牛栏山一中2024届高三六校第一次联考数学试卷

考生请注意：

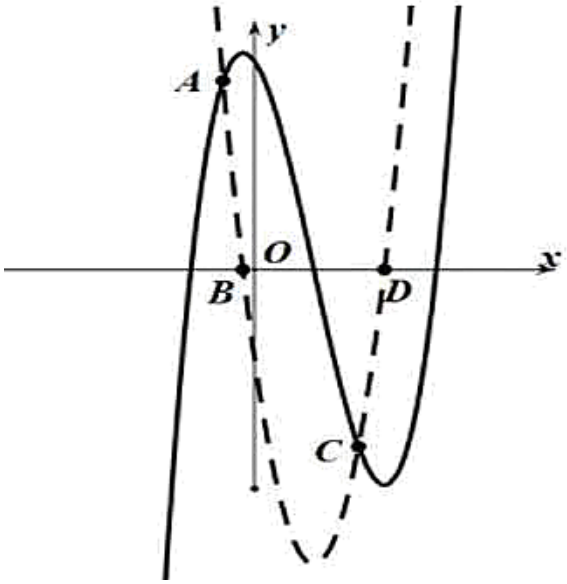
1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．定义在$[-2,2]$上的函数$f(x)$与其导函数$f'(x)$的图象如图所示，设O为坐标原点，A、B、C、D四点的横坐标依次为$-\frac{1}{2}$、$-\frac{1}{6}$、1、$\frac{4}{3}$，则函数$y=\frac{f(x)}{e^x}$的单调递减区间是（　　）



A．$\left(-\frac{1}{6},\frac{4}{3}\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{2},1\right)$　　C．$\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{6}\right)$　　D．$(1,2)$

2．已知函数$f(x)$在R上都存在导函数$f'(x)$，对于任意的实数都有$\frac{f(-x)}{f(x)}=e^{2x}$，当$x<0$时，$f(x)+f'(x)>0$，若$e^a f(2a+1)\geq f(a+1)$，则实数$a$的取值范围是(　　)

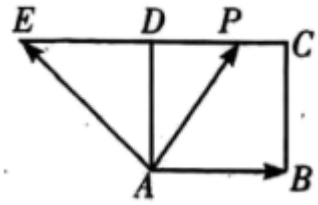
A．$\left[0,\frac{2}{3}\right]$　　B．$\left[-\frac{2}{3},0\right]$　　C．$[0,+\infty)$　　D．$(-\infty,0]$

3．已知复数$z_1=3+4i$,$z_2=a+i$,且$z_1\overline{z}_2$是实数,则实数a等于(　　)

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$-\frac{4}{3}$　　D．$-\frac{3}{4}$

4．如图，四边形$ABCD$为正方形，延长CD至E，使得$DE=CD$，点P在线段CD上运动.设$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AE}$

，则 $x+y$ 的取值范围是（　　）



A．$[1,2]$　　B．$[1,3]$　　C．$[2,3]$　　D．$[2,4]$

5．已知命题 $p:x<2m+1, q:x^2-5x+6<0$，且 p 是 q 的必要不充分条件，则实数 m 的取值范围为（　　）

A．$m>\frac{1}{2}$　　B．$m\geq\frac{1}{2}$　　C．$m>1$　　D．$m\geq 1$

6．若点(2，k)到直线 5x-12y+6=0 的距离是 4，则 k 的值是(　　)

