2024 届辽宁省营口市重点中学下学期高三期中数学试题试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

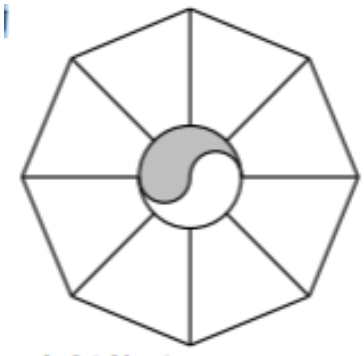
1．已知盒中有 3 个红球，3 个黄球，3 个白球，且每种颜色的三个球均按 A，B，C 编号，现从中摸出 3 个球（除颜色与编号外球没有区别），则恰好不同时包含字母 A，B，C 的概率为（　　）

A． $\frac{17}{21}$　　**B．** $\frac{19}{28}$　　**C．** $\frac{7}{9}$　　**D．** $\frac{23}{28}$

2．在$\forall ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $C=\frac{2\pi}{3}$，$c=1$．当 a,b 变化时，若 $z=b+\lambda a$ 存在最大值，则正数 λ 的取值范围为

A． $(0,1)$　　**B．** $(0,2)$　　**C．** $(\frac{1}{2},2)$　　**D．** $(1,3)$

3．《易经》包含着很多哲理，在信息学、天文学中都有广泛的应用，《易经》的博大精深，对今天 的几何学和其它学科仍有深刻的影响．下图就是易经中记载的几何图形——八卦田，图中正八 边形代表八卦，中间的圆代表阴阳太极图，八块面积相等的曲边梯形代表八卦田．已知正八边 形的边长为 $10m$，阴阳太极图的半径为 $4m$，则每块八卦田的面积约为（　　）



A． $47.79m^2$　　**B．** $54.07m^2$

C． $57.21m^2$　　**D．** $114.43m^2$

4．$F(-c,0)$ 为双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2+y^2=\frac{3}{4}c^2$ 交于 A、B 两点，（A 在 F、B 之间）与双曲线 E 在第一象限的交点为 P，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{3}{100}c^2$，则双曲线 E

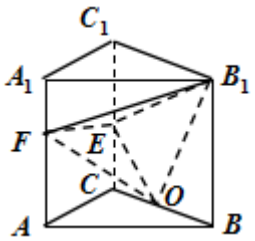
的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{5}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．5

5．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x$，$g\left(x\right)=\left(2m+3\right)x+n$，若对任意的 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 总有 $f\left(x\right)\le g\left(x\right)$ 恒成立，记 $\left(2m+3\right)n$ 的最小值为 $f\left(m,n\right)$，则 $f\left(m,n\right)$ 最大值为（　　）

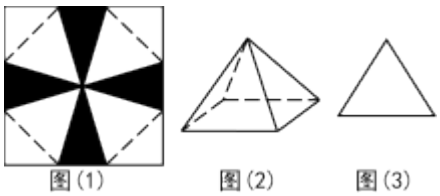
A．1　　B．$\frac{1}{e}$　　C．$\frac{1}{e^2}$　　D．$\frac{1}{\sqrt{e}}$

6．如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=1$，$BC=AA_1=\sqrt{2}$，点 E,O 分别是线段 C_1C,BC 的中点，$\overrightarrow{A_1F}=\frac{1}{3}\overrightarrow{A_1A}$，分别记二面角 $F-OB_1-E$，$F-OE-B_1$，$F-EB_1-O$ 的平面角为 α,β,γ，则下列结论正确的是（　　）



A．$\gamma>\beta>\alpha$　　B．$\alpha>\beta>\gamma$　　C．$\alpha>\gamma>\beta$　　D．$\gamma>\alpha>\beta$

7．将一张边长为12cm的纸片按如图(1)所示阴影部分裁去四个全等的等腰三角形，将余下部分沿虚线折叠并拼成一个有底的正四棱锥模型，如图(2)放置，如果正四棱锥的主视图是正三角形，如图(3)所示，则正四棱锥的体积是(　　)

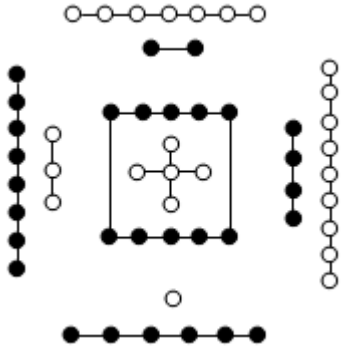

图(1)　　图(2)　　图(3)

