第一节

对面积的曲面积分

一、对面积的曲面积分的背景

二、对面积的曲面积分的概念与性质

三、对面积的曲面积分的计算法

四、对面积的曲面积分的应用

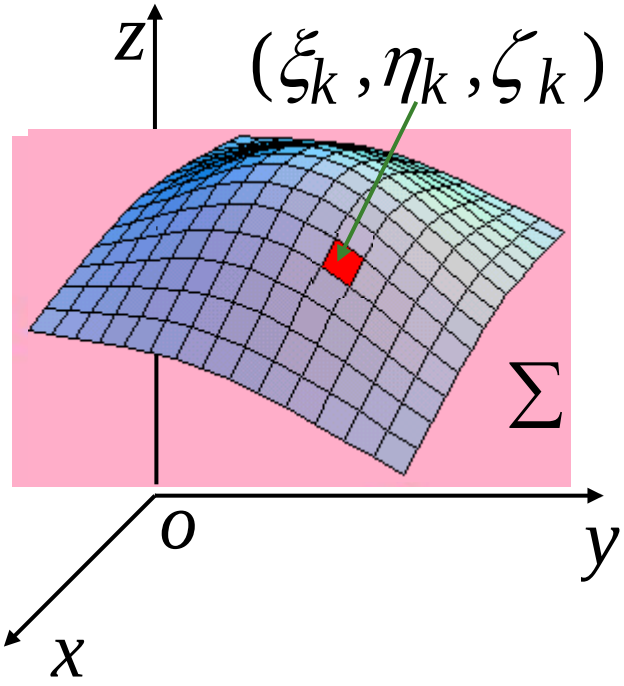


一、对面积的曲面积分背景

引例： 设曲面形构件具有连续面密度 $\rho(x,y,z)$，求质量 M.

分割 → 近似 → 求和 → 取极限

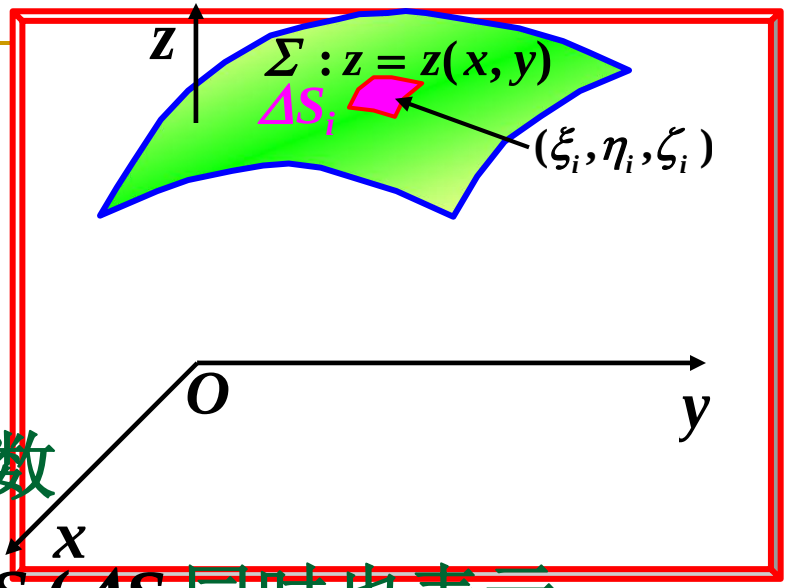
$$M=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{k=1}^{n}\rho(\xi_k,\eta_k,\zeta_k)\Delta S_k$$



其中 $\lambda=\max_{1\le i\le n}\{d_i\}$

d_i 为小曲面的直径（任意两点间距离的最大者）

二、第一类曲面积分的定义



1. 定义

设曲面Σ是光滑的， 函数①有界.把Σ任意分成n小块 ΔS_i(ΔS_i同时也表示第i小块曲面的面积)，②设点(ξ_i, η_i, ζ_i)为ΔS_i上任意取定的点，作乘积 $f(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)\Delta S_i$，③并作和 $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)\Delta S_i$，④如果当各小块曲面的直径的最大值 $\lambda \to 0$时，这和式的极限存在，则

称 $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)\cdot\Delta S_i$ 极限为数量值函数

$f(x,y,z)$ 在曲面Σ上的曲面积分 也称为

第一类曲面积分 或 **对面积的曲面积分，记为**

$\iint_{\Sigma} f(x,y,z)\mathrm{d}S.$ 即

$$\iint_{\Sigma} f(x,y,z)\mathrm{d}S=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)\Delta S_i$$

Σ 积分曲面　被积函数 $f(x,y,z)$　曲面面积元素 $\mathrm{d}S$

如曲面是 闭曲面，则积分号写成 $\oiint_{\Sigma}$

2. 存在条件

当$f(x,y,z)$在光滑曲面Σ上**连续**，第一类曲面积分存在.

今后，假定 $f(x,y,z)$在Σ上连续.

3. 第一类曲面积分的性质

若Σ可分为分片光滑的曲面Σ_1及Σ_2，则

$$\iint_{\Sigma} f(x,y,z)\mathrm{d}S = \iint_{\Sigma_1} f(x,y,z)\mathrm{d}S + \iint_{\Sigma_2} f(x,y,z)\mathrm{d}S$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/966025030225010134