

# 2025 年九年级学业水平数学模拟考试试题

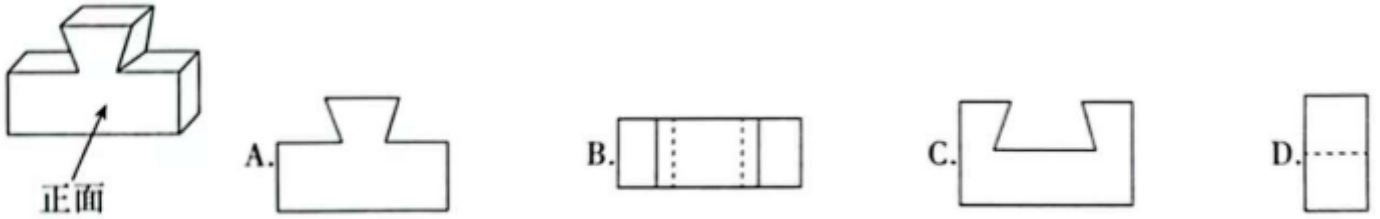
(考试时间 120 分钟 满分 150 分)

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题只有一个选项符合题目要求。

1. 下列实数中，无理数是 ( )

- A. -3      B. 0      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\sqrt{5}$

2. 古代中国诸多技艺均领先世界。榫卯结构就是其中之一，榫卯是在两个木构件上所采用的一种凹凸结合的连接方式。凸出部分叫榫（或榫头），凹进部分叫卯（或榫眼、榫槽），榫和卯咬合，起到连接作用。如图是某个部件“榫”的实物图，它的主视图是( )



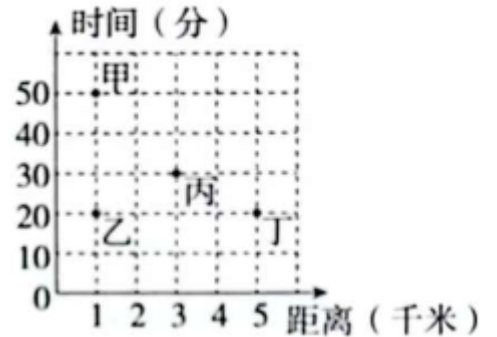
3. 新能源汽车采用非常规的车用燃料作为动力来源，具有新技术、新结构，环保安静、平稳舒适，在全球范围逐渐被广泛应用于乘用车和商用领域。据统计，2024 年我国新能源汽车产量超过 944 万辆，其中 944 万用科学记数法表示为( )

- A.  $0.944 \times 10^7$       B.  $9.44 \times 10^6$       C.  $9.44 \times 10^7$       D.  $94.4 \times 10^6$

4. 淘淘在“七星小镇”研学时学习扎染技术，得到一个内角和为  $1080^\circ$  的正多边形图案，这个正多边形的每个外角的度数为( )

- A.  $36^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $60^\circ$

5. 甲、乙、丙、丁 4 个人步行的距离和花费的时间如图，按平均值计算，则走的最慢的是( )



- A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁

6. 下列运算中，正确的是( )

- A.  $a^2 + a^3 = a^5$       B.  $(-2a^2)^3 = -8a^6$       C.  $(a-1)^2 = a^2 - 1$       D.  $a^8 \div a^4 = a^2$

7. 化简  $\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a^2-1}$  的结果是( )

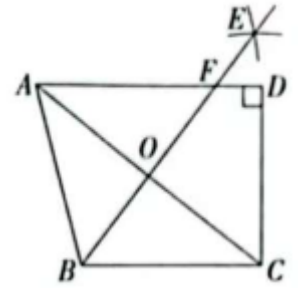
- A.  $\frac{a}{a-1}$       B.  $\frac{a}{a+1}$       C.  $\frac{1}{a+1}$       D.  $\frac{a+1}{a}$

8. 中国古代的“四书”是指《论语》《孟子》《大学》《中庸》，它是儒家思想的核心著作，是中国传统文化的重要组成部分，若从这四部著作中随机抽取两本（先随机抽取一本，不放回，再随机抽取另一本），则抽取的两本恰好是《论语》和《大学》的概率是( )

- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{1}{6}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{2}$

9. 如图，在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $AD = 5$ ， $BC = 4$ ，分别以点 A, C 为圆心，大于  $\frac{1}{2}AC$  的长为半径作弧，两弧交于点 E，作射线 BE 交 AD 于点 F，交 AC 于点 O。若点 O 是 AC

的中点，则 CD 的长为 ( )



- A. 3.5      B.  $\sqrt{14}$       C.  $\sqrt{15}$       D. 4

10. 在平面直角坐标系中，抛物线  $y=x^2-2mx+3$  ( $m$  为常数) 与  $y$  轴交于点 A，过点 A 作  $x$  轴的平行线与抛物线交于另一点 B，点  $M(m+2,3)$ ,  $N(0, m+3)$ ，若抛物线与线段 MN 有且只有一个公共点，则  $m$  的取值范围是( )

