全等三角形

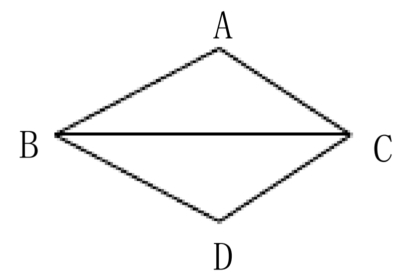
专题一　全等三角形的性质

【知识点 1】**能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形。**

（两个三角形全等是指两个三角形的大小和形状完全一样，与他们的位置没有关系。）

【知识点 2】两个三角形重合在一起，重合的顶点叫做对应顶点；重合的边叫做　对应边；重合的角叫做对应角。

【例题 1】如图，已知图中的两个三角形全等，填空：



(1)AB 与_______是对应边，BC 与_______是对应边，

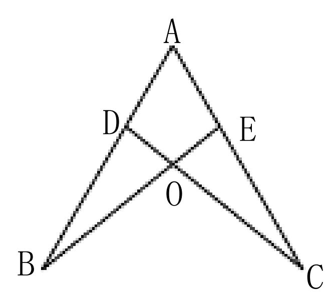
CA 与_______是对应边；

(2)∠A 与 _______是对应角，∠ABC 与_________是对应角，

∠BAC 与__________是对应角

【方法总结】在两个全等三角形中找对应边和对应角的方法。

(1)有公共边的，公 共边一定是对应边；(2)有公共角的，公共角一定是对应角；(3)有对顶角的，对顶角是对应角；(4)在两个全等三角形中，最长的边对最长的边，最短的边对最短的边，最大的角对最大的角，最小的角对最小的角。



【练习 1】 如图，图中有两对三角形全等，填空：

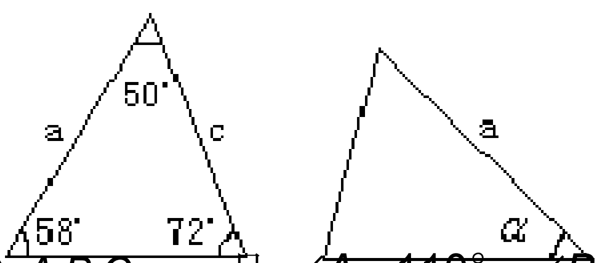
(1)△BOD≌ ___________ ；　(2)△ACD≌ ___________.

【知识点 3】 **全等三角形的对应边相等，对应角相等。**

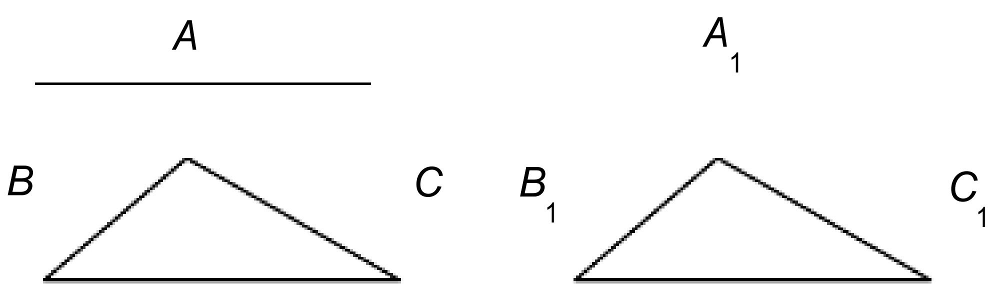
（由定义还可知道，全等三角形的周长相等，面积相等，对应边上的中线和高相等，对应角的角平分线相等）

【例题 2】 （省中考卷第 5 题） 已知图 2 中的两个三角形全等，则∠α 度数是（　　）

A.72°　　B.60°　　C.58°　　D.50°

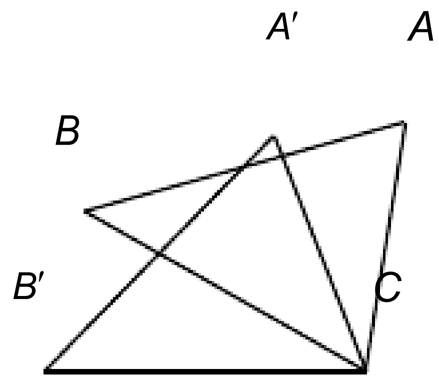


【例题 3】（）如图，若 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$，且 $\angle A = 110°$，$\angle B = 40°$，则 $\angle C_1 =$ ________.



