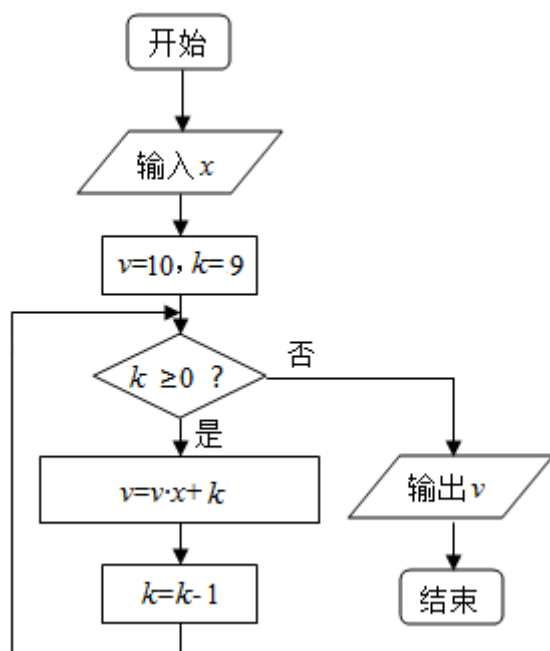


- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
2. 已知复数 $z = \frac{2}{1+i}$ ，其中 i 为虚数单位，则 $|z| =$ ()
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$
3. 中心在原点，对称轴为坐标轴的双曲线 C 的两条渐近线与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 都相切，则双曲线 C 的离心率是 ()
A. 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. 2 或 $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{2}$
4. 直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 与抛物线 $y^2 = 2bx$ 相交于 A 、 B 两点，若 $\triangle OAB$ 是等边三角形，则该双曲线的离心率 $e =$ ()
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{7}{6}$
5. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过 F_1 的直线 l 交双曲线的右支于点 P

，以双曲线的实轴为直径的圆与直线 l 相切，切点为 H ，若 $|F_1P| = 3|F_1H|$ ，则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{13}$

6. 秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法。如图的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入 x 的值为 2，则输出的 v 值为 ()



- A. $9 \times 2^{10} - 2$ B. $9 \times 2^{10} + 2$ C. $9 \times 2^{11} + 2$ D. $9 \times 2^{11} - 2$

7. 已知 A, B, C, D 是球 O 的球面上四个不同的点，若 $AB = AC = DB = DC = BC = 2$ ，且平面 $DBC \perp$ 平面 ABC ，则球 O 的表面积为 ()

- A. $\frac{20\pi}{3}$ B. $\frac{15\pi}{2}$ C. 6π D. 5π

8. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $C = \frac{2\pi}{3}$ ， $c = 1$ 。当 a, b 变化时，若 $z = b + \lambda a$ 存在最大值，则正数 λ 的取值范围为

- A. $(0, 1)$ B. $(0, 2)$ C. $(\frac{1}{2}, 2)$ D. $(1, 3)$

9. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x \mid y = \lg(1-x)\}$ ， $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x}}\right\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

10. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边， $a \cos C + \sqrt{3}c \sin A = b + c$ ，则 $A =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

11. 已知函数 $y = \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \\ -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \end{cases}$ 的图象与直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 恰有四个公共

点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$, 其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $(x_4 + 2) \tan x_4 =$ ()

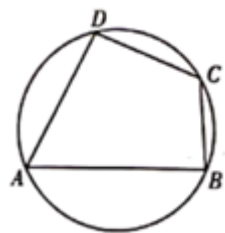
- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$

12. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2 + a_5 = a_6 + a_3$, 则 $S_7 =$ ()

- A. 28 B. 14 C. 7 D. 2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，已知圆内接四边形 $ABCD$, 其中 $AB = 6$, $BC = 3$, $CD = 4$, $AD = 5$, 则 $\frac{2}{\sin A} + \frac{2}{\sin B} =$ _____.



14. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 满足 $a_1 = 2$, $3S_n = (n+m)a_n (n \in \mathbb{N}^*, m \in \mathbb{R})$, 且

$a_n b_n = n + 1$. 若任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $\lambda \leq T_{2n} - T_n$ 成立, 则实数 λ 的取值范围为_____.

15. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 1, \\ y \geq x, \\ 3x + 2y \leq 15, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值是_____.