A．1　　B．-3　　C．1 或$\frac{5}{3}$　　D．-3 或$\frac{17}{3}$

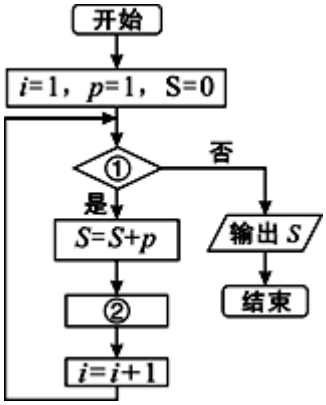
7．《算数书》竹简于上世纪八十年代在湖北省江陵县张家山出土，这是我国现存最早的有系统的数学典籍.其中记载有求“困盖”的术：“置如其周，令相承也.又以高乘之，三十六成一”.该术相当于给出了由圆锥的底面周长 L 与高 h，计算其体积 $V\approx\frac{1}{36}L^2h$ 的近似公式.它实际上是将圆锥体积公式中的圆周率近似取为 3.那么近似公式 $V\approx\frac{3}{112}L^2h$ 相当于将圆锥体积公式中的圆周率近似取为（　　）

A．$\frac{22}{7}$　　B．$\frac{157}{50}$　　C．$\frac{28}{9}$　　D．$\frac{337}{115}$

8．已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数，若当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=2^x+x+m$（m 为实数），则关于 x 的不等式 $-2<f(x-1)<2$ 的解集是（　　）

A．$(0,2)$　　B．$(-2,2)$　　C．$(-1,1)$　　D．$(1,3)$

9．给出 50 个数 1，2，4，7，11，┗，其规律是：第 1 个数是 1，第 2 个数比第 1 个数大 1，第 3 个数比第 2 个数大 2，第 4 个数比第 3 个数大 3，以此类推，要计算这 50 个数的和．现已给出了该问题算法的程序框图如图，请在图中判断框中的①处和执行框中的②处填上合适的语句，使之能完成该题算法功能(　　)



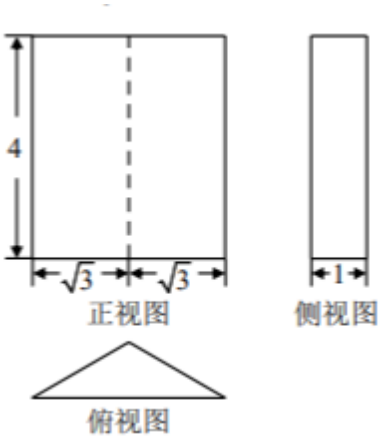
A．$i\le 50$；$p=p+i$　　B．$i<50$；$p=p+i$

C．$i\le 50$；$p=p+1$　　D．$i<50$；$p=p+1$

10．设双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，点$E(0,t)(t>0)$.已知动点$P$在双曲线$C$的右支上，且点$P,E,F_2$不共线.若$\Delta PEF_2$的周长的最小值为$4b$，则双曲线$C$的离心率$e$的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$　　B．$\left(1,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$　　C．$\left[\sqrt{3},+\infty\right)$　　D．$\left(1,\sqrt{3}\right]$

11．已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体外接球的表面积为（　　）



A．24π　　B．28π　　C．32π　　D．36π

12．已知m，n是两条不重合的直线，α，β是两个不重合的平面，则下列命题中错误的是（　　）

A．若$m\parallel\alpha$，$\alpha\parallel\beta$，则$m\parallel\beta$或$m\subset\beta$

B．若$m\parallel n$，$m\parallel\alpha$，$n\not\subset\alpha$，则$n\parallel\alpha$

C．若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

D．若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，则$n\parallel\alpha$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在△ABC中，a=3，$b=2\sqrt{6}$，B=2A，则cosA=_____.

14．$(1-3x)(1+x)^5$展开式中x^3项的系数是_____

15．记等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{3n+5}{n+7}$，则$\frac{a_7}{b_7}=$_____.

16．已知函数$f(x)=e^x+ax-1$，若$x\ge 0,f(x)\ge 0$恒成立，则a的取值范围是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\left|x-1\right|+\left|x+3\right|$.

（Ⅰ）解不等式 $f\left(x\right)\geq 6$；

（Ⅱ）设 $g\left(x\right)=-x^2+2ax,$ 其中 a 为常数.若方程 $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恰有两个不相等的实数根，求实数 a 的取值范围.