【练习 2】 如图，$\triangle ACB \cong \triangle A'C'B'$，$\angle BCB' = 30°$，则 $\angle ACA'$ 的度数为（　　）

A　20°　　B．30°　　C．35°　　D．40°



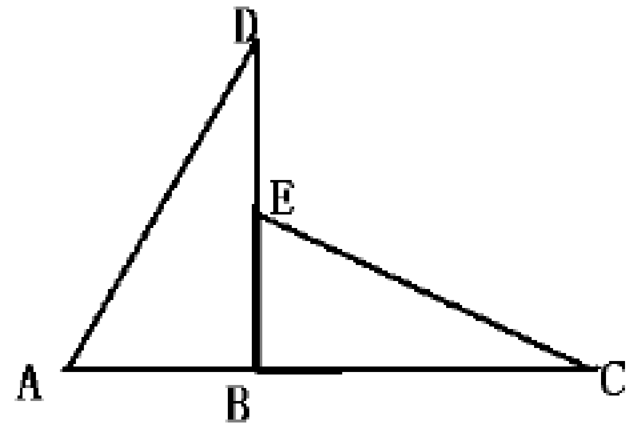
【练习 3】如图，△ABD 绕着点 B 沿顺时针方向旋转 90°到△EBC，

且∠ABD=90°。

（1） △ABD 和△EBC 是否全等？如果全等，请指出对应边与对应角。

（2） 若 AB=3cm,BC=5cm,你能求出 DE 的长吗？

（3） 直线 AD 和直线 CE 有怎样的位置关系？请说明理由。

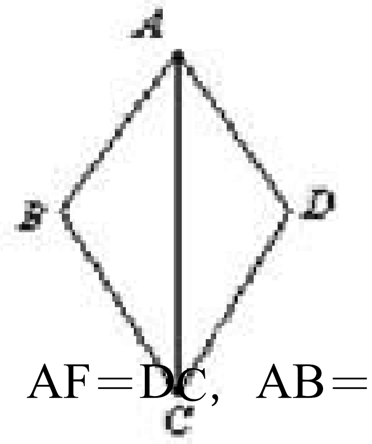


专题二　全等三角形的判定

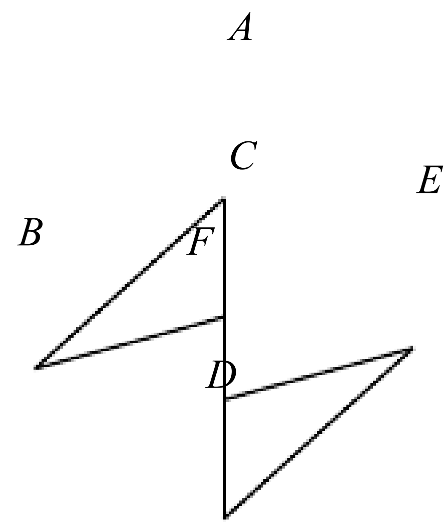
【知识点 1】SSS：三边对应相等的两个三角形全等。

简写为“边边边”或“SSS".

【例题 1】如图，AB=AD，BC=CD 求证：∠BAC=∠DAC。



【练习 1】已知：如图，A、C、F、D 在同一直线上，AF＝DC，AB＝DE，BC＝EF，求证：△ABC≌△DEF.

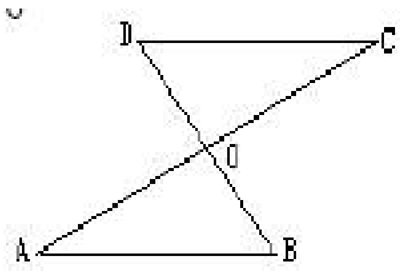


【知识点 2】SAS:两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等，

简写为“边角边”或“SAS".

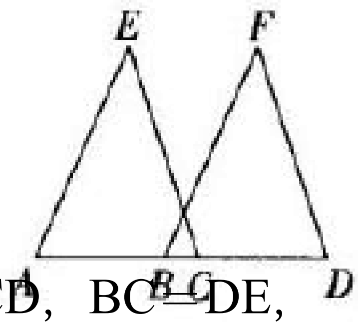
【例题 2】已知：如图，AC 和 BD 相交于点O，OA=OC，OB=OD.

求证：DC∥AB.