16. 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $A = 60^\circ$, 点 P 在菱形 $ABCD$ 所在的平面内. 若 $PA = 3, PC = \sqrt{21}$, 则

$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴且取相同

的单位长度建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求直线 l 的普通方程及曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设点 $P(-1, 2)$, 直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|AB| + |PA| \cdot |PB|$ 的值.

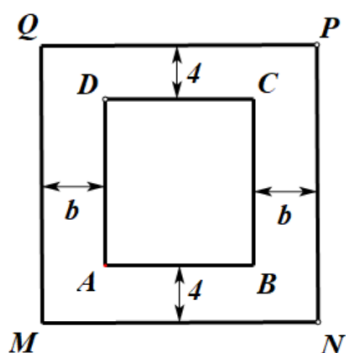
18. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \cos \theta \\ y = \sqrt{3} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 取相同的单位长度建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{3}$ ($\rho > 0$), 直线 l 的极坐标方程为

$$\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = 3, \text{ 点 } P\left(6, \frac{\pi}{6}\right).$$

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C_2 交于点 A , 曲线 C_1 与曲线 C_2 交于点 B , 求 $\triangle PAB$ 的面积.

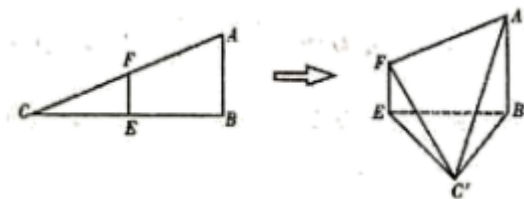
19. (12 分) 一酒企为扩大生产规模, 决定新建一个底面为长方形 $MNPQ$ 的室内发酵馆, 发酵馆内有一个无盖长方体发酵池, 其底面为长方形 $ABCD$ (如图所示), 其中 $AD \geq AB$. 结合现有的生产规模, 设定修建的发酵池容积为 450 米³, 深 2 米. 若池底和池壁每平方米的造价分别为 200 元和 150 元, 发酵池造价总费用不超过 65400 元



(1) 求发酵池 AD 边长的范围;

(2) 在建发酵馆时, 发酵池的四周要分别留出两条宽为 4 米和 b 米的走道 (b 为常数). 问: 发酵池的边长如何设计, 可使得发酵馆占地面积最小.

20. (12 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$. 已知 E, F 分别是 BC, AC 的中点. 将 $\triangle CEF$ 沿 EF 折起, 使 C 到 C' 的位置且二面角 $C' - EF - B$ 的大小是 60° , 连接 $C'B, C'A$, 如图:



(1) 证明: 平面 $AFC' \perp$ 平面 ABC'

(2) 求平面 AFC' 与平面 BEC' 所成二面角的大小.

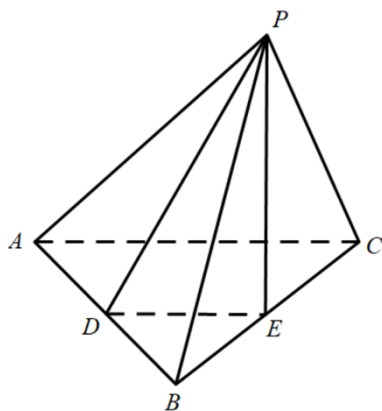
21. (12 分) 已知函数 $f(x) = (x+2)\ln(x+1) - ax (a \in \mathbb{R})$

(I) 若 $a=1$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 3n - 1$, $b_n = \frac{4}{a_n}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n < \ln(n+1)(n+2)$.

22. (10 分) 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 点 D, E 分别为 AB, BC 的中点, 且平面 $PDE \perp$ 平面 ABC .



(1) 求证: $AC \parallel$ 平面 PDE ;

(2) 若 $PD = AC = 2$, $PE = \sqrt{3}$, 求证: 平面 $PBC \perp$ 平面 ABC .

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

列出循环的每一步, 进而可求得输出的 n 值.

【详解】

根据程序框图, 执行循环前: $a=0$, $b=0$, $n=0$,

执行第一次循环时: $a=1$, $b=2$, 所以: $9^2 + 8^2 \leq 40$ 不成立.

继续进行循环, ...,

当 $a=4$, $b=8$ 时, $6^2+2^2=40$ 成立, $n=1$,

由于 $a \geq 5$ 不成立, 执行下一次循环,

$a=5$, $b=10$, $5^2+0^2 \leq 40$ 成立, $n=2$, $a \geq 5$ 成立, 输出的 n 的值为 2.

