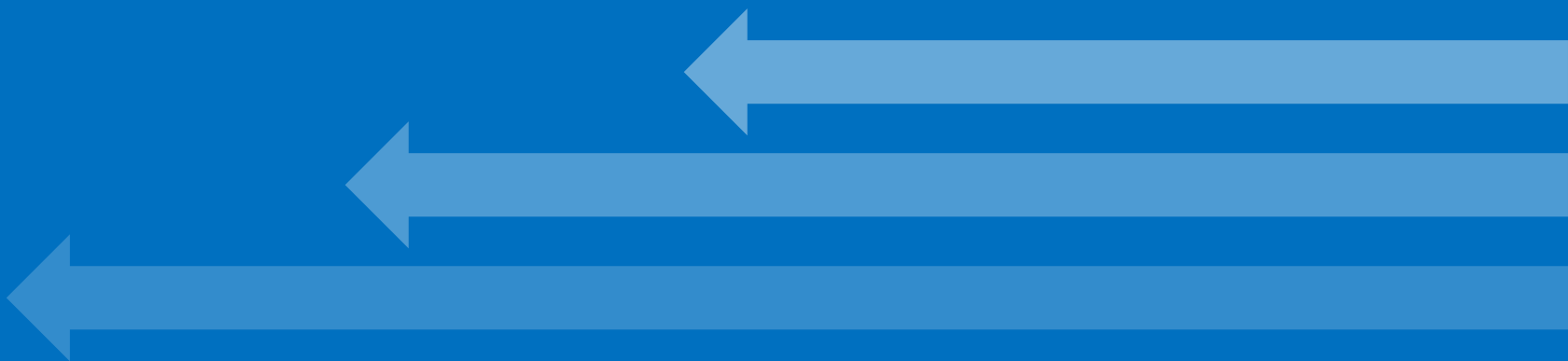


senior high school education

## 2 指数幂的运算性质



## 【最新课标】

掌握指数幂的运算性质.

# 内容索引

01. 新知初探 · 自主学习

02. 课堂探究 · 素养提升

题型1 利用指数幂的运算性质求值

题型2 利用指数幂的性质化简

题型3 条件求值问题

03. 课时作业(二十三)

## 01. 新知初探 · 自主学习

01. 新知初探 · 自主学习

## 教材要点

### 要点 指数幂的运算性质

对于任意正实数 $a$ ,  $b$ 和实数 $\alpha$ ,  $\beta$ , 实数指数幂均满足下面的运算性质:

(1)同底数幂相乘:  $a^\alpha \cdot a^\beta = \underline{a^{\alpha+\beta}}$ ;

(2)幂的乘方:  $(a^\alpha)^\beta = \underline{a^{\alpha\beta}}$ ;

(3)积的乘方:  $(ab)^\alpha = \underline{a^\alpha b^\alpha}$ .

## 状元随笔

(1)对于正整数指数幂 $a^m$ ， $a$ 是任意实数时，它都有意义，幂指数扩充到实数范围后，规定 $a>0$ .

(2)对于实数指数幂的运算，多项式运算中的乘法公式(平方差公式、完全平方公式、完全立方公式等)仍然成立，很多时候，灵活应用这些公式，可以使运算大大的简化.

## 基础自测

1.判断正误. (正确的画“√”, 错误的画“×”)

(1)指数幂的运算性质只适用于指数为有理数的形式. ( × )

(2)  $[(-2)^4]^{\frac{3}{4}}$  可以做以下化简:  $[(-2)^4]^{\frac{3}{4}} = (-2)^{4 \times \frac{3}{4}} = (-2)^3 = -8$

( × )

(3)当 $a > 0$ 时, 均有 $a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$ . ( √ )

(4)当 $a > 0$ 时,  $(a - a^{-1})^2 = (a + a^{-1})^2 - 2$ . ( × )

2. [多选题]下列运算结果中, 错误的是( )

A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$       B.  $(-a^2)^3 = (-a^3)^2$

C.  $(\sqrt{a}-1)^0 = 1$       D.  $(-a^2)^3 = -a^6$

**答案:** *ABC*

**解析:** *A*中,  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ , *A*错误; *B*中,  $(-a^2)^3 = -a^6 \neq (-a^3)^2 = a^6$ , *B*错误, *D*正确; *C*中,  $(\sqrt{a}-1)^0 = 1$ , 当 $a=1$ 时,  $(\sqrt{a}-1)^0 = 0^0$ (无意义), *C*错误. 故选*ABC*.