- A.  $0 < m \leq 2$  或  $m < -2$     B.  $0 < m \leq 2$  或  $m \leq -2$     C.  $0 \leq m \leq 2$  或  $m \leq -2$     D.  $0 < m \leq 2$  或  $m < -2$

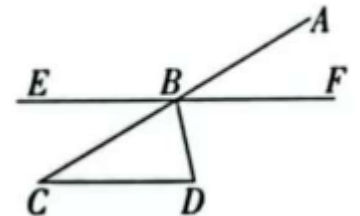
二、填空题：本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。直接填写答案。

11. 若  $x^2-2x-3=0$ ，则  $2x^2-4x+1=$ \_\_\_\_\_。

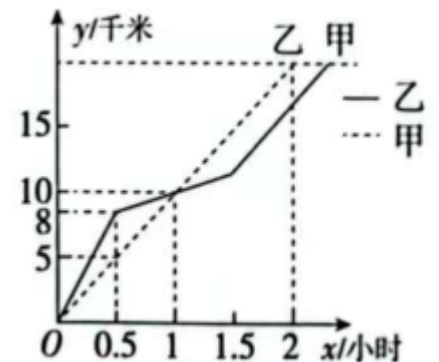
12. 如图，飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同，任意投掷飞镖 1 次（假设每次飞镖均落在游戏板上），击中阴影部分的概率是\_\_\_\_\_。



13. 如图，已知  $EF \parallel CD$ ,  $BC = DC$ ,  $\angle ABF = 30^\circ$ ，则  $\angle D$  的度数为\_\_\_\_\_。



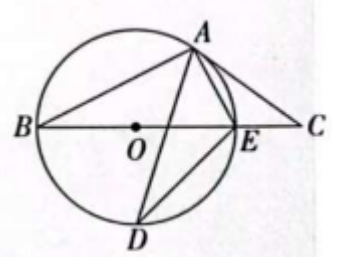
14. 在全民健身越野赛中，甲、乙两选手的行程  $y$  (千米) 随时间  $x$  (小时) 变化的图象 (全程) 如图所示，有下列说法：①起跑后 1 小时内，乙在甲的前面；②甲比乙先到达终点；③第 1 小时两人都跑了 10 千米；④ 1.5 小时时，甲、乙相距 5 千米；⑤两人都跑了 20 千米。其中正确的说法是\_\_\_\_\_ (填序号)



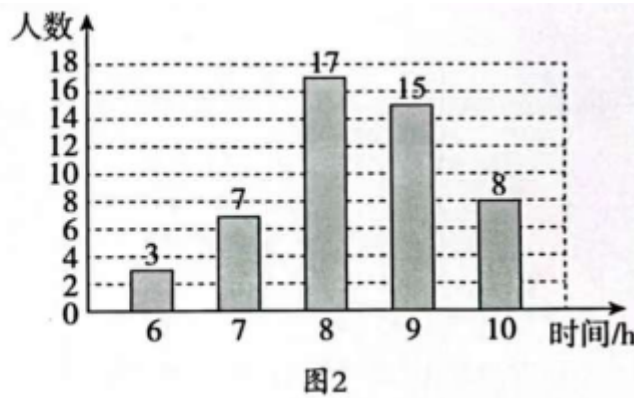
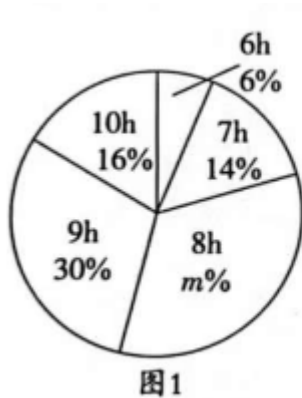
15. 如图，在矩形纸片 ABCD 中， $AD=12$ ,  $AB=4$ ，点 E 在线段 BC 上，将  $\triangle ECD$  沿 DE 向上翻折，点 C 的对应点  $C'$  落在线段 AD 上，点 M, N 分别是线段 AD 与线段 BC 上的点，将四边形 ABNM 沿 MN 向上翻折，点 B 恰好落在线段 DE 的中点  $B'$  处，则线段 MN 的长为\_\_\_\_\_。



- (1) 求证:  $CA$  是  $\odot O$  的切线;  
 (2) 当  $AC=8, CE=4$  时, 求  $DE$  的长.



21.(9分) 为了解某校八年级学生每周参加科学教育的时间(单位: h), 随机调查了该校八年级 a 名学生, 根据统计的结果, 绘制出如下的统计图 1 和图 2.