18.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

（Ⅰ）求直线 l 的普通方程及曲线 C 的直角坐标方程；

（Ⅱ）设点 $P\left(1,0\right)$，直线 l 与曲线 C 相交于 A，B，求 $\dfrac{1}{\left|PA\right|}+\dfrac{1}{\left|PB\right|}$ 的值.

19.（12 分）已知直线 $x+y=1$ 过椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的右焦点，且交椭圆于 ***A***，***B*** 两点，线段 ***AB*** 的中点是 $M\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{3}\right)$，

（1）求椭圆的方程；

（2）过原点的直线 ***l*** 与线段 ***AB*** 相交（不含端点）且交椭圆于 ***C***，***D*** 两点，求四边形 $ACBD$ 面积的最大值.

20.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-\ln x$.

（1）若 $f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-\ln x$ 在 $x=x_1,x_2\left(x_1\neq x_2\right)$ 处导数相等，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>3-2\ln 2$ ；

（2）若对于任意 $k\in\left(-\infty,1\right)$ ，直线 $y=kx+b$ 与曲线 $y=f\left(x\right)$ 都有唯一公共点，求实数 b 的取值范围.

21.（12 分）$\triangle ABC$ 中的内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，若 $\sqrt{5}b=4c$，$B=2C$.

（1）求 $\cos B$；

（2）若 $c=5$，点 D 为边 BC 上一点，且 $BD=6$，求 $\triangle ADC$ 的面积.

22.（10 分）某企业现有 ***A***．***B*** 两套设备生产某种产品，现从 ***A***，***B*** 两套设备生产的大量产品中各抽取了 **100** 件产品作为样本，检测某一项质量指标值，若该项质量指标值落在 $\left[20,40\right)$ 内的产品视为合格品，否则为不合格品.图 **1** 是从 ***A*** 设备抽取的样本频率分布直方图，表 **1** 是从 ***B*** 设备抽取的样本频数分布表.

图 **1**：***A*** 设备生产的样本频率分布直方图

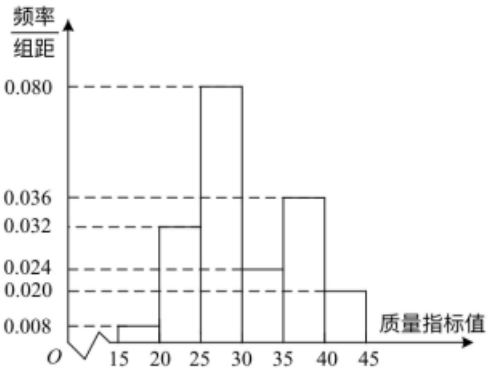


表 1：*B* 设备生产的样本频数分布表

质量指标值	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$	$[40,45)$
频数	**2**	**18**	**48**	**14**	**16**	**2**

（1）请估计 *A*．*B* 设备生产的产品质量指标的平均值；

（2）企业将不合格品全部销毁后，并对合格品进行等级细分，质量指标值落在 $[25,30)$ 内的定为一等品，每件利润 **240** 元；质量指标值落在 $[20,25)$ 或 $[30,35)$ 内的定为二等品，每件利润 **180** 元；其它的合格品定为三等品，每件利润 **120** 元.根据图 **1**、表 **1** 的数据，用该组样本中一等品、二等品、三等品各自在合格品中的频率代替从所有产品中抽到一件相应等级产品的概率.企业由于投入资金的限制，需要根据 *A*，*B* 两套设备生产的同一种产品每件获得利润的期望值调整生产规模，请根据以上数据，从经济效益的角度考虑企业应该对哪一套设备加大生产规模？

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

先辨别出图象中实线部分为函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象，虚线部分为其导函数的图象，求出函数 $y=\dfrac{f\left(x\right)}{e^{x}}$ 的导数为 $y'=\dfrac{f'\left(x\right)-f\left(x\right)}{e^{x}}$，由 $y'<0$，得出 $f'\left(x\right)<f\left(x\right)$，只需在图中找出满足不等式 $f'\left(x\right)<f\left(x\right)$ 对应的 x 的取值范围即可.