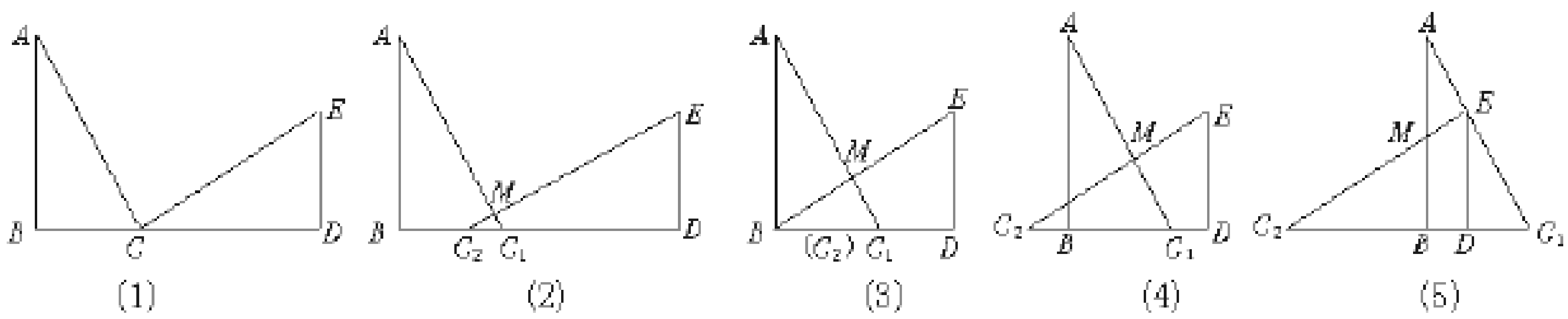
【练习 2】已知：如图，AE∥BF，AB=CD，AE=BF

. 求证：△AEC ≌△BFD



【练习 3】如图，已知 AB⊥BD，ED⊥BD，AB＝CD，BC＝DE，

求证：AC⊥CE．若将 CD 沿 CB 方向平移得到图(2)(3)(4)(5)的情形，其余条件不变，结论 $AC_1 \perp C_2E$ 还成立吗？请说明理由.

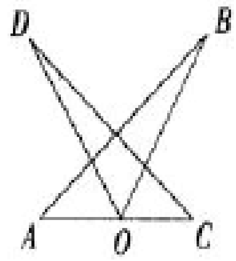


【知识点3】ASA：两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等,

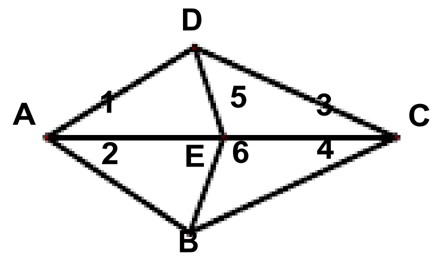
（可以简写为“角边角”或“ASA”）

【例题 3】已知：如图，∠AOD=∠BOC，∠A=∠C，O 是 AC 的中点。求证：△AOB≌△COD.

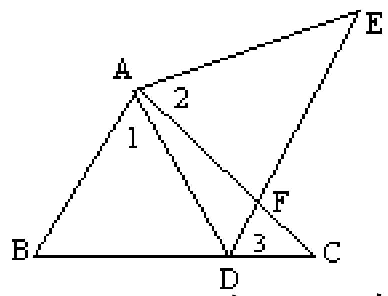
.



【练习 4】1、如图，在四边形ABCD中，E是 AC 上的一点，∠1=∠2，∠3=∠4，求证: ∠5=∠6.



2、如图，点E 在△ABC 的外部，点D 在 BC 边上，DE 交 AC 于点F，若∠1=∠2 =∠3，AC=AE，求证：AB=AD。



3、如图，已知：△ABC 中，AB=AC，∠BAC=90°，分别过 B，C 向过 A 的直线作垂线，垂足为 E，F。

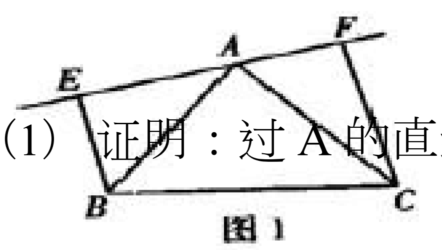


图 1

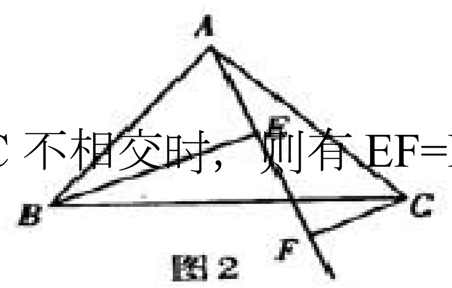


图 2

(1) 证明：过 A 的直线与斜边 BC 不相交时，则有 EF=BE+CF，如图 1。

(2) 如图2，过A 的直线与斜边 BC 相交时，其他条件不变，你能得到什么结论？请给出证明。

.