请根据相关信息, 解答下列问题:

- (1) 填空: a 的值为\_\_\_\_\_, 图 1 中 m 的值为\_\_\_\_\_, 统计的这组学生每周参加科学教育的时间数据的众数和中位数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_;
- (2) 求统计的这组学生每周参加科学教育的时间数据的平均数;
- (3) 根据样本数据, 若该校八年级共有学生 500 人, 估计该校八年级学生每周参加科学教育的时间是 9h 的人数为多少?

22.(10分) 济南是“老舍”故里, 文化底蕴深厚. 近年来济南市旅游产业蓬勃发展, 促进了文创产品的销售, 某商店用 960 元购进的 A 款文创产品和用 780 元购进的 B 款文创产品数量相同每件 A 款文创产品进价比 B 款文创产品进价多 15 元.

- (1) 求 A, B 两款文创产品每件的进价各是多少元?
- (2) 已知 A 款文创产品每件售价为 100 元, B 款文创产品每件售价为 80 元, 根据市场需求, 商店计划再用不超过 7400 元的总费用购进这两款文创产品共 100 件进行销售, 问: 怎样进货才能使销售完后获得的利润最大, 最大利润是多少元?

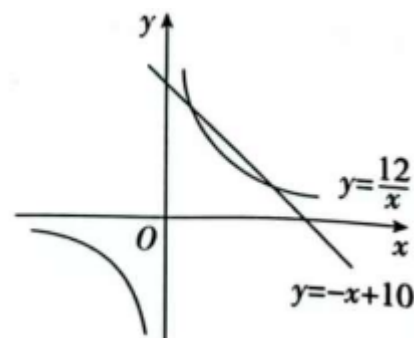
23.(10分) 探究: 是否存在一个新矩形, 使其周长和面积为原矩形的 2 倍,  $\frac{1}{2}$  倍, k 倍?

(1) 若该矩形是边长为 2 的正方形，是否存在一个正方形，使其周长和面积都是它的 2 倍？\_\_\_\_\_(填"存在"或"不存在");

(2) 继续探究，若该矩形长为 3，宽为 2，是否存在一个矩形，使其周长和面积都为该矩形的 2 倍？小明同学有以下思路：设新矩形长和宽为  $x, y$  . 根据题意，得  $x + y = 10, xy = 12$ ，联立  $\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 12 \end{cases}$ ，但  $x^2 - 10x + 12 = 0$  再探究根的情况：小慧同学认为也可用反比例函数与一次函数图象证明，如图： $l_1: y = -x + 10$ ， $l_2: y = \frac{12}{x}$ ，则是否存在一个新矩形为原矩形周长和面积的 2 倍？请你结合小明和小慧的思路做出判断并说明理由；

(3) 根据此方法，请你探究是否存在一个新矩形，使其周长和面积都为这个长为 3，宽为 2 的矩形的  $\frac{1}{2}$  倍？若存在，用图象表达；

(4) 是否存在一个新矩形，使其周长和面积为长为 3，宽为 2 的矩形的  $k$  倍？请写出当结论成立时  $k$  的取值范围.



24.(12 分) 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点，点  $A$  在点  $B$  的左边，与  $y$  轴交于点  $C$ ，点  $A$  的坐标为  $(-2, 0)$ ， $AO : CO : BO = 1 : 2 : 3$ .

(1) 如图 1, 求抛物线的表达式;

(2) 如图 1, 点  $D$  在直线  $BC$  上方的抛物线上运动 (不含端点  $B, C$ ), 连接  $DC, DB$ , 当四边形  $ABDC$  面积最大时, 求出面积最大值和点  $D$  的坐标;

(3) 如图 2, 将 (1) 中的抛物线向右平移, 当它恰好经过原点时, 设原抛物线与平移后的抛物线交于点  $E$ , 连接  $BE$ . 点  $M$  为原抛物线对称轴上一点,  $N$  为平面内一点, 以  $B, E, M, N$  为顶点的四边形是矩形时, 直接写出点  $N$  的坐标.

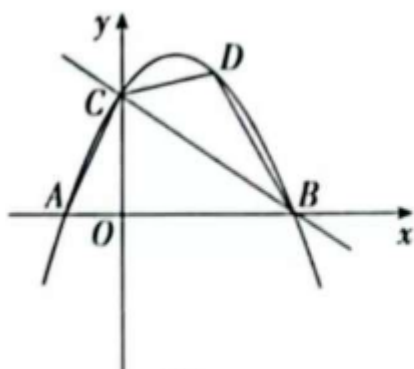


图1

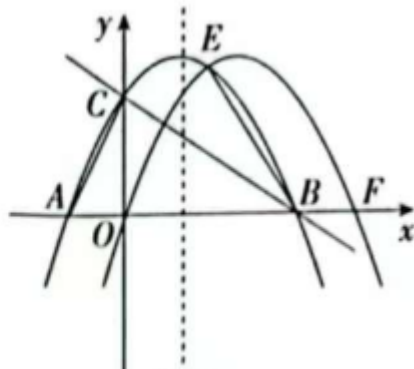


图2

25.(12 分)

