

2025 年陕西省铜川市成考专升本高等数学 一自考测试卷(含答案)

学校:_____ 班级:_____ 姓名:_____ 考号:_____

一、单选题 (20 题)

1. 曲线 $y=\ln x-2$ 在点 $(e, -1)$ 的切线方程为 ()

A. $y=\frac{1}{e}x$

B. $y=\frac{1}{e}x+1$

C. $y=\frac{1}{e}x-1$

D. $y=\frac{1}{e}x-2$

2.刚体上 A、B、C、D 四点组成一个平行四边形，如在其四个顶点作用四个力，此四个边恰好组成封闭的力多边形。则 ()

- A. 力系平衡
- B. 力系有合力
- C. 力系的合力偶矩等于平行四边形 ABCD 的面积
- D. 力系的合力偶矩等于负的平行四边形 ABCD 的面积 的 2 倍

3.下列命题不正确的是 ()

- A. 两个无穷大量之和仍为无穷大量
- B. 上万个无穷小量之和仍为无穷小量
- C. 两个无穷大量之积仍为无穷大量
- D. 两个有界变量之和仍为有界变量

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} = (\quad)$. A. e^{-2}

- B. e^{-1}
- C. e
- D. e^2

乐民之乐者，民亦乐其乐；忧民之忧者，民亦忧其忧。——《孟子》

5. 方程 $2x^2-y^2=1$ 表示的二次曲面是()。

A. A.球面 B.柱面 C.旋转抛物面 D.圆锥面

6. 设函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内可导, $f'(x)>0$, 则 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内 ()

A. A.单调减少 B.单调增加 C.为常量 D.不为常量, 也不单调

7. 设函数 $f(x)=\sin x$, 则不定积分 $\int f'(x)dx=$

A. A. $\sin x+C$ B. $\cos x+C$ C. $-\sin x+C$ D. $-\cos x+C$

8. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k}{n^2} (k \text{ 为非零正常数})$ ()。

A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 收敛性与 k 有关

9. 函数 $y=\sin x$ 在区间 $[0, \pi]$ 上满足罗尔定理的 ξ 等于()。

A. A. 0 B. $\pi/4$ C. $\pi/2$ D. π

10. 已知 $y=k\sin 2x$ 的一个原函数为 $y=\cos 2x$, 则 k 等于()。

A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

11. 函数 $y=\ln(1+x^2)$ 的单调增加区间是()。

A. $(-5, 5)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(0+\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

下列不等式成立的是

A. $\int_0^1 x^2 dx \leq \int_0^1 x^3 dx$

C. $\int_0^1 x^2 dx = \int_0^1 x^3 dx$

B. $\int_0^1 x^2 dx \geq \int_0^1 x^3 dx$

D. $\int_1^2 x^2 dx \geq \int_1^2 x^3 dx$

12.

下列广义积分中收敛的是

A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

B. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

D. $\int_1^{+\infty} x^2 dx$

13.

14.

下列命题中正确的为

A. 若 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则必有 $f'(x_0)=0$

B. 若 $f'(x_0)=0$ ，则点 x_0 必为 $f(x)$ 的极值点

C. 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内有极大值，也有极小值，则极大值必定大于极小值

D. 若 $f(x)$ 在点 x_0 处可导，且点 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则必有 $f'(x_0)=0$

15. 设 $f(x)$ 为连续函数，则 $(\int f(5x) dx)'$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{5}f'(5x)$

B. $5f(x)$

C. $f(5x)$

D. $5f(5x)$

16.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}} =$$

A. e^{-2}

B. $e^{-\frac{2}{3}}$

C. $e^{\frac{2}{3}}$

D. e^2

17.

曲线 $y = xe^{-x^2}$

A. 有垂直渐近线

B. 有水平渐近线

C. 无水平渐近线

D. 既有水平渐近线，又有垂直渐近线

18.

交换二次积分次序 $\int_1^x dy \int_y^x f(x,y) dx$ 等于().

