间向量基本定理

如果三个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 不共面，那么对任意一个空间向量 $\boldsymbol{p}$，

存在唯一的有序实数组(x, y, z)，使得 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$.

我们把$\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$叫做空间的一个基底，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 都叫做基向量.

思考 零向量能否作为基向量？

答案 不能. 零向量与任意两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 都共面.

知识点二 空间向量的正交分解

1．单位正交基底

如果空间的一个基底中的三个基向量两两垂直，且长度都是 1，那么这个基底叫做单位正交基底 ，常用$\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$表示.

2．向量的正交分解

由空间向量基本定理可知，对空间任一向量 $\boldsymbol{a}$，均可以分解为三个向量 $x\boldsymbol{i}$，$y\boldsymbol{j}$，$z\boldsymbol{k}$ 使得 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$. 像这样把一个空间向量分解为三个两两垂直的向量，叫做把空间向量进行正交分解.

第 2 课时 空间向量基本定理的初步应用

知识点一 证明平行、共线、共面问题

(1) 对于空间任意两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 的充要条件是存在实数λ，使 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$.

(2) 如果两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，那么向量 $\boldsymbol{p}$ 与向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面的充要条件是存在唯一的有序实数对(x, y)，使 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$.

思考 怎样利用向量共线、向量共面解决几何中的证明平行、共线、共面问题？

答案 平行和点共线都可以转化为向量共线问题；点线共面可以转化为向量共面问题.

知识点二 求夹角、证明垂直问题

(1)θ为 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角，则 $\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$.

(2)若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是非零向量，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.

思考 怎样利用向量的数量积解决几何中的求夹角、证明垂直问题？

答案 几何中的求夹角、证明垂直都可以转化为向量的夹角问题，解题中要注意角的范围.

知识点三 求距离(长度)问题

$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$($|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}}$).

思考 怎样利用向量的数量积解决几何中的求距离(长度)问题？

答案 几何中求距离(长度)都可以转化为向量的模，用数量积可以求得.

§1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

知识点一 空间直角坐标系

1．空间直角坐标系及相关概念

(1)空间直角坐标系：在空间选定一点 O 和一个单位正交基底$\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$，以 O 为原点，分别以 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 的方向为正方向，以它们的长为单位长度建立三条数轴：x 轴、y 轴、z 轴，它们都叫做坐标轴，这时我们就建立了一个空间直角坐标系 $Oxyz$.

(2)相关概念：O 叫做原点，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 都叫做坐标向量，通过每两个坐标轴的平面叫做坐标平面，分别称为 Oxy 平面、Oyz 平面、Ozx 平面，它们把空间分成八个部分．

2．右手直角坐标系

在空间直角坐标系中，让右手拇指指向 x 轴的正方向，食指指向 y 轴的正方向，如果中指指向 z 轴的正方向，则称这个坐标系为右手直角坐标系．

思考 空间直角坐标系有什么作用？

答案 可以通过空间直角坐标系将空间点、直线、平面数量化，将空间位置关系解析化．

知识点二 空间一点的坐标

在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 为坐标向量，对空间任意一点 A，对应一个向量$\vec{OA}$，且点 A 的位置由向量$\vec{OA}$唯一确定，由空间向量基本定理，存在唯一的有序实数组(x,y,z)，使$\vec{OA}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$.在单位正交基底 $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$ 下与向量 $\vec{OA}$ 对应的有序实数组(x,y,z)叫做点 A 在此空间直角坐标系中的坐标，记作 $A(x,y,z)$，其中 x 叫做点 A 的横坐标，y 叫做点 A 的纵坐标，z 叫做点 A 的竖坐标．

思考 空间直角坐标系中，坐标轴上的点的坐标有何特征？

答案 x 轴上的点的纵坐标、竖坐标都为 0，即$(x,0,0)$.

y 轴上的点的横坐标、竖坐标都为 0，即$(0,y,0)$.

z 轴上的点的横坐标、纵坐标都为 0，即$(0,0,z)$.

知识点三 空间向量的坐标

在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，给定向量 $\boldsymbol{a}$，作$\vec{OA}=\boldsymbol{a}$.由空间向量基本定理，存在唯一的有序实数组(x,y,z)，使$\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$.有序实数组$(x,y,z)$叫做 $\boldsymbol{a}$ 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中的坐标，上式可简记作 $\boldsymbol{a}=(x,y,z)$.

思考 空间向量的坐标和点的坐标有什么关系？

答案 点 A 在空间直角坐标系中的坐标为(x,y,z)，那么向量 $\vec{OA}$ 的坐标也为(x,y,z).