(1) 【操作发现】如图 1，在矩形  $ABCD$  和矩形  $CEGF$  中， $\frac{AG}{BE} = \frac{1}{2}$ ， $AB = 9$ ， $AD = 12$ ，小明将矩形  $CEGF$  绕点  $C$  顺时针转一定的角度，如图 2 所示。

①问： $\frac{AG}{BE}$  的值是否变化？若不变，求  $\frac{AG}{BE}$  的值；若变化，请说明理由；

②在旋转过程中，当点  $B, E, F$  在同一条直线上时，求  $AG$  的长度；

(2) 【类比探究】

如图 3，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 2\sqrt{5}$ ， $\angle BAC = \alpha^\circ$ ， $\tan \angle ABC = \frac{1}{2}$ ， $G$  为  $BC$  的中点，点  $D$  为平面内一动点，且  $DG = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，将线段  $BD$  绕点  $D$  逆时针旋转  $\alpha$  得到  $B'D$ ，则四边形  $ABB'C$  面积的最大值为\_\_\_\_\_。

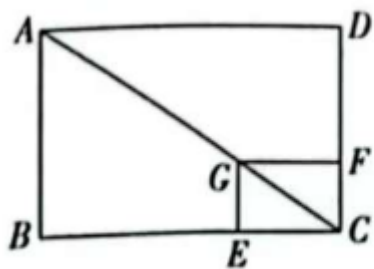


图1

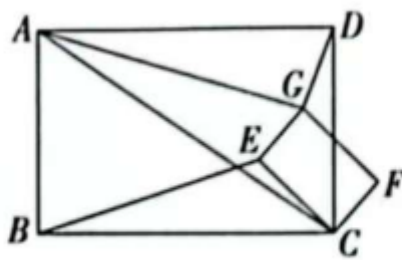


图2

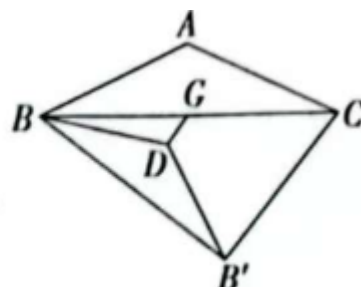


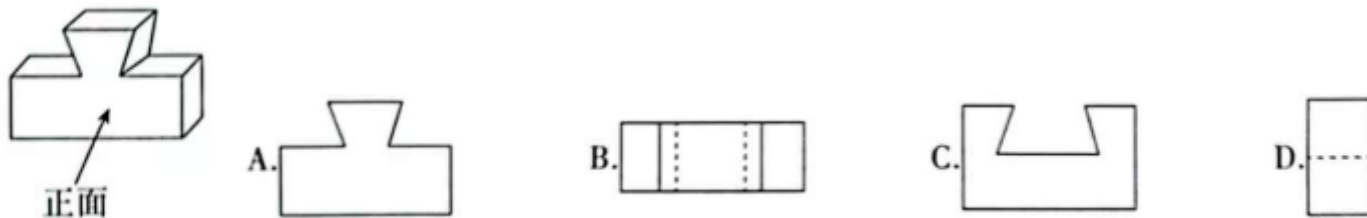
图3

一. 选择题: 本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 每小题只有一个选项符合题目要求.

1. 下列实数中, 无理数是 ( D )

- A. -3      B. 0      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\sqrt{5}$

2. 古代中国诸多技艺均领先世界. 榫卯结构就是其中之一, 榫卯是在两个木构件上所采用的一种凹凸结合的连接方式. 凸出部分叫榫 (或榫头), 凹进部分叫卯 (或榫眼、榫槽), 榫和卯咬合, 起到连接作用. 如图是某个部件"榫"的实物图, 它的主视图是 ( A )



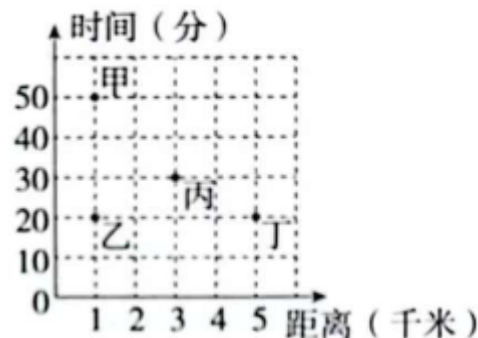
3. 新能源汽车采用非常规的车用燃料作为动力来源, 具有新技术、新结构, 环保安静、平稳舒适, 在全球范围逐渐被广泛应用于乘用车和商用领域. 据统计, 2024 年我国新能源汽车产量超过 944 万辆, 其中 944 万用科学记数法表示为 ( B )

- A.  $0.944 \times 10^7$       B.  $9.44 \times 10^6$       C.  $9.44 \times 10^7$       D.  $94.4 \times 10^6$