天行健，君子以自强不息。地势坤，君子以厚德载物。——《周易》

A. $\int_1^2 dx \int_x^2 f(x,y) dy$

B. $\int_1^2 dx \int_1^x f(x,y) dy$

C. $\int_1^2 dx \int_x^2 f(x,y) dy$

D. $\int_1^2 dx \int_y^2 f(x,y) dy$

19.设 $f'(x)$ 为连续函数，则 $\int_0^1 f'(2x) dx$ 等于()

A. $f(2)-f(0)$

B. $\frac{1}{2}[f(1)-f(0)]$

C. $\frac{1}{2}[f(2)-f(0)]$

D. $f(1)-f(0)$

20. 设函数 $f(x) = e^{2x}$ ，则不定积分 $\int f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ 等于 ()。

A. $2ex+C$

B. $ex+C$

C. $2e^{2x}+C$

D. $e^{2x}+C$

人人好公，则天下太平；人人营私，则天下大乱。——刘鹗

二、填空题(20题)

21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n =$ _____.

22.

设 $y = x + e^x$, 则 $y' =$ _____.

23.

设函数 $f(x) = \begin{cases} ke^{2x} & x < 0 \\ 1 + \cos x & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则常数 $k =$ _____.

24. 设 $y = \frac{\sin x}{1+x^2}$, 则 $dy =$ _____.

25. 设 $I = \int_0^{16} dy \int_{\frac{y}{4}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ 交换积分次序, 则有 $I =$ _____.

26.

广义积分 $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{4}{3}} dx =$ _____.

27. $\int_1^2 \frac{2}{\sqrt{x}} dx =$ _____.

28.

过点 $(1, -1, 0)$ 与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$ 垂直的平面方程为_____.

29. 设函数 $f(x) = x - 1/x$ 则 $f'(x) =$ _____.

30. 函数 $y=x^3-2x+1$ 在区间 $[1,2]$ 上的最小值为_____.

31. $f(x)=\frac{\sin(x+3)}{x+3}$ 的间断点为_____.

32. $\lim_{x\rightarrow 0}\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^{\frac{1}{x}}=_____.$

33. 设函数 $y=x^2\ln x$ ，则 $y=_____.$

34. 设 $z=\ln(x+y)$ ，则 $dz=_____.$

35. $\lim_{x\rightarrow 2}\frac{x^2+1}{x+2}=_____.$

36. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{2^n}$ 的收敛半径为_____.

37. 设 $f'(1)=2$ 则 $\lim_{x\rightarrow 1}\frac{f(x)-f(1)}{x^2-1}=_____.$

士不可以不弘毅，任重而道远。仁以为己任，不亦重乎？死而后已，不亦远乎？ ——《论语》

38.

设函数 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处可导, 且 $f'(2) = 1$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$.

39.

设区域 D 为 $y = x^2, x = y^2$ 围成的在第一象限内的区域, 则 $\iint_D dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

40.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算题(20题)

41. 将 $f(x)=e^{-2x}$ 展开为 x 的幂级数.

42. 设平面薄板所占 Oxy 平面上的区域 D 为 $1 \leq x^2+y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$
其面密度

$u(x, y)=2+y^2$, 求该薄板的质量 m .

43. 计算 $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx$.

44. 求微分方程 $y''-4y'+4y=e_{2x}$ 的通解.

45.当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x)$ 与 $\sin 2x$ 是等价无穷小量，则

46.求函数 $f(x)=x^2-\frac{2}{x}$ 一的单调区间、极值及其曲线的凹凸区间和拐点.

47.求一阶线性微分方程 $y'-\frac{1}{x}y=x$ 满足初始条件 $y|_{x=1}=0$ 的特解.

48.

设区域 D 为: $x^2+y^2\leqslant 4,y\geqslant 0$,计算 $\iint_D\sqrt{x^2+y^2}dxdy$.

49.求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}2^n x^{2n}$ 的收敛区间（不考虑端点）.

50.设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^2+y^2-e^z=0$ 所确定的隐函数,求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

51. 求曲线 $y=\frac{1}{x^3}+2$ 在点 (1, 3)处的切线方程.