故选: B.

【点睛】

本题考查的知识要点: 程序框图的循环结构和条件结构的应用, 主要考查学生的运算能力和转换能力, 属于基础题型.

2、D

【解析】

把已知等式变形, 然后利用数代数形式的乘除运算化简, 再由复数模的公式计算得答案.

【详解】

$$\text{解: } z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i,$$

$$\text{则 } |z| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}.$$

故选: D.

【点睛】

本题考查了复数代数形式的乘除运算, 考查了复数模的求法, 是基础题.

3、A

【解析】

根据题意, 由圆的切线求得双曲线的渐近线的方程, 再分焦点在 x 、 y 轴上两种情况讨论, 进而求得双曲线的离心率.

【详解】

$$\text{设双曲线 C 的渐近线方程为 } y=kx, \text{ 是圆的切线得: } \frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1, \therefore k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{得双曲线的一条渐近线的方程为 } y=\frac{\sqrt{3}}{3} \therefore \text{焦点在 } x、y \text{ 轴上两种情况讨论:}$$

$$\text{①当焦点在 } x \text{ 轴上时有: } \frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}, e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3^2+3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3};$$

$$\text{②当焦点在 } y \text{ 轴上时有: } \frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{3}, e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3^2+3}}{\sqrt{3}}=2;$$

∴求得双曲线的离心率 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查直线与圆的位置关系、双曲线的简单性质等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想．解题的关键是：由圆的切线求得直线 的方程，再由双曲线中渐近线的方程的关系建立等式，从而解出双曲线的离心率的值．此题易忽视两解得出错误答案．

4、D

【解析】

根据题干得到点 A 坐标为 $(3x, \sqrt{3}x)$ ，代入抛物线得到坐标为 $(6b, 2\sqrt{3}b)$ ，再将点代入双曲线得到离心率．

【详解】

因为三角形 OAB 是等边三角形，设直线 OA 为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，设点 A 坐标为 $(3x, \sqrt{3}x)$ ，代入抛物线得到 $x=2b$ ，故点 A

的坐标为 $(6b, 2\sqrt{3}b)$ ，代入双曲线得到 $\frac{b^2}{a^2} = \frac{13}{36} \Rightarrow e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{7}{6}$.

故答案为：D.

【点睛】

求双曲线的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：①求出 a, c ，代入公式 $e = \frac{c}{a}$ ；②只需要根据一个条件得到关于 a, b, c 的齐次式，结合 $b^2 = c^2 - a^2$ 转化为 a, c 的齐次式，然后等式(不等式)两边分别除以 a 或 a^2 转化为关于 e 的方程(不等式)，解方程(不等式)即可得 e (e 的取值范围).

5、A

【解析】

在 $\triangle PF_1F_2$ 中，由余弦定理，得到 $|PF_2|$ ，再利用 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$ 即可建立 a, b, c 的方程.

【详解】

由已知， $|HF_1| = \sqrt{F_1O^2 - OH^2} = \sqrt{c^2 - a^2} = b$ ，在 $\triangle PF_1F_2$ 中，由余弦定理，得

$$|PF_2| = \sqrt{PF_1^2 + F_1F_2^2 - 2PF_1 \cdot F_1F_2 \cdot \cos \angle PF_1F_2} = \sqrt{4c^2 + 9b^2 - 2 \times 2c \times 3b \times \frac{b}{c}} =$$

$$\sqrt{4a^2 + b^2}, \text{ 又 } |PF_1| = 3|HF_1| = 3b, |PF_1| - |PF_2| = 2a, \text{ 所以 } 3b - \sqrt{4a^2 + b^2} = 2a,$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \therefore e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的计算问题，处理双曲线离心率问题的关键是建立 a, b, c 三者间的关系，本题是一道中档题.

6、C

【解析】

由题意，模拟程序的运行，依次写出每次循环得到的 k, v 的值，当 $k = -1$ 时，不满足条件 $k \geq 0$ ，跳出循环，输出 v 的值.