4. 淘淘在"七星小镇"研学时学习扎染技术, 得到一个内角和为  $1080^\circ$  的正多边形图案, 这个正多边形的每个外角的度数为 ( C )

- A.  $36^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $60^\circ$

6. 甲、乙、丙、丁 4 个人步行的距离和花费的时间如图, 按平均值计算, 则走的最慢的是 ( A )



- A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁

6. 下列运算中, 正确的是 ( B )

- A.  $a^2 + a^3 = a^5$       B.  $(-2a^2)^3 = -8a^6$       C.  $(a-1)^2 = a^2 - 1$       D.  $a^8 \div a^4 = a^2$

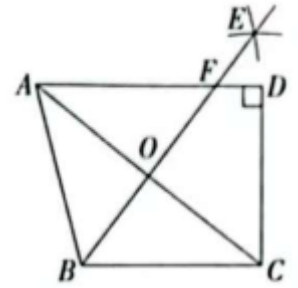
7. 化简  $\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a^2-1}$  的结果是 ( C )

- A.  $\frac{a}{a-1}$       B.  $\frac{a}{a+1}$       C.  $\frac{1}{a+1}$       D.  $\frac{a+1}{a}$

8. 中国古代的"四书"是指《论语》《孟子》《大学》《中庸》, 它是儒家思想的核心著作, 是中国传统文化的重要组成部分, 若从这四部著作中随机抽取两本 (先随机抽取一本, 不放入, 再随机抽取另一本), 则抽取的两本恰好是《论语》和《大学》的概率是 ( B )

- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{1}{6}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{2}$

9. 如图, 在四边形 ABCD 中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle D = 90^\circ$ ,  $AD = 5$ ,  $BC = 4$ , 分别以点 A, C 为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AC$  的长为半径作弧, 两弧交于点 E, 作射线 BE 交 AD 于点 F, 交 AC 于点 O. 若点 O 是 AC 的中点, 则 CD 的长为 ( C )



A.3.5      B. $\sqrt{14}$       C. $\sqrt{15}$       D.4

10. 在平面直角坐标系中，抛物线  $y=x^2-2mx+3$  ( $m$  为常数) 与  $y$  轴交于点  $A$ ，过点  $A$  作  $x$  轴的平行线与抛物线交于另一点  $B$ ，点  $M(m+2,3)$ ， $N(0, m+3)$ ，若抛物线与线段  $MN$  有且只有一个公共点，则  $m$  的取值范围是( C )

A. $0 < m \leq 2$  或  $m < -2$     B. $0 < m \leq 2$  或  $m \leq -2$     C. $0 \leq m \leq 2$  或  $m \leq -2$     D. $0 < m \leq 2$  或  $m < -2$

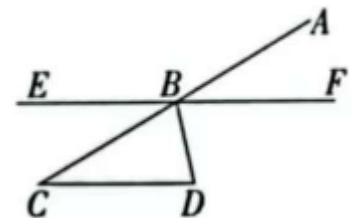
二、填空题：本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。直接填写答案。

11. 若  $x^2-2x-3=0$ ，则  $2x^2-4x+1=$  7。

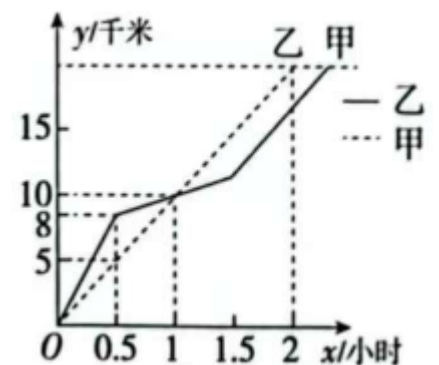
12. 如图，飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同，任意投掷飞镖 1 次（假设每次飞镖均落在游戏板上），击中阴影部分的概率是  $\frac{9}{25}$ 。



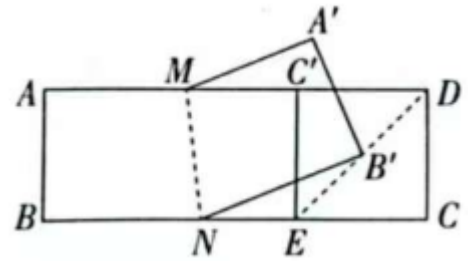
13. 如图，已知  $EF \parallel CD$ ， $BC = DC$ ， $\angle ABF = 30^\circ$ ，则  $\angle D$  的度数为  $75^\circ$ 。



14. 在全民健身越野赛中，甲、乙两选手的行程  $y$ （千米）随时间  $x$ （小时）变化的图象（全程）如图所示，有下列说法：①起跑后 1 小时内，乙在甲的前面；②甲比乙先到达终点；③第 1 小时两人都跑了 10 千米；④ 1.5 小时时，甲、乙相距 5 千米；⑤两人都跑了 20 千米。其中正确的说法是 ③⑤（填序号）