.

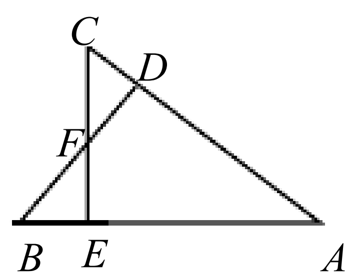
【知识点4】AAS:两个角和其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等，　(可以简写为“角角边”或“AAS”)

这一结论很容易由 ASA 推得：因为三角形的角和等于 180°，因此有两个角分别对应相等，那么第三个角必对应相等，于是由“角边角”，便可证得这两个三角形全等.
所以两个三角形如果具备两个角和一条边对应相等，就可以判断其相等。

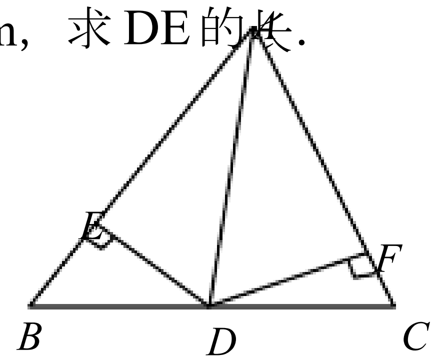
【例题4】1、下列说法中：①如果两个三角形可以依据“AAS”来判定全等，那么一定也可以依据“ASA”来判定它们全等；②如果两个三角形都和第三个三角形不全等，那么这两个三角形也一定不全等；③要判断两个三角形全等，给出的条件中至少要有一对边对应相等．正确的是（）

A．①和② B．②和③ C．①和③ D．①②③

2、已知：如图，AB=AC，BD⊥AC，CE⊥AB，垂足分别为 D、E，BD、CE 相交于点 F，求证：BE=CD.



【练习6】1、如图，在△ABC中，AD为∠BAC的平分线，DE⊥AB于E，DF⊥AC于F，△ABC面积是 $28cm^2$，AB＝20cm，AC＝8cm，求DE的长.



2、△ABC 是等腰直角三角形，∠ACB＝90°，AD 是 BC 边上的中线，过C 作 AD 的垂线，交 AB 于点E，交 AD 于点 F，求证：∠ADC＝∠BDE.

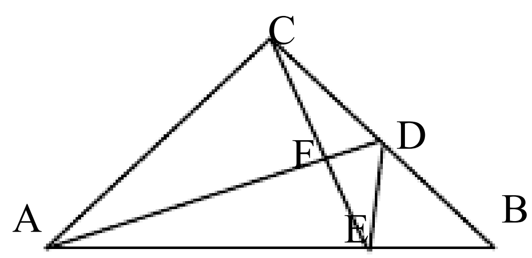


图 9

.

.

【知识点5】HL:斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等,

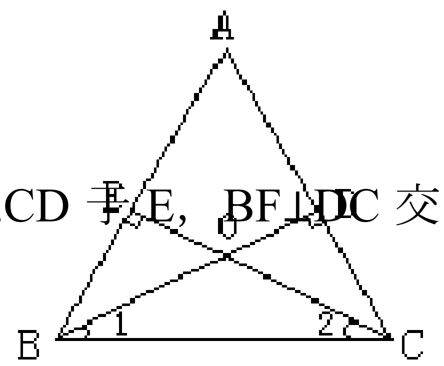
（可以简写为“斜边，直角边”或“HL”）

【例题5】（1）证明两个直角三角形全等的方法有 ____________________

（2） 根据下列已知条件，能惟一画出三角形ABC 的是（　　）

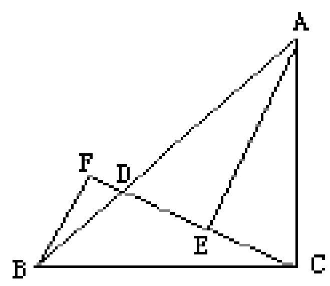
A． AB＝3，BC＝4，AC＝8； B． AB＝4，BC＝3，∠A＝30；
C.∠A＝60，∠B＝45，AB＝4； D． ∠C＝90，AB＝6

（3） 已知：如图△ABC中，BD⊥AC，CE⊥AB，BD、CE交于O点，且BD=CE 求证：OB=OC.