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

知识点一 空间向量的坐标运算

设 $\boldsymbol{a}=(a_1，a_2，a_3)$，$\boldsymbol{b}=(b_1，b_2，b_3)$，有

向量运算	向量表示	坐标表示
加法	$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(a_1+b_1，a_2+b_2，a_3+b_3)$
减法	$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(a_1-b_1，a_2-b_2，a_3-b_3)$
数乘	$\lambda\boldsymbol{a}$	$\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda a_1，\lambda a_2，\lambda a_3)$，$\lambda\in\mathbf{R}$
数量积	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

思考 空间向量运算的坐标表示与平面向量的坐标表示有何联系？

答案 空间向量运算的坐标表示与平面向量的坐标表示完全一致；如：一个空间向量的坐标等于表示此向量的有向线段的终点坐标减去起点坐标.

知识点二 空间向量的平行、垂直及模、夹角

设 $\boldsymbol{a}=(a_1，a_2，a_3)$，$\boldsymbol{b}=(b_1，b_2，b_3)$，则有

当 $\boldsymbol{b}\neq\mathbf{0}$ 时，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}\Leftrightarrow a_1=\lambda b_1$，$a_2=\lambda b_2$，$a_3=\lambda b_3(\lambda\in\mathbf{R})$；

$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$；

$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$；

$\cos\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$.

知识点三 空间两点间的距离公式

设 $P_1(x_1，y_1，z_1)$，$P_2(x_2，y_2，z_2)$是空间中任意两点，

则 $P_1P_2=|\overrightarrow{P_1P_2}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$.

思考 已知点 $A(x，y，z)$，则点 A 到原点的距离是多少？

答案 $OA=|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

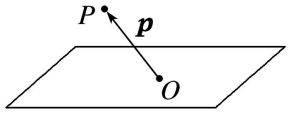
§1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第 1 课时 空间中点、直线和平面的向量表示

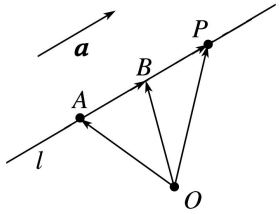
知识点一 空间中点的位置向量

如图，在空间中，我们取一定点 O 作为基点，那么空间中任意一点 P 就可以用向量$\overrightarrow{OP}$来表示．我们把向量$\overrightarrow{OP}$称为点 P 的位置向量．



知识点二 空间中直线的向量表示式

直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{a}$ ，且过点 A.如图，取定空间中的任意一点 O，可以得到点 P 在直线 l 上的充要条件是存在实数 t，使



$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\boldsymbol{a}$，①

把$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$代入①式得

$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}$，②

①式和②式都称为空间直线的向量表示式．

思考 直线的方向向量是不是唯一的？

答案 直线的方向向量不是唯一的，它们都是共线向量．解题时，可以选取坐标最简的方向向量．

知识点三 空间中平面的向量表示式

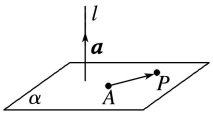
1．平面 ABC 的向量表示式

空间一点 P 位于平面 ABC 内的充要条件是存在实数 x，y，使$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$.③

我们把③式称为空间平面 ABC 的向量表示式．

2．平面的法向量

如图，若直线 $l\perp\alpha$ ，取直线 l 的方向向量 $\boldsymbol{a}$ ，我们称 $\boldsymbol{a}$ 为平面α的法向量；过点 A 且以 $\boldsymbol{a}$ 为法向量的平面完全确定，可以表示为集合 $\{P|\boldsymbol{a}\cdot\overrightarrow{AP}=0\}$．



思考 平面的法向量是不是唯一的？

答案 一个平面的法向量不是唯一的，一个平面的所有法向量共线．在应用时，可以根据需要进行选取．

第 2 课时　空间中直线、平面的平行

知识点一　线线平行的向量表示

设 $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ 分别是直线 l_1，l_2 的方向向量，则

$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow \boldsymbol{u}_1 /\!/ \boldsymbol{u}_2 \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbf{R}$，使得 $\boldsymbol{u}_1 = \lambda \boldsymbol{u}_2$.

知识点二　线面平行的向量表示

设 $\boldsymbol{u}$ 是直线 l 的方向向量，$\boldsymbol{n}$ 是平面α的法向量，$l \not\subset \alpha$，则

$l /\!/ \alpha \Leftrightarrow \boldsymbol{u} \perp \boldsymbol{n} \Leftrightarrow \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} = 0$.