52.计算 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx$

53. 已知某商品市场需求规律为 $Q=100e^{-0.25p}$, 当 $p=10$ 时, 若价格上涨 1%, 需求量增(减)百分之几?

54. 求函数 $y=x-\ln x$ 的单调区间, 并求该曲线在点 $(1, 1)$ 处的切线 l 的方程.

55. 计算 $\int \arcsin x dx$.

56. 研究级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^a}$ 的收敛性 (即何时绝对收敛, 何时条件收敛, 何时发散, 其中常数 $a>0$).

57. 求函数 $f(x)=x^3-3x+1$ 的单调区间和极值.

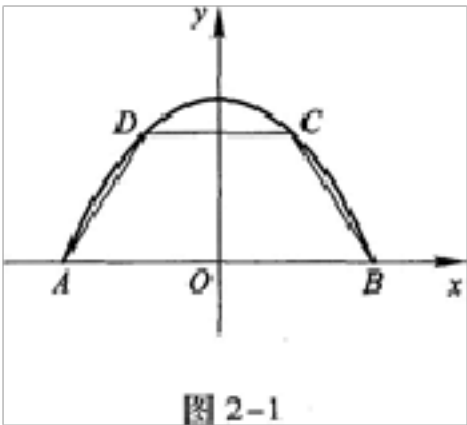
58. 证明: 当 $x>1$ 时, $x>1+\ln x$.

59. 设抛物线 $Y=1-x^2$ 与 x 轴的交点为 A 、 B , 在抛物线与 x 轴所围成的平面区域内, 以线段 AB 为下底作内接等腰梯形 $ABCD$ (如图 2—1 所示). 设梯形上底 CD 长为 $2x$, 面积为 $S(x)$.

英雄者，胸怀大志，腹有良策，有包藏宇宙之机，吞吐天地之志者也。——《三国演义》

(1)写出 $S(x)$ 的表达式；

(2)求 $S(x)$ 的最大值.



60. 求微分方程 $y''+3y'+2y=0$ 的通解.

四、解答题(10题)

61.

设 z 是由 $e^{x+z} + xz - y = 0$ 确定的隐函数,求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

62. 设 $f(x) = \int_x^0 t e^{-t^2} dt$,求 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的最大值.

63.求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \cos x - 2}{x}$.

64.

求微分方程 $y'-2y=x$ 的通解.

65.

求 $y''+2y'+y=2e^x$ 的通解.

66.

设 $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

67.

设函数 $z = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, 求 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y}$.

68.

证明: $\int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx$.

69.

设 $y_1^* = e^{2x} + 1, y_2^* = e^{-x} + 1, y_3^* = e^{2x} + e^{-x} + 1$ 为线性常系数微分方程 $y'' + P_1 y' + P_2 y = f(x)$ 的三个特解, 求该微分方程.

70.

计算 $\iint_D (1+x^2) dx dy$, 其中 D 是由 $y = \sqrt{x}, x = 1$ 及 x 轴所围成的平面区域.

五、高等数学(0题)

71. 求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

六、解答题(0题)

72. 求 $y=x\ln x$ 的极值与极值点.

参考答案

1. D

本题考查的知识点为导数的几何意义与切线方程.
 由于 $y=\ln x-2$,

$$y'=\frac{1}{x},$$
 从而

$$y'\Big|_{x=e}=\frac{1}{e}.$$
 曲线过点 $(e, -1)$ 的切线方程为

$$y+1=\frac{1}{e}(x-e),$$
 因此

$$y=\frac{x}{e}-2.$$
 可知应选D.

2. D

3. A ∵ $f(x) \rightarrow \infty, g(x) \rightarrow \infty \therefore f(x)+g(x)$ 是不定型，不一定是无穷大。

4. D 由重要极限公式及极限运算性质，可知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x} = \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right]^2 = e^2$ ，故
 选 D。

5. B

本题考查的知识点为识别二次曲面方程。

由于二次曲面的方程中缺少一个变量，因此它为柱面方程，应选 B。

6. B

由于 $f'(x)>0$ 可知 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内单调增加。因此选 B。

7. A

由不定积分性质 $\int f'(x) dx=f(x)+C$ 可知选 A。

8. A

本题考查的知识点为无穷级数的收敛性。

由于 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k}{n^2}$, $|u_n| = \frac{k}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 是 $p=2$ 的 p 级数, 从而 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k}{n^2}$ 收敛, 可知所给级数绝对收敛.