（4） 如图，∠ACB=90°，AC=BC，D为AB上一点，AE⊥CD于E，BF⊥DC交CD的延长线于F．求证：BF=CE.

.



【练习 2】1、对于下列各组条件, 不能判定△ABC ≌△$A'B'C'$的一组是　　　(　　)

(A) ∠A=∠A′，∠B=∠B′，AB=A′B′

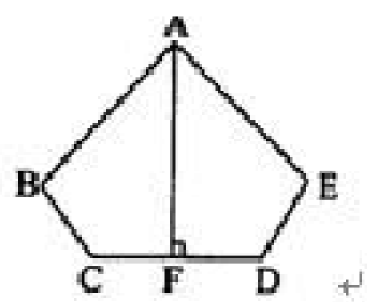
(B) ∠A=∠A′，AB=A′B′，AC=A′C′

(C) ∠A=∠A′，AB=A′B′，BC=B′C′

(D) AB=A′B′，AC=A′C′，BC=B′C′

(2) 如图所示，已知 AB=AE，BC=ED，∠B=∠E，AF⊥CD，F 为垂足.

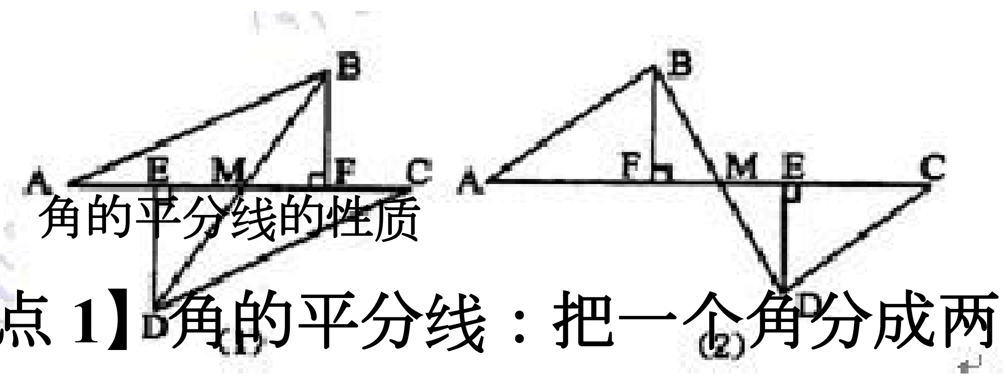
求证：CF=DF.



2. 如图(1)所示，E、F 分别为线段 AC 上的两个动点，且 DE⊥AC 于 E 点，BF⊥AC 于 F 点，若 AB=CD，AF=CE，BD 交 AC 于 M 点.

(1) 求证：MB=MD，ME=MF；

(2) 当 EF 两点移动至如图 (2) 所示的位置，其余条件不变，上述结论能否成立？ 若成立，请给予证明.



专题三　角的平分线的性质

【知识点 1】角的平分线：把一个角分成两个相等的角的射线叫做角的平分线

.

【例题 1】1、已知∠BAC，作∠BAC 的平分线。（尺规作图）

2、直角三角形两锐角的角平分线所交成的角的度数是（　　　）

A．45°　　B．135°　　C．45°或 135°　　D．都不对

【知识点 2】**角的平分线的性质定理：角平分线上的点到角两边的距离相等。**

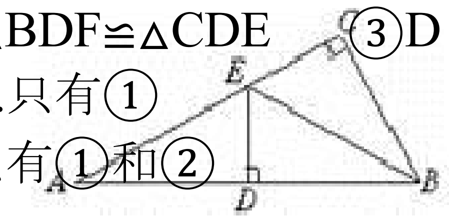
【例题 2】1、△ABC 中，∠A＋∠B＝∠C，∠A 的平分线交 BC 于点D，若 CD＝8cm，则点 D 到 AB 的距离为________cm.