【详解】

若虚线部分为函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象，则该函数只有一个极值点，但其导函数图象（实线）与 x 轴有三个交点，不合乎题意；

若实线部分为函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象，则该函数有两个极值点，则其导函数图象（虚线）与 x 轴恰好也只有两个交点，合乎题意.

对函数 $y=\frac{f\left(x\right)}{e^x}$ 求导得 $y'=\frac{f'\left(x\right)-f\left(x\right)}{e^x}$，由 $y'<0$ 得 $f'\left(x\right)<f\left(x\right)$，

由图象可知，满足不等式 $f'\left(x\right)<f\left(x\right)$ 的 x 的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2},1\right)$，

因此，函数 $y=\frac{f\left(x\right)}{e^x}$ 的单调递减区间为 $\left(-\frac{1}{2},1\right)$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用图象求函数的单调区间，同时也考查了利用图象辨别函数与其导函数的图象，考查推理能力，属于中等题.

2、B

【解析】

先构造函数，再利用函数奇偶性与单调性化简不等式，解得结果.

【详解】

令 $g(x)=e^xf(x)$，则当 $x<0$ 时，$g'(x)=e^x[f(x)+f'(x)]>0$，

又 $g(-x)=e^{-x}f(-x)=e^xf(x)=g(x)$，所以 $g(x)$ 为偶函数，

从而 $e^af\left(2a+1\right)\geq f\left(a+1\right)$ 等价于 $e^{2a+1}f(2a+1)\geq e^{a+1}f(a+1),g(2a+1)\geq g(a+1)$，

因此 $g(-|2a+1|)\geq g(-|a+1|),-|2a+1|\geq -|a+1|,3a^2+2a\leq 0\therefore -\frac{2}{3}\leq a\leq 0.$ 选 B.

【点睛】

本题考查利用函数奇偶性与单调性求解不等式，考查综合分析求解能力，属中档题.

3、A

【解析】

分析：计算 $\overline{z}_2=\mathrm{a}-\mathrm{i}$，由 $z_1\overline{z}_2=3\mathrm{a}+4+\left(4\mathrm{a}-3\right)\mathrm{i}$，是实数得 $4\mathrm{a}-3=0$，从而得解.

详解：复数 $z_1=3+4i,z_2=a+i,$

$\overline{z}_2 = a - i$.

所以 $z_1\overline{z}_2 = (3+4i)(a-i) = 3a+4+(4a-3)i$，是实数，

所以 $4a-3=0$，即 $a=\frac{3}{4}$.

故选 A.

点睛：本题主要考查了复数共轭的概念，属于基础题.

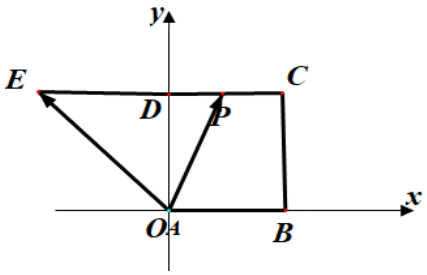
4、C

【解析】

以 A 为坐标原点，以 AB, AD 分别为 x 轴，y 轴建立直角坐标系，利用向量的坐标运算计算即可解决.

【详解】

以 A 为坐标原点建立如图所示的直角坐标系，不妨设正方形 $ABCD$ 的边长为 1，



则 $B(1,0)$，$E(-1,1)$，设 $P(t,1)(0\le t\le 1)$，则 $(t,1)=x(1,0)+y(-1,1)$，所以 $t=x-y$，且 $y=1$，

故 $x+y=t+2\in[2,3]$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用向量的坐标运算求变量的取值范围，考查学生的基本计算能力，本题的关键是建立适当的直角坐标系，是一道基础题.