9. C

本题考查的知识点为罗尔定理的条件与结论.

由于 $y=\sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上连续, 在 $(0, \pi)$ 内可导, 且 $y|_{x=0}=0=y|_{x=\pi}$ 可知 $y=\sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上满足罗尔定理, 因此必定存在 $\xi \in (0, \pi)$ 使

$y'|_{x=\xi} = \cos x|_{x=\xi} = \cos \xi$ 从而应有 $\xi = \frac{\pi}{2}$.

故知应选 C.

10. D

本题考查的知识点为可变限积分求导.

由原函数的定义可知 $(\cos 2x)' = k \sin 2x$ 而 $(\cos 2x)' = (-\sin 2x) \cdot 2$ 可知 $k=-2$.

11. C

本题考查的知识点为判定函数的单调性.

$y=\ln(1+x^2)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

$$y' = \frac{2x}{1+x^2}.$$

当 $x>0$ 时, $y'>0$, y 为单调增加函数.
当 $x<0$ 时, $y'<0$, y 为单调减少函数.
可知函数 $y=\ln(1+x^2)$ 的单调增加区间是 $(0, +\infty)$, 故应选 C.

[解析] 在 $[0,1]$ 上, $x^2 \geq x^3$, 由定积分的性质可知选 B.

同样在 $[1,2]$ 上, $x^2 \leq x^3$, 可知 D 不正确.

12. D

【解析】 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx = -\frac{2}{\sqrt{x}} \Big|_1^{+\infty} = 2$, $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_2^{+\infty} = \infty$,
 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = 3 \cdot \sqrt[3]{x} \Big|_1^{+\infty} = \infty$, $\int_1^{+\infty} x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^{+\infty} = \infty$.

13. A 可知应选 A.

14.D 解 析 :

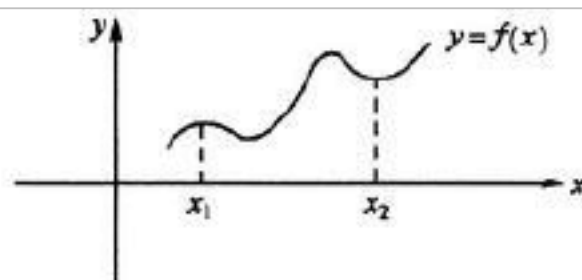
由极值的必要条件知 D 正确.

$y=|x|$ 在 $x=0$ 处取得极值, 但不可导, 知 A 不正确.

$y = x^3$ 在 $x_0 = 0$ 处导数为 0, 但 $x_0 = 0$ 不为它的极值点, 可知 B 不正确.

如右图所示, x_1 为函数 $y=f(x)$ 的极大值点, x_2 为 $f(x)$ 的极小值点, 且 $f(x_2) > f(x_1)$, 可知 C 不正确.

因此选 D.



15. C

本题考查的知识点为不定积分的性质.

($\int f(5x) dx$) 为将 $f(5x)$ 先对 x 积分, 后对 x 求导. 若设 $g(x)=f(5x)$, 则

$(\int f(x) dx)' = f(x)$ 表示先将 $f(x)$ 对 x 积分, 后对 x 求导, 因此

$$(\int f(5x) dx)' = (\int g(x) dx)' = g(x) = f(5x)$$

可知应选 C.

【解析】 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})^{\frac{x}{3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{-\frac{x}{2}} \right)^{(-\frac{x}{2}) \times (-\frac{2}{3})} = e^{-\frac{2}{3}}$, 因此选 B.

16. E

17. B

18. B

本题考查的知识点为交换二次积分次序。

由所给二次积分可知积分区域 D 可以表示为 $1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 2$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/966055112054011052>