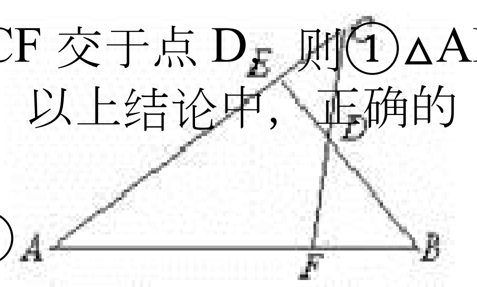
2、如左下图，在△ABC 中，∠ACB=90°,BE 平分∠ABC，DE⊥AB 于 D，如果 AC=3 cm，那么 AE+DE 等于

A.2cm　　B.3 cm　　C.4 cm　　D.5 cm

2、如右上图，已知AB=AC，AE=AF，BE 与 CF 交于点 D，则①△ABE≌△ACF ②△BDF≌△CDE　③D 在∠BAC的平分线上，以上结论中，正确的是A.只有①　　B.只有②

C.只有①和②　　D.①，②与③



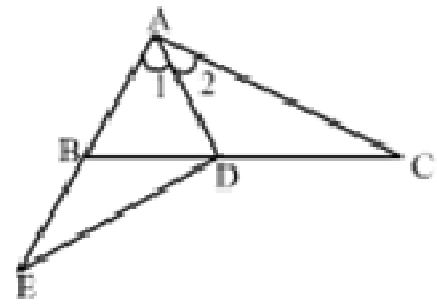


3、如图，已知△ABC 中，E 是 AB 延长线上的一点，AE=AC，AD 平分∠A，BD=BE。

求证：∠ABC=2∠C。

.

.

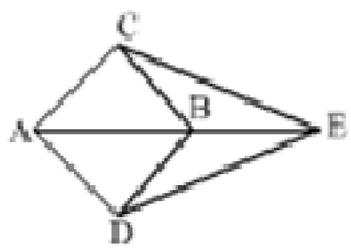


【知识点 3】角平分线的判定

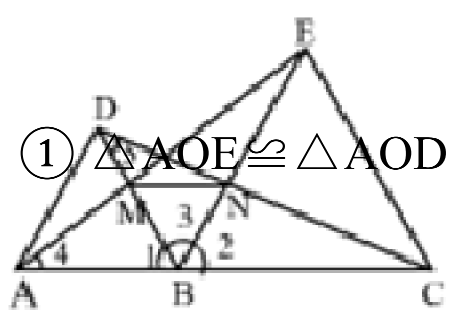
方法 1：(角平分线的定义）把一个角分成两个相等的角的射线叫做角平分线。

方法 2：(角平分线的判定定理）到角两边的距离相等的点在角的平分线上。(此命题与角的性质定理的已知和结论都不同）

【例题 3】1、如图中，E 是 AB 延长线上一点，AC⊥BC、AD⊥BD、AC=AD，求证：∠DEA =∠CEA 。



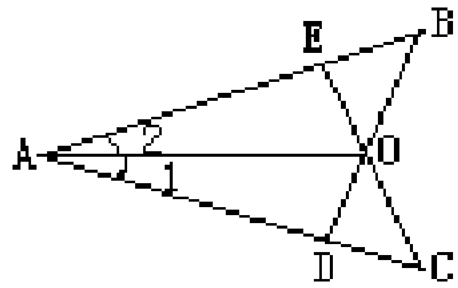
2、如图，A、B、C 三点在同一直线上，分别以 AB、BC 为边在直线的同旁作等边三角形 ABD、BCE，连结 AE 交 BD 于 M，连结 CD 交 BE 于 N，连结MN，求证：△BMN 是等边三角形。



3、已知：如图，AO 平分∠EAD 和∠EOD；求证：① △AOE≌△AOD ② EB=DC

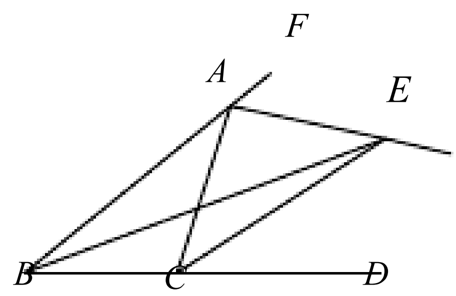
.

.