3.  $[(-2)^6]^{\frac{1}{2}} = ( \quad )$

- A. 8      B. -8      C.  $\frac{1}{8}$       D.  $-\frac{1}{8}$

答案：A

解析：  $[(-2)^6]^{\frac{1}{2}} = (2^6)^{\frac{1}{2}} = 2^3 = 8.$

$$4. \quad 0.25 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} - 4 \div 2^0 - \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = \underline{\quad -4 \quad}.$$

解析：原式  $= \frac{1}{4} \times 16 - 4 - 4 = -4$ .

## 02. 课堂探究 · 素养提升

02. 课堂探究 · 素养提升

## 题型1 利用指数幂的运算性质求值——自主完成

1.  $[(-\sqrt{2})^{-2}]^{-\frac{1}{2}} = ( \quad )$

A.  $\sqrt{2}$       B.  $-\sqrt{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

答案: A

解析:  $[(-\sqrt{2})^{-2}]^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{2})^{(-2) \times (-\frac{1}{2})} = \sqrt{2}$ . 故选A.

2. 计算:  $(1) 8^{\frac{2}{3}} \times 100^{-\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \times \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}};$

解析: 原式  $= (2^3)^{\frac{2}{3}} \times (10^2)^{-\frac{1}{2}} \times (2^{-2})^{-3} \times \left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^{-\frac{3}{4}}$

$$= 2^2 \times 10^{-1} \times 2^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$$

$$= 2^8 \times \frac{1}{10} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{432}{5}.$$

$$(2)(-2020)^0 + 8^{0.25} \times \sqrt[4]{2} + (\sqrt[3]{2} \times \sqrt{2})^6 - (-\sqrt{2\sqrt{2}})^{\frac{4}{3}}.$$

**解析：**原式 =  $1 + 2^{3 \times \frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} + (2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{2}})^6 - \left[ -\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{4}{3}}$

$$= 1 + 2^{\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} + (2^2 \times 3^3) - 2$$

$$= 1 + 2 + 108 - 2 = 109.$$

## 方法归纳

### 进行指数幂的运算时的注意点

- (1)有括号先算括号里的，无括号先做指数运算.
- (2)负指数幂化为正指数幂的倒数.
- (3)底数是负数，先确定符号，从而去掉负号；底数是带分数，先化成假分数.
- (4)含有根式时，通常先将根式转化为分数指数幂再运算.
- (5)尽可能将各项用幂的形式表示.

## 题型2 利用指数幂的性质化简——师生共研

例1 化简(式子中的字母均为正实数).

$$(1) \frac{2a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot (-6a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}})}{-3a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}}};$$

**解析：**原式  $= 4a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = 4ab^0 = 4a.$



$$(2) \frac{x-1}{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} + 1} + \frac{x+1}{x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{x-x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - 1};$$

解析：原式 =  $\frac{\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}\right)\left(\frac{2}{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} + 1}\right)}{\frac{2}{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} + 1}} + \frac{\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + 1}\right)\left(\frac{2}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1}\right)}{\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + 1}} - \frac{\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}\right)\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + 1}\right)}{\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}}$

$$= x^{\frac{1}{3}} - 1 + x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1 - x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}} + 1) = -x^{\frac{1}{3}}.$$

$$(3)(4a^2 + 4a + 1)^{\frac{1}{2}} + (4a^2 - 12a + 9)^{\frac{1}{2}}.$$

**解析：**原式  $= \sqrt{4a^2 + 4a + 1} + \sqrt{4a^2 - 12a + 9}$

$$= \sqrt{(2a + 1)^2} + \sqrt{(2a - 3)^2} = |2a + 1| + |2a - 3|$$

$$= \begin{cases} 4a - 2, & a > \frac{3}{2}, \\ 4, & -\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}, \\ 2 - 4a, & a < -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

状元随笔 对于含有字母的化简，一般用分数指数幂的形式表示，  
对于含有字母的根式化简，被开方的式子符号不确定时要分类讨论.

跟踪训练1 化简:

$$(1) a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} \cdot (-3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}) \div (\frac{1}{3} a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}});$$

解析: 原式 =  $(-3 \div \frac{1}{3}) \times a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}} b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = -9a.$

$$(2) (m^{\frac{1}{4}} n^{-\frac{3}{8}})^8;$$

解析:  $(2) (m^{\frac{1}{4}} n^{-\frac{3}{8}})^8 = (m^{\frac{1}{4}})^8 (n^{-\frac{3}{8}})^8 = m^2 n^{-3} = \frac{m^2}{n^3}.$

$$(3)(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt{a^3}) \div \sqrt[4]{a^2}.$$

解析:  $(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt{a^3}) \div \sqrt[4]{a^2}$

$$= \left( a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{3}{2}} \right) \div a^{\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{3}{2}} \div a^{\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} - a^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{1}{6}} - a$$

$$= \sqrt[6]{a} - a.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/965133144021011320>