A．$\frac{32}{3}\sqrt{6}cm^3$　　B．$\frac{64}{3}\sqrt{6}cm^3$　　C．$\frac{32}{3}\sqrt{2}cm^3$　　D．$\frac{64}{3}\sqrt{2}cm^3$

8.若函数 $f(x)=e^x$ 的图象上两点 M，N 关于直线 $y=x$ 的对称点在 $g(x)=ax-2$ 的图象上，则 a 的取值范围是(　　)

A．$\left(-\infty,\frac{e}{2}\right)$　　B．$(-\infty,e)$　　C．$\left(0,\frac{e}{2}\right)$　　D．$(0,e)$

9.《易·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中华文化，阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中.如图，白圈为阳数，黑点为阴数.若从这 10 个数中任取 3 个数，则这 3 个数中至少有 2 个阳数且能构成等差数列的概率为（　）

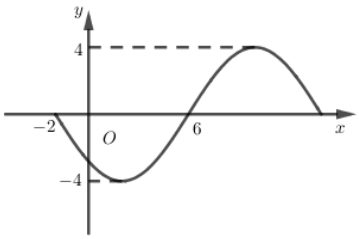


A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{20}$　　C．$\frac{1}{12}$　　D．$\frac{3}{40}$

10．若函数$y=2\sin(2x+\varphi)$的图象过点$(\frac{\pi}{6},1)$，则它的一条对称轴方程可能是（　　）

A．$x=\frac{\pi}{6}$　　B．$x=\frac{\pi}{3}$　　C．$x=\frac{\pi}{12}$　　D．$x=\frac{5\pi}{12}$

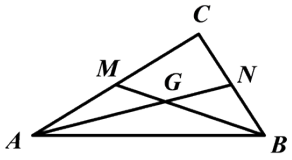
11．函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$x\in R)$的部分图象如图所示，则函数表达式为（　　）



A．$y=-4\sin(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4})$　　B．$y=4\sin(\frac{\pi}{8}x-\frac{\pi}{4})$

C．$y=-4\sin(\frac{\pi}{8}x-\frac{\pi}{4})$　　D．$y=4\sin(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4})$

12．如图，在ΔABC中，点M，N分别为CA，CB的中点，若$AB=\sqrt{5}$，$CB=1$，且满足$3\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA}^2+\overrightarrow{CB}^2$，则$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AC}$等于（　　）



A．2　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{8}{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若正实数□，□，满足□ + 2□ = 5，则$\frac{□^2-3}{□+1}+\frac{2□^2-1}{□}$的最大值是_____.

14．在ΔABC中，$(\overrightarrow{AB}-\lambda\overrightarrow{AC})\perp\overrightarrow{BC}$$(\lambda>1)$，若角$A$的最大值为$\frac{\pi}{6}$，则实数$\lambda$的值是_____.

15．已知椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的下顶点为$A$，若直线$x=ty+4$与椭圆交于不同的两点$M$、$N$，则当$t=$_____时，

ΔAMN 外心的横坐标最大.

16．在棱长为 6 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是 BC 的中点，点 P 是面 DCC_1D_1，所在平面内的动点，且满足 $\angle APD=\angle MPC$，则三棱锥 $P-BCD$ 的体积的最大值是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-ae^{x}-2a^2x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)\geq 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}-a$，$g(x)=\frac{a-1}{x}+\frac{a+|a|}{2}\cdot\frac{x}{e^{x-1}}$，$(a\in R)$

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

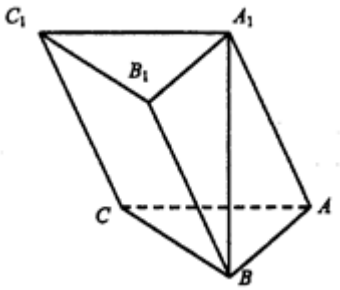
（2）若 $f(x)$ 在定义域内有且仅有一个零点，且此时 $f(x)\geq g(x)+m$ 恒成立，求实数 **m** 的取值范围.

19．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，$\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n^2+n$，$\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，且 $b_3=\frac{1}{25}$，$b_1+b_2+b_3=\frac{31}{25}$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{a_n-4b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

20．（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$A_1B\perp$ 平面 ABC，$AB\perp AC$，且 $AB=AC=A_1B=2$.