(第1题)

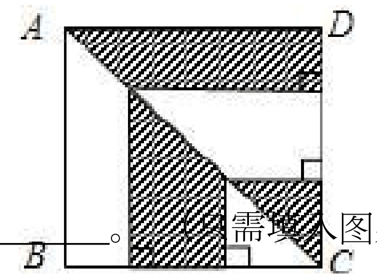
4、如图，已知 BE 平分∠ABC，CE 平分∠ACD，且交 BE 于 E．求证：AE 平分∠FAC.



第二章　　轴对称

专题一：轴对称

【基础练习】



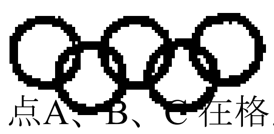
1.（2010•日照）已知上面四个汽车标志图案，其中是轴对称图形的图案是＿＿＿＿＿。（只需填入图案代号）．

2. （2008•）如图，正方形 ABCD 的边长为 4cm，则图中阴影部分的面积为＿＿＿＿＿cm^2.

3. 下列轴对称图形中，只有两条对称轴的图形是（　　）

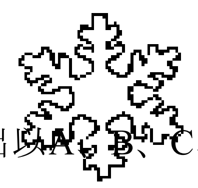
A.

B.



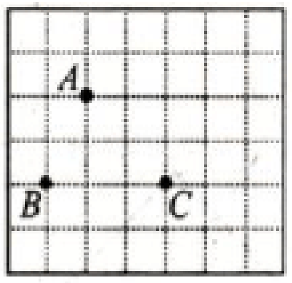
C.

D.

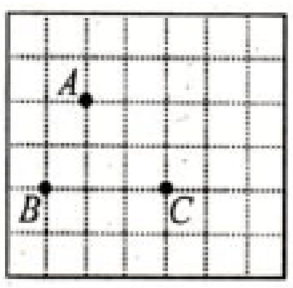


4.下图均为[illegible]方形网格，点A、B、C 在格点上．在图中确定格点D，并画出以A、B、C、D为顶点的四边形，使其为轴对称图形．(要求：分别在图①、图②、图③中画出三个互不相同的图形)

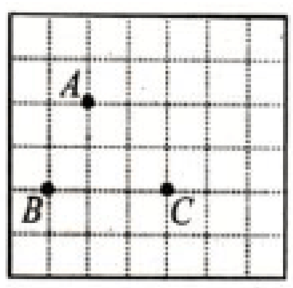
.



图①



图②



图③

.

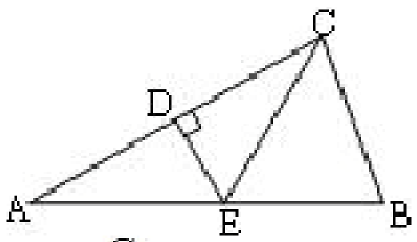
5. （2009•）如图，△ABC 与△A′B′C′关于直线 l 对称，则∠B 的度数为（　　）