15. 如图，在矩形纸片  $ABCD$  中， $AD=12$ ， $AB=4$ ，点  $E$  在线段  $BC$  上，将  $\triangle ECD$  沿  $DE$  向上翻折，点  $C$  的对应点  $C'$  落在线段  $AD$  上，点  $M, N$  分别是线段  $AD$  与线段  $BC$  上的点，将四边形  $ABNM$  沿  $MN$  向上翻折，点  $B$  恰好落在线段  $DE$  的中点  $B'$  处，则线段  $MN$  的长为  $\frac{4\sqrt{26}}{5}$ 。



三、解答题：本题共 10 小题，共 90 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (7 分) 计算： $(\sqrt{3} - \pi)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} + 2\sin 45^\circ - |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{4}$ .

$$= 1 + 4 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 - 2$$

$$= 4$$

17. (7 分) 解不等式组  $\begin{cases} 3x + 6 \geq 5 & \text{①} \\ 1 - \frac{x-2}{3} \leq \frac{2x-1}{2} & \text{②} \end{cases}$ ，并写出最小整数解。

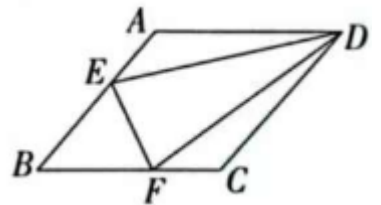
解不等式①，得  $x \leq 8$ .

解不等式②，得  $x \geq \frac{13}{8}$ .

所以不等式组的解集为  $\frac{13}{8} \leq x \leq 8$ .

所以不等式组的最小整数解为 2

18. (7 分) 如图，在菱形 ABCD 中，点 E, F 分别是边 AB, BC 上的点，BE = BF，求证： $\angle DEF = \angle DFE$ .



证明： $\because$  四边形 ABCD 是菱形

$\therefore AB = BC = CD = AD, \angle A = \angle C$

$\because BE = BF$

$\therefore AE = CF$

在  $\triangle DAE$  和  $\triangle DCF$  中  $\begin{cases} DA = DC \\ \angle A = \angle C \\ AE = CF \end{cases}$

$\therefore \triangle DAE \cong \triangle DCF$  (SAS)

$\therefore DE = DF$

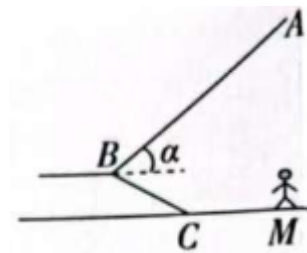
$\therefore \angle DEF = \angle DFE$ .

19. (8 分) 某校无人机兴趣小组在广场上开展活动，测量无人机的飞行高度。如图所示，点 A, B, C

在同一平面内，操控者站在坡度是  $i=1:\sqrt{3}$ ，坡面长 6m 的斜坡 BC 的底部 C 处遥控无人机，坡顶 B 处的无人机以 0.4m/s 的速度沿仰角  $\alpha=39^\circ$  的方向爬升，30s 时到达空中的点 A 处。（结果精确到 0.1m，参考数据： $\sin 39^\circ \approx 0.81, \cos 39^\circ \approx 0.78, \tan 39^\circ \approx 0.81, \sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$ ）

(1) 求此时无人机离点 C 所在地面的高度；

(2) 此时，若在距离 C 点 4.5m 处的点 M 处站着一个人，他正抬头仰望无人机，请问无人机是否在此人头顶的正上方？请说明理由。



解：(1) 如图所示，过点 B 作  $BD \perp CD$  于点 D，过点 A 作  $AE \perp CD$  于点 E，过点 B 作  $BG \perp AE$  于点 G，则四边形 BDEG 是矩形

$$\because i=1:\sqrt{3}, BC=6\text{m}$$

$$\therefore \tan \angle BCD = \frac{BD}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \angle BCD = 30^\circ$$

$$\therefore BD = BC \cdot \sin \angle BCD = 3\text{ m}$$

$$\therefore EG = BD = 3\text{m}$$

$$\therefore AB = 0.4 \times 30 = 12\text{m}$$

在  $\text{Rt}\triangle AGB$  中， $AG = AB \cdot \sin 39^\circ \approx 12 \times 0.63 = 7.5$

$$\therefore AE = AG + GE = 7.56 + 3 = 10.56 \approx 10.6(\text{m}).$$

故此时无人机离点 C 所在地面的高度是 10.6m.