（1）求棱 AA_1 与 BC 所成的角的大小；

（2）在棱 B_1C_1 上确定一点 P，使二面角 $P-AB-A_1$ 的平面角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

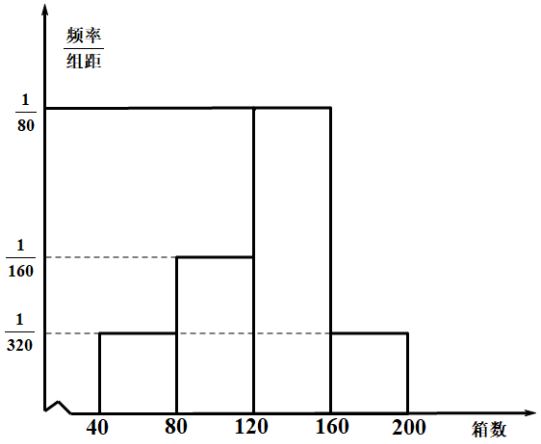
21．（12 分）在平面直角坐标系 ***xoy*** 中，曲线 ***C*** 的方程为 $x^2-2x+y^2=0$.以原点 ***O*** 为极点，***x*** 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 ***l*** 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in R)$.

（1）写出曲线 ***C*** 的极坐标方程，并求出直线 ***l*** 与曲线 ***C*** 的交点 ***M***，***N*** 的极坐标；

（2）设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上的动点，求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

22.（10 分）近几年一种新奇水果深受广大消费者的喜爱，一位农户发挥聪明才智，把这种露天种植的新奇水果搬到了大棚里，收到了很好的经济效益．根据资料显示，产出的新奇水果的箱数 x（单位：十箱）与成本 y（单位：千元）的关系如下：

x	1	3	4	1	2
y	5	1．5	2	2．5	8



y 与 x 可用回归方程 $\hat{y}=\hat{b}\lg x+\hat{a}$（其中 $\hat{a}$，$\hat{b}$ 为常数）进行模拟.

（Ⅰ）若该农户产出的该新奇水果的价格为 150 元/箱，试预测该新奇水果 100 箱的利润是多少元．|.

（Ⅱ）据统计，10 月份的连续 11 天中该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的频率分布直方图如图所示.

（i）若从箱数在 $[40,120)$ 内的天数中随机抽取 2 天，估计恰有 1 天的水果箱数在 $[80,120)$ 内的概率；

（ii）求这 11 天该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的平均值．（每组用该组区间的中点值作代表）

参考数据与公式：设 $t=\lg x$，则

$\overline{t}$	$\overline{y}$	$\sum_{i=1}^{5}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{5}(t_i-\overline{t})^2$
0.54	1.8	1.53	0.45

线性回归直线 $\hat{y}=\hat{b}\lg x+\hat{a}$ 中，$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

首先求出基本事件总数，则事件“恰好不同时包含字母 A，B，C”的对立事件为“取出的 3 个球的编号恰好为字母 A，B，C”，记事件“恰好不同时包含字母 A，B，C”为 E，利用对立事件的概率公式计算可得；

【详解】

解：从 9 个球中摸出 3 个球，则基本事件总数为 $C_9^3=84$（个），

则事件“恰好不同时包含字母 A，B，C”的对立事件为“取出的 3 个球的编号恰好为字母 A，B，C”

记事件“恰好不同时包含字母 A，B，C”为 E，则 $P(E)=1-\frac{3^3}{C_9^3}=\frac{19}{28}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了古典概型及其概率计算公式，考查了排列组合的知识，解答的关键在于正确理解题意，属于基础题.

2、C

【解析】

因为 $C=\frac{2\pi}{3}$，$c=1$，所以根据正弦定理可得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{2}{\sqrt{3}}$，所以 $a=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin A$，$b=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin B$，所以

$z=b+\lambda a=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin B+\frac{2\lambda}{\sqrt{3}}\sin A=\frac{2}{\sqrt{3}}[\sin B+\lambda\sin(\frac{\pi}{3}-B)]=\frac{2}{\sqrt{3}}[(1-\frac{\lambda}{2})\sin B+$

$\frac{\sqrt{3}\lambda}{2}\cos B]=\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{(1-\frac{\lambda}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}\lambda}{2})^2}\sin(B+\phi)$，其中 $\tan\phi=\frac{\sqrt{3}\lambda}{2-\lambda}$，$0<B<\frac{\pi}{3}$，

因为 $z=b+\lambda a$ 存在最大值，所以由 $B+\phi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，可得 $2k\pi+\frac{\pi}{6}<\phi<2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

所以 $\tan\phi>\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\frac{\sqrt{3}\lambda}{2-\lambda}>\frac{\sqrt{3}}{3}$，解得 $\frac{1}{2}<\lambda<2$，所以正数 λ 的取值范围为 $(\frac{1}{2},2)$，故选 C.