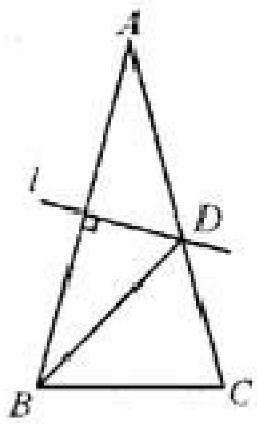
轴对称的性质：

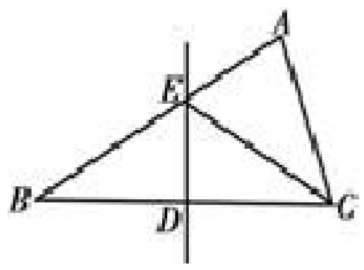
专题二：线段的垂直平分线

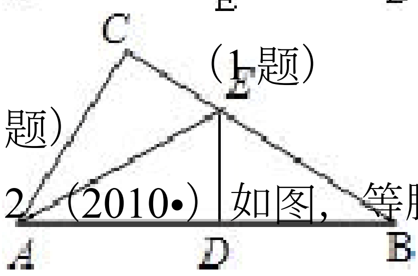
【基础练习】

1. （2010•）如图，△ABC 中，DE 垂直平分 AC 交 AB 于 E，∠A=30°，∠ACB=80°，则∠BCE=______度









（1 题）　　（2 题）　　（4 题）　　（5 题）

2. （2010•）如图，等腰三角形 ABC 中，已知 AB=AC，∠A=30°，AB 的垂直平分线交 AC 于 D，则∠CBD 的度数为__________

3. （2009•黄冈）在△ABC 中，AB=AC，AB 的垂直平分线与 AC 所在的直线相交所得到锐角为 50°，则∠B 等于____

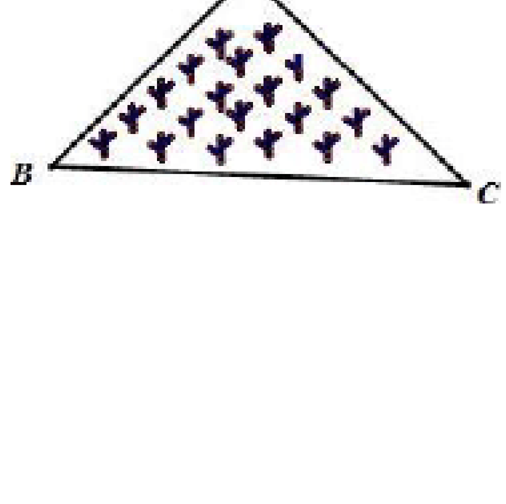
4. （2009•）如图，在△ABC 中，BC 边上的垂直平分线 DE 交边 BC 于点 D，交边 AB 于点 E．若△EDC 的周长为 24，△ABC 与四边形 AEDC 的周长之差为 12，则线段 DE 的长为______

5. （2010•）如图，在Rt△ABC 中，∠C=90°，∠B=30°．AB 的垂直平分线 DE 交 AB 于点 D，交 BC 于点E，则下列结论不正确的是（ ）

A、AE=BE B、AC=BE C、CE=DE D、∠CAE=∠B

6. （2010•）如图所示，是一块三角形的草坪，现要在草坪上建一凉亭供大家休息，要使凉亭到草坪三条边的距离相等，凉亭的位置应选在（ ）

.



A、△ABC 的三条中线的交点　　　B、△ABC 三边的中垂线的交点
C、△ABC 三条角平分线的交点　　D、△ABC 三条高所在直线的交点

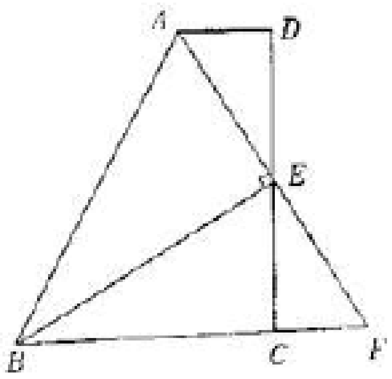
【知识点】1.线段的垂直平分线的作法：

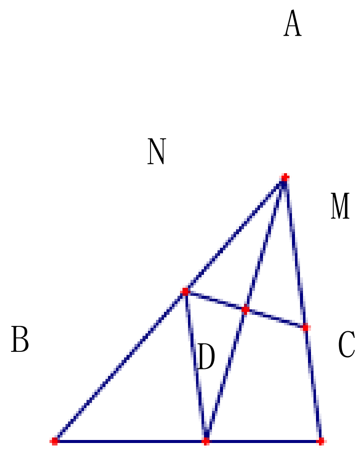
2.线段的垂直平分线的性质与判定：

【复习检测】1.（2010•）如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，E 为 CD 的中点，连接 AE、BE，BE⊥AE，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F.

求证：（1）FC=AD；

（2）AB=BC+AD.





2.如图，AD 为△ABC 的角平分线，AD 的垂直平分线分别交 AB、AC 于 N、M 两点，求证：ND∥AC。

专题三：等腰三角形

【基础练习】

1.（2010•）下列性质中，等腰三角形具有而直角三角形不一定具有的是（　　）

A、两边之和大于第三边　　　　B、有一个角的平分线垂直于这个角的对边
C、有两个锐角的和等于 90°　　D、角和等于 180°

2. （2007•）已知一个等腰三角形两角的度数之比为 1：4，则这个等腰三角形顶角的度数为（　　）

A、20°或 100°　B、120°　C、20°或 120°　D、36°

3. 等腰三角形的一个角是 50°，则另外两个角的度数分别是________________________

4. 已知等腰三角形的两边长分别为 2 和 5，则它的周长为____________________________

5. （2010•）如图所示，△ABC 中，AC=AD=BD，∠DAC=80°，则∠B 的度数是（　　）

A、40°　B、35°　C、25°　D、20°