5、D

【解析】

求出命题 q 不等式的解为 $2<x<3$，p 是 q 的必要不充分条件，得 q 是 p 的子集，建立不等式求解.

【详解】

解：Q 命题 $p: x<2m+1, q: x^2-5x+6<0$，即：$2<x<3$，

p 是 q 的必要不充分条件，

$\therefore (2,3)\subseteq(-\infty,2m+1,)$，

$\therefore 2m+1\ge 3$，解得 $m\ge 1$．实数 m 的取值范围为 $m\ge 1$.

故选：D.

【点睛】

本题考查根据充分、必要条件求参数范围，其思路方法：

(1)解决此类问题一般是把充分条件、必要条件或充要条件转化为集合之间的关系，然后根据集合之间关系列出关于参数的不等式(组)求解.

(2)求解参数的取值范围时， 一定要注意区间端点值的检验.

6、D

【解析】

由题得$\frac{|2\times5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 k 的值.

【详解】

由题得$\frac{|2\times5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 k=-3 或$\frac{17}{3}$.

故答案为：D

【点睛】

(1)本题主要考查点到直线的距离公式，意在考查学生对该知识的掌握水平和计算推理能力.(2) 点$P(x_0,y_0)$到直线$l:Ax+By+C=0$的距离$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

7、C

【解析】

将圆锥的体积用两种方式表达，即$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{3}{112}(2\pi r)^2h$，解出$\pi$即可.

【详解】

设圆锥底面圆的半径为 r，则$V=\frac{1}{3}\pi r^2h$，又$V\approx\frac{3}{112}L^2h=\frac{3}{112}(2\pi r)^2h$，

故$\frac{3}{112}(2\pi r)^2h\approx\frac{1}{3}\pi r^2h$，所以，$\pi\approx\frac{112}{36}=\frac{28}{9}$.

故选：C.

【点睛】

本题利用古代数学问题考查圆锥体积计算的实际应用，考查学生的运算求解能力、创新能力.

8、A

【解析】

先根据奇函数求出 m 的值，然后结合单调性求解不等式.

【详解】

据题意，得 $f(0)=1+m=0$，得 $m=-1$，所以当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=2^x+x-1$.分析知，函数 $f(x)$ 在 R 上为增函数.

又 $f(1)=2$，所以 $f(-1)=-2$.又 $-2<f(x-1)<2$，所以 $-1<x-1<1$，所以 $0<x<2$，故选 **A.**

【点睛】

本题主要考查函数的性质应用，侧重考查数学抽象和数学运算的核心素养.

9、**A**

【解析】

要计算这 50 个数的和，这就需要循环 **50** 次，这样可以确定判断语句①，根据累加最的变化规律可以确定语句②.

【详解】

因为计算这 50 个数的和，循环变量 i 的初值为 **1**，所以步长应该为 **1**，故判断语句①应为 $i=i+1$，第 1 个数是 1，第 2 个数比第 1 个数大 1，第 3 个数比第 2 个数大 2，第 4 个数比第 3 个数大 3，这样可以确定语句②为 $p=p+i$，故本题选 **A.**

【点睛】

本题考查了补充循环结构，正确读懂题意是解本题的关键.

10、**A**

【解析】

依题意可得 $C_{\Delta PEF_2}=PE+PF_2+EF_2=PE+PF_2+EF_1\geq 2PF_1-2a=4b$

即可得到 $2a+4b>2(a+c)$，从而求出双曲线的离心率的取值范围；

【详解】

解：依题意可得如下图象，$C_{\Delta PEF_2}=PE+PF_2+EF_2=PE+PF_2+EF_1$

$=PE+PF_1+EF_1-2a$

$\geq 2PF_1-2a=4b$

$\therefore 2PF_1=2a+4b>2(a+c)$

所以 $2b>c$

则 $4c^2-4a^2>c^2$

所以 $3c^2>4a^2$

所以 $e^2=\frac{c^2}{a^2}>\frac{4}{3}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/965104331122011222