3、B

【解析】

由图利用三角形的面积公式可得正八边形中每个三角形的面积，再计算出圆面积的$\frac{1}{8}$，两面积作差即可求解.

【详解】

由图，正八边形分割成8个等腰三角形，顶角为$\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$，

设三角形的腰为a，

由正弦定理可得$\frac{a}{\sin\frac{135^\circ}{2}}=\frac{10}{\sin 45^\circ}$，解得$a=10\sqrt{2}\sin\frac{135^\circ}{2}$，

所以三角形的面积为：

$$S=\frac{1}{2}\times\left(10\sqrt{2}\sin\frac{135^\circ}{2}\right)^2\sin 45^\circ=50\sqrt{2}\cdot\frac{1-\cos 135^\circ}{2}=25\left(\sqrt{2}+1\right)，$$

所以每块八卦田的面积约为：$25\left(\sqrt{2}+1\right)-\frac{1}{8}\times\pi\times 4^2\approx 54.07$.

故选：**B**

【点睛】

本题考查了正弦定理解三角形、三角形的面积公式，需熟记定理与面积公式，属于基础题.

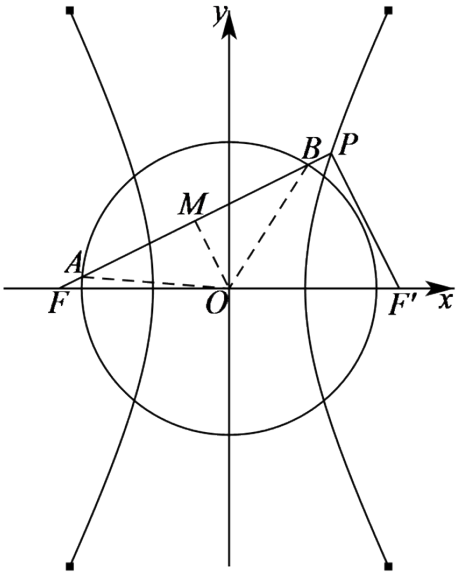
4、D

【解析】

过点O作$OM\perp PF$，可得出点M为AB的中点，由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{3}{100}c^2$可求得$\cos\angle AOB$的值，可计算出$\cos\frac{\angle AOB}{2}$的值，进而可得出$|OM|$，结合$\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$可知点$M$为$PF$的中点，可得出$|PF'|$，利用勾股定理求得$|PF|$（$F'$为双曲线的右焦点），再利用双曲线的定义可求得该双曲线的离心率的值.

【详解】

如下图所示，过点O作$OM\perp PF$，设该双曲线的右焦点为F'，连接PF'.



$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{\sqrt{3}}{2}c\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}c\cdot\cos\angle AOB=-\frac{3}{100}c^2$，$\therefore\cos\angle AOB=-\frac{1}{25}$.

$\therefore\cos\frac{\angle AOB}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\angle AOB}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$，$\therefore|OM|=|OA|\cos\frac{\angle AOB}{2}=\frac{3}{5}c$，

Q $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，$\therefore M$ 为 PF 的中点，$\therefore PF'//OM$，$\angle FPF'=90°$，$|PF'|=2|OM|=\frac{6c}{5}$，

$\therefore|PF|=\sqrt{(2c)^2-|PF'|^2}=\frac{8c}{5}$，

由双曲线的定义得$|PF|-|PF'|=2a$，即$\frac{2c}{5}=2a$，

因此，该双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=5$.

故选：D.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解，解题时要充分分析图形的形状，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

5、C

【解析】

对任意的$x\in(0,+\infty)$总有$f(x)\le g(x)$恒成立，因为$\ln x\le(2m+3)x+n$，对$x\in(0,+\infty)$恒成立，可得$2m+3>0$，

令$y=\ln x-(2m+3)x-n$，可得$y'=\frac{1}{x}-(2m+3)$，结合已知，即可求得答案.