知识点三　面面平行的向量表示

设 $\boldsymbol{n}_1$ ，$\boldsymbol{n}_2$ 分别是平面α，β的法向量，则

$\alpha /\!/ \beta \Leftrightarrow \boldsymbol{n}_1 /\!/ \boldsymbol{n}_2 \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbf{R}$，使得 $\boldsymbol{n}_1 = \lambda \boldsymbol{n}_2$.

思考　怎么利用向量证明或判定直线和平面的位置关系？

答案　证明或判定直线和平面的位置关系有两类思路

(1)转化为线线关系，然后利用两个向量的关系进行判定；(2)利用直线的方向向量和平面的法向量进行判定.

第 3 课时　空间中直线、平面的垂直

知识点一　线线垂直的向量表示

设 $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ 分别是直线 l_1, l_2 的方向向量，则

$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow \boldsymbol{u}_1 \perp \boldsymbol{u}_2 \Leftrightarrow \boldsymbol{u}_1 \cdot \boldsymbol{u}_2 = 0$.

知识点二　线面垂直的向量表示

设 $\boldsymbol{u}$ 是直线 l 的方向向量，$\boldsymbol{n}$ 是平面α的法向量， $l \not\subset \alpha$，则 $l \perp \alpha \Leftrightarrow \boldsymbol{u} /\!/ \boldsymbol{n} \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbf{R}$，使得 $\boldsymbol{u} = \lambda \boldsymbol{n}$.

知识点三　面面垂直的向量表示

设 $\boldsymbol{n}_1$，$\boldsymbol{n}_2$ 分别是平面α，β的法向量，则

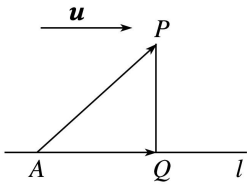
$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \boldsymbol{n}_1 \perp \boldsymbol{n}_2 \Leftrightarrow \boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2 = 0$.

1.4.2　用空间向量研究距离、夹角问题

第 1 课时　距离问题

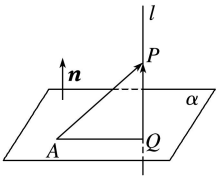
知识点一　点 P 到直线 l 的距离

已知直线 l 的单位方向向量为 $\boldsymbol{u}$，A 是直线 l 上的定点，P 是直线 l 外一点，设向量$\overrightarrow{AP}$在直线 l 上的投影向量为$\overrightarrow{AQ}=\boldsymbol{a}$，则点 P 到直线 l 的距离为$\sqrt{\boldsymbol{a}^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u})^2}$ (如图).



知识点二　点 P 到平面α的距离

设平面α的法向量为 $\boldsymbol{n}$，A 是平面α内的定点，P 是平面α外一点，则点 P 到平面α的距离为$\dfrac{|\overrightarrow{AP}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}$(如图).



思考　怎样利用向量方法求直线到直线的距离、直线到平面的距离、平面到平面的距离？

答案　两条直线平行，其中一条直线到另一条直线间的距离是其中一条直线上任一点到另一条直线的距离；一条直线和一个平面平行，直线到平面的距离就是这条直线上任一点到这个平面的距离；两个平面平行，平面到平面的距离就是一个平面上任一点到这个平面的距离.

第 2 课时　夹角问题

知识点一　两个平面的夹角

平面α与平面β的夹角：平面α与平面β相交，形成四个二面角，我们把这四个二面角中不大于 90° 的二面角称为平面α与平面β的夹角.

知识点二　空间角的向量法解法

角的分类	向量求法	范围
两条异面直线所成的角	设两异面直线 l_1，l_2 所成的角为θ，其方向向量分别为 $\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$，则 $\cos\theta=\lvert\cos\langle\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\rangle\rvert=\dfrac{\lvert\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}\rvert}{\lvert\boldsymbol{u}\rvert\lvert\boldsymbol{v}\rvert}$	$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$
直线与平面所成的角	设直线 AB 与平面α所成的角为θ，直线 AB 的方向向量为 $\boldsymbol{u}$，平面α的法向量为 $\boldsymbol{n}$，则 $\sin\theta=\lvert\cos\langle\boldsymbol{u},\boldsymbol{n}\rangle\rvert=\dfrac{\lvert\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n}\rvert}{\lvert\boldsymbol{u}\rvert\lvert\boldsymbol{n}\rvert}$	$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$
两个平面的夹角	设平面α与平面β的夹角为θ，平面α，β的法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1$，$\boldsymbol{n}_2$，则 $\cos\theta=\lvert\cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle\rvert=\dfrac{\lvert\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2\rvert}{\lvert\boldsymbol{n}_1\rvert\lvert\boldsymbol{n}_2\rvert}$	$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/965010342302011033