【详解】

解：初始值 $v = 10, x = 2$ ，程序运行过程如下表所示：

$$k = 9,$$

$$v = 10 \times 2 + 9, k = 8,$$

$$v = 10 \times 2^2 + 9 \times 2 + 8, k = 7,$$

$$v = 10 \times 2^3 + 9 \times 2^2 + 8 \times 2 + 7, k = 6,$$

$$v = 10 \times 2^4 + 9 \times 2^3 + 8 \times 2^2 + 7 \times 2 + 6, k = 5,$$

$$v = 10 \times 2^5 + 9 \times 2^4 + 8 \times 2^3 + 7 \times 2^2 + 6 \times 2 + 5, k = 4,$$

$$v = 10 \times 2^6 + 9 \times 2^5 + 8 \times 2^4 + 7 \times 2^3 + 6 \times 2^2 + 5 \times 2 + 4, k = 3,$$

$$v = 10 \times 2^7 + 9 \times 2^6 + 8 \times 2^5 + 7 \times 2^4 + 6 \times 2^3 + 5 \times 2^2 + 4 \times 2 + 3, k = 2,$$

$$v = 10 \times 2^8 + 9 \times 2^7 + 8 \times 2^6 + 7 \times 2^5 + 6 \times 2^4 + 5 \times 2^3 + 4 \times 2^2 + 3 \times 2 + 2, k = 1,$$

$$v = 10 \times 2^9 + 9 \times 2^8 + 8 \times 2^7 + 7 \times 2^6 + 6 \times 2^5 + 5 \times 2^4 + 4 \times 2^3 + 3 \times 2^2 + 2 \times 2 + 1, k = 0,$$

$$v = 10 \times 2^{10} + 9 \times 2^9 + 8 \times 2^8 + 7 \times 2^7 + 6 \times 2^6 + 5 \times 2^5 + 4 \times 2^4 + 3 \times 2^3 + 2 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0, k = -1,$$

跳出循环，输出 v 的值为

$$\text{其中 } v = 10 \times 2^{10} + 9 \times 2^9 + 8 \times 2^8 + 7 \times 2^7 + 6 \times 2^6 + 5 \times 2^5 + 4 \times 2^4 + 3 \times 2^3 + 2 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \quad \textcircled{1}$$

$$2v = 10 \times 2^{11} + 9 \times 2^{10} + 8 \times 2^9 + 7 \times 2^8 + 6 \times 2^7 + 5 \times 2^6 + 4 \times 2^5 + 3 \times 2^4 + 2 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \quad \textcircled{2}$$

①—②得

$$-v = -10 \times 2^{11} + 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$$

$$-v = -10 \times 2^{11} + \frac{2(1-2^{10})}{1-2}$$

$$v = 9 \times 2^{11} + 2.$$

故选：C．

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环得到 k ， v 的值是解题的关键，属于基础题．

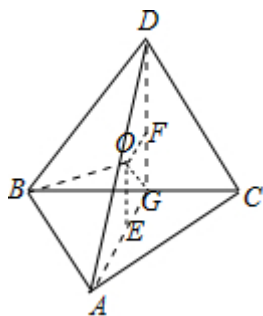
7、A

【解析】

由题意画出图形，求出多面体外接球的半径，代入表面积公式得答案．

【详解】

如图，



取 BC 中点 G，连接 AG，DG，则 $AG \perp BC$ ， $DG \perp BC$ ，

分别取 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的外心 E，F，分别过 E，F 作平面 ABC 与平面 DBC 的垂线，相交于 O，

则 O 为四面体 A-BCD 的球心，

由 $AB = AC = DB = DC = BC = 2$ ，得正方形 OEGF 的边长为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $OG = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

$\therefore$ 四面体 A-BCD 的外接球的半径 $R = \sqrt{OG^2 + BG^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5}{3}}$ ，

$\therefore$ 球 O 的表面积为 $4\pi \times \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = \frac{20\pi}{3}$ ．

故选 A．

【点睛】

本题考查多面体外接球表面积的法，考查空间想象能力与思维能力，是中档题．

8、C

【解析】

因为 $C = \frac{2\pi}{3}$ ， $c = 1$ ，所以根据正弦定理可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ，所以 $a = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin A$ ， $b = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin B$ ，所以

$$z = b + \lambda a = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin B + \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \sin A = \frac{2}{\sqrt{3}} [\sin B + \lambda \sin(\frac{\pi}{3} - B)] = \frac{2}{\sqrt{3}} [(1 - \frac{\lambda}{2}) \sin B +$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/966113150040010232>