(2) 不在. 理由如下:

在  $\text{Rt}\triangle AGB$  中， $BG = AB \cdot \cos 39^\circ \approx 12 \times 0.78 = 9.36 \approx 9.4\text{ m}$

$$\therefore DE = BG = 9.4\text{ m}. \text{ 由 (1) 知, } \angle BCD = 30^\circ,$$

A 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中， $CD = BC \cdot \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}\text{m}.$

$$\therefore DM = CD + CM = 3\sqrt{3} + 4.5 \approx 9.69 \approx 9.7(\text{ m}).$$

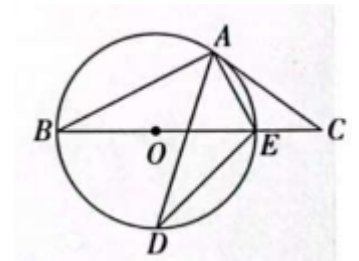
$$\therefore DE \neq DM$$

$\therefore$  此时无人机不在此人头顶的正上方.

20.(8分) 如图，BE 是  $\odot O$  的直径，点 A 在  $\odot O$  上，点 C 在 BE 的延长线上， $\angle EAC = \angle ABC$ ，AD 平分  $\angle BAE$  交  $\odot O$  于点 D，连接 DE.

(1) 求证：CA 是  $\odot O$  的切线；

(2) 当  $AC=8, CE=4$  时，求 DE 的长.



(1) 证明：如图，连接 OA

$\because$  BE 是  $\odot O$  的直径，

$\therefore \angle BAE = 90^\circ$

$\therefore \angle BAO + \angle OAE = 90^\circ$

$\because OA = OB$

$\therefore \angle ABO = \angle BAO$

$\because \angle EAC = \angle ABC$

$\therefore \angle CAE = \angle BAO$

$\therefore \angle CAE + \angle OAE = 90^\circ$

$\therefore \angle OAC = 90^\circ$

$\because$  OA 是  $\odot O$  的半径

$\therefore$  CA 是  $\odot O$  的切线.

(2) 解：  $\angle EAC = \angle ABC$ ,  $\angle C = \angle C$

AC = CE ...84

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EAC$

$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CE}{AC}$

$\therefore BC = 16$

$\therefore BE = BC - CE = 12$ .

如图，连接 BD，

AD 平分  $\angle BAE$ ,  $\angle BAD = \angle EAD$ .

$\because$  BE 是  $\odot O$  的直径

$\therefore \angle BDE = 90^\circ$ .

$\therefore DE = BD = \frac{\sqrt{2}}{2} BE = 6\sqrt{2}$

21.(9分) 为了解某校八年级学生每周参加科学教育的时间(单位: h), 随机调查了该校八年级 a 名学生, 根据统计的结果, 绘制出如下的统计图 1 和图 2.

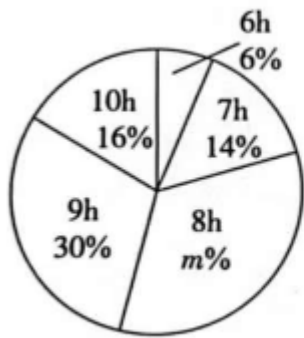


图1

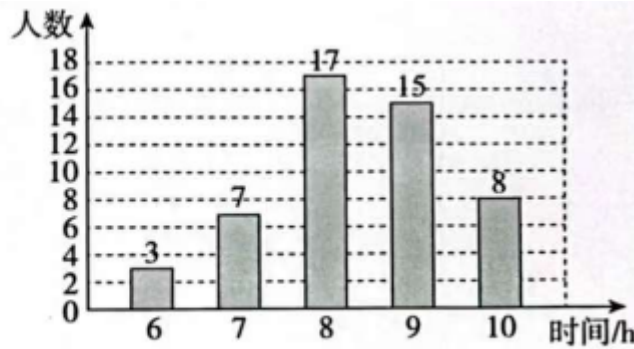


图2

请根据相关信息，解答下列问题：

- 填空： $a$  的值为\_\_\_\_\_，图1中  $m$  的值为\_\_\_\_\_，统计的这组学生每周参加科学教育的时间数据的众数和中位数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_；
- 求统计的这组学生每周参加科学教育的时间数据的平均数；
- 根据样本数据，若该校八年级共有学生 500 人，估计该校八年级学生每周参加科学教育的时间是 9h 的人数为多少？

解：(1)  $a = 3 \div 6\% = 50$

$$m\% = 17 + 50 \times 100\% = 34\%$$

所以  $m = 34$ .

在这组数据中，8 出现了 17 次，次数最多，

所以众数是 8.

将这组数据从小到大依次排列，处于最中间的第 25, 26 名学生的时间数据都是 8 h

所以中位数是  $(8+8) \div 2 = 8$ .

(2) 平均数：8.36,

(3)  $\because$  在所抽取的样本中，每周参加科学教育的时间是 9h 的学生占 30%，

$$\therefore 500 \times 30\% = 150 \text{ (名)} .$$

$\therefore$  估计该校八年级学生每周参加科学教育的时间是 h 的人数为 150.