【详解】

Q对任意的$x\in(0,+\infty)$总有$f(x)\le g(x)$恒成立

$\therefore\ln x\le(2m+3)x+n$，对$x\in(0,+\infty)$恒成立，

$\therefore 2m+3>0$

令 $y=\ln x-(2m+3)x-n$，

可得 $y'=\dfrac{1}{x}-(2m+3)$

令 $y'=0$，得 $x=\dfrac{1}{2m+3}$

当 $x>\dfrac{1}{2m+3}$，$y'<0$

当 $0<x<\dfrac{1}{2m+3}$ $y'>0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2m+3}$，$y_{\max}=\ln\dfrac{1}{2m+3}-1-n\le 0$，$2m+3\ge e^{-1-n}$

故 $(2m+3)n\ge\dfrac{n}{e^{n+1}}=f(m,n)$

Q $f'(m,n)=\dfrac{1-n}{e^{n+1}}$

令 $\dfrac{1-n}{e^{n+1}}=0$，得 $n=1$

$\therefore$ 当 $n>1$ 时，$f'(m,n)<0$

当 $n<1$，$f'(m,n)>0$

$\therefore$ 当 $n=1$ 时，$f(m,n)_{\max}=\dfrac{1}{e^2}$

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了根据不等式恒成立求最值问题，解题关键是掌握不等式恒成立的解法和导数求函数单调性的解法，考查了分析能力和计算能力,属于难题.

6、D

【解析】

过点 C 作 $Cy//AB$，以 C 为原点，CA 为 x 轴，Cy 为 y 轴，CC_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法求解二面角的余弦值得答案.

【详解】

解：因为 $AB=AC=1$，$BC=AA_1=\sqrt{2}$，所以 $AB^2+AC^2=BC^2$，即 $AB\perp AC$

过点 C 作 $Cy//AB$，以 C 为原点，CA 为 x 轴，Cy 为 y 轴，CC_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

则 $F(1,0,\dfrac{2\sqrt{2}}{3})$，$O(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},0)$，$E(0,0,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，$B_1(1,1,\sqrt{2})$，

$\overrightarrow{OB_1}=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\sqrt{2})$，$\overrightarrow{OE}=(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，

$\overrightarrow{OF}=(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{2\sqrt{2}}{3})$，$\overrightarrow{EB_1}=(1,1,\frac{\sqrt{2}}{2})$，$\overrightarrow{EF}=(1,0,\frac{\sqrt{2}}{6})$，

设平面OB_1E的法向量$\vec{m}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{OB_1}=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y+\sqrt{2}z=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{OE}=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+\frac{\sqrt{2}}{2}z=0\end{cases}$，取$x=1$，得$\vec{m}=(1,-1,0)$，

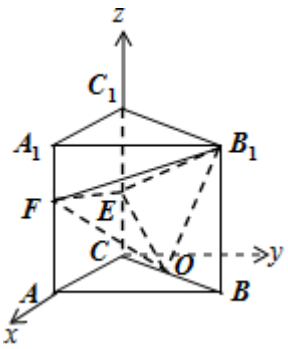
同理可求平面OB_1F的法向量$\vec{n}=(-5\sqrt{2},-\sqrt{2},3)$，

平面OEF的法向量$\vec{p}=(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{7\sqrt{2}}{2},3)$，平面$EFB_1$的法向量$\vec{q}=(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\sqrt{2},3)$.

$\therefore\cos\alpha=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{4\sqrt{61}}{61}$，$\cos\beta=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{p}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{p}|}=\frac{4\sqrt{34}}{34}$，$\cos\gamma=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{q}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{q}|}=\frac{\sqrt{46}}{46}$.

$\therefore\gamma>\alpha>\beta$.

故选：D.



【点睛】

本题考查二面角的大小的判断，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，属于中档题.

7、B

【解析】

设折成的四棱锥的底面边长为a，高为h，则$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，故由题设可得$\frac{1}{2}a+a=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow a=4\sqrt{2}$，所以

四棱锥的体积$V=\frac{1}{3}(4\sqrt{2})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{2}=\frac{64\sqrt{6}}{3}cm^3$，应选答案 B.

8、D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/965343223323011303