22.(10分) 济南是“老舍”故里，文化底蕴深厚. 近年来济南市旅游产业蓬勃发展，促进了文创产品的销售，某商店用 960 元购进的 A 款文创产品和用 780 元购进的 B 款文创产品数量相同每件 A 款文创产品进价比 B 款文创产品进价多 15 元.

(1) 求 A, B 两款文创产品每件的进价各是多少元？

(2) 已知 A 款文创产品每件售价为 100 元，B 款文创产品每件售价为 80 元，根据市场需求，商店计划再用不超过 7400 元的总费用购进这两款文创产品共 100 件进行销售，问：怎样进货才能使销售完后获得的利润最大，最大利润是多少元？

解：(1) 设 A 款文创产品每件的进价为  $a$  元，则 B 款文创产品每件的进价为  $(a-15)$  元，

$$\text{根据题意，得 } \frac{960}{a} = \frac{780}{a-15}$$

解得  $a = 80$ .

经检验， $a = 80$  是原分式方程的解，且符合题意.

此时  $a - 15 = 80 - 15 = 65$ .

答：A 款文创产品每件的进价 80 元，则 B 款文创产品每件的进价是 65 元.

(2) 设购进 A 款文创产品  $x$  件，则购进 B 款文创产品  $(100-x)$  件，总利润为  $w$ ，根据题意，得

$$80x + 65(100-x) \leq 7400,$$

解得  $x \leq 60$ .

$$w = (100-80)x + (80-65)(100-x) = 5x + 1500.$$

$\because k=5 > 0$ ,  $w$  随  $x$  的增大而增大,

当  $x=60$  时, 利润最大,  $w = 5 \times 60 + 1500 = 1800$ . 此时  $100-x = 100-60 = 40$ .

答: 购进 A 款文创产品 60 件, B 款文创产品 40 件, 才能使销售完后获得的利润最大, 最大利润是 1800 元.

23.(10 分) 探究: 是否存在一个新矩形, 使其周长和面积为原矩形的 2 倍,  $\frac{1}{2}$  倍,  $k$  倍?

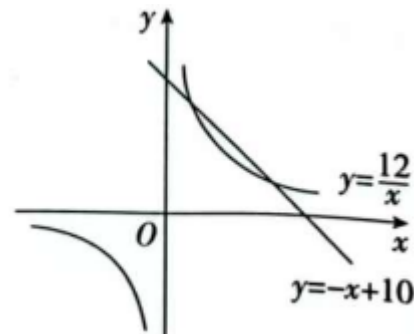
(1) 若该矩形是边长为 2 的正方形, 是否存在一个正方形, 使其周长和面积都是它的 2 倍? \_\_\_\_ (填"存在"或"不存在");

(2) 继续探究, 若该矩形长为 3, 宽为 2, 是否存在一个矩形, 使其周长和面积都为该矩形的 2 倍? 小明同学有以下思路: 设新矩形长和宽为  $x, y$ . 根据题意, 得  $x+y=10, xy=12$ , 联立  $\begin{cases} x+y=10 \\ xy=12 \end{cases}$ , 但

$x^2-10x+12=0$  再探究根的情况: 小慧同学认为也可用反比例函数与一次函数图象证明, 如图:  $l_1: y = -x + 10$ ,  $l_2: y = \frac{12}{x}$ , 则是否存在一个新矩形为原矩形周长和面积的 2 倍? 请你结合小明和小慧的思路做出判断并说明理由;

(3) 根据此方法, 请你探究是否存在一个新矩形, 使其周长和面积都为这个长为 3, 宽为 2 的矩形的  $\frac{1}{2}$  倍? 若存在, 用图象表达;

(4) 是否存在一个新矩形, 使其周长和面积为长为 3, 宽为 2 的矩形的  $k$  倍? 请写出当结论成立时  $k$  的取值范围.



解: (1) 假定正方形的周长为 8, 面积为 4, 若存在新正方形满足条件, 则新正方形的周长为 16, 面积为 8, 对应的边长为 4 和  $2\sqrt{2}$ , 不符合题意. 所以不存在新正方形的周长和面积是边长为 2 的正方形的 2 倍. 故答案为不存在.

(2) 小明同学思路: 设新矩形长和宽为  $x, y$ , 则依题意, 得  $x+y=10, xy=12$ ,

$$\text{联立 } \begin{cases} x+y=10 \\ xy=12 \end{cases} \text{ 得 } x^2-10x+12=0$$

$$\because \Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 12 > 0,$$

$\therefore$  此方程有两个不相等的解.

$\therefore$  存在新矩形使得其周长和面积为原矩形的 2 倍.

小慧同学思路: 从图象看来, 函数  $y = -x + 10$  和函数  $y = \frac{12}{x}$  图象在第一象限有两个交点

所以存在新矩形, 使得周长和面积是原矩形的 2 倍.

(3) 设新矩形长和宽为  $x, y$ , 则依题意, 得  $x+y=2.5, xy=3$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/965143032041012123>