# 济宁市第一中学2024届高三3月份定时检测

# 数学试题

一、单选题(每题5分，共40分)

1. 二项式$\left(x^2-\frac{1}{2x}\right)^4$ 的展开式中含$x^2$项的系数为(　)

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　c. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

2. 平面向量a,b 满足|āF2,|5|=3,|ā+b|=4, 则6在a方向上的投影向量为()

A. $\frac{\sqrt{15}}{12}\vec{a}$　　B. $\frac{1}{4}\vec{a}$　　C. $\frac{3}{8}\vec{a}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{8}\vec{a}$

3. 若函数f()-cs(a+o)0<0<x)的图象关于直线$x=\frac{1}{3}$对称，则φ=(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 从1,2,…,9这九个数字中任取两个，这两个数的和为质数的概率为(　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{7}{18}$　　D. $\frac{13}{36}$

5. 已知正四棱锥P-ABCD　各顶点都在同一球面上，且正四棱锥底面边长为4,体积为$\frac{64}{3}$，则该球表面积为(　)

A.9π　　B.36π　　C.4π　　D. $\frac{4\pi}{3}$

6. 设抛物线$y^2=2x$的焦点为F,　过抛物线上点P作其准线的垂线，设垂足为Q,　若∠PQF=30°，则|PO|=(　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 设 $a=e^{\frac{10}{33}}$　$b=\ln\frac{11}{10}$,　$c=\frac{\ln 2.2}{10}$　则　(　)

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$　　C. $b<c<a$　　D. $a<c<b$

8. 已知$\{a_n\}$是等差数列，$b_n=\sin(a_n)$, 存在正整数$t(t\le8)$, 使得$b_{n+t}=b_n$,$n\in N^*$.　若集合$S=\{x|x=b_n,n\in N^*\}$中只含有4个元素，则t的可能取值有(　)个

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

二、多选题(每题6分，共18分)

9. 已知圆$C:(x-3)^2+y^2=1$,$C_2:x^2+(y-a)^2=16$,　则下列结论正确的有(　)

A. 若圆C 和圆$C_2$外离，则a>4

B. 若圆C 和圆$C_2$ 外切，则a =±4

C. 当 a=0 时，圆C 和圆$C_2$ 有且仅有一条公切线

D. 当a=-2 时，圆C 和圆$C_2$ 相交

10. 已知$z_1$、$z_2$ 都是复数，下列正确的是( )

A. 若 $|z|=|z_2|$, 则 $z=\pm z2$

B. $|zz_2|=|z||z_2|$

C. 若$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$,则$zz_2=0$

D. • 22= 云三

11. 已知函数$f(x)=\frac{\sin x}{2-\cos 2x}$ 则 ( )

A.f(x) 的最小正周期为π　　B.f(x) 的图象关于点(π,0)对称

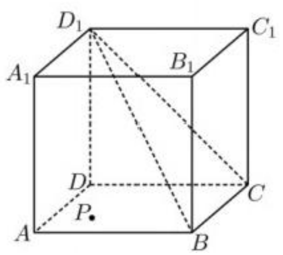
c. 不等式f(x)>x 无解　　D.f(x) 的最大值为$\frac{\sqrt{2}}{4}$

三、填空题(每题5分，共15分)

12. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线与直线l:x+2y-5=0垂直，则C 的离心率为_______

13. 甲袋中有5个红球和3个白球，乙袋中有4个红球和2个白球，如果所有小球只存在颜色的差别，并且整个取球过程是盲取，分两步进行：第一步，先从甲袋中随机取出一球放入乙袋，分别用A 、$A_2$ 表示由甲袋中取出红球、白球的事件；第二步，再从乙袋 中随机取出两球，用B 表示第二步由乙袋中取出的球是“两球都为红球”的事件，则事件B 的概率是_______

14. 如图，已知点P 是棱长为2的正方体ABCD-ABC$D_1$ 的底面ABCD 内(包含边界)一个动点，若点P 到 点A 的距离是点P 到 $BB_1$ 的距离的两倍，则点P 的轨迹的长度为



四、解答题(共77分)

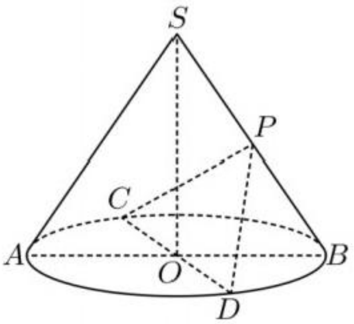
15．(13分)在锐角三角形△ABC中，角 A,B,C 的对边分别为a,b,c,

$\sqrt{3}(a\cos C+c\cos A)=2b\sin B$.

(1)求角B 的值;

(2)若$b=2\sqrt{3}$, 求$a^2+c^2$ 的取值范围.

16．(15分)如图，S为圆锥顶点，O是圆锥底面圆的圆心，AB,CD 是长度为2的底面圆的两条直径，AB∩CD=O，且SO=3,P 为母线SB 上一点.




(1)求证：当P 为SB 中点时，SA// 平面PCD;

(2)若∠AOC=60°，二面角P-CD-B 的余弦值为$\frac{3\sqrt{21}}{21}$，试确定P 点的位置.

17.(15分)我国无人机发展迅猛，在全球具有领先优势，已经成为“中国制造”一张靓丽的新名片，并广泛用于森林消防、抢险救灾、环境监测等领域.某森林消防支队在一次消防演练中利用无人机进行投弹灭火试验，消防员甲操控无人机对同一目标起火点进行了三次投弹试验，已知无人机每次投弹时击中目标的概率都为$\frac{4}{5}$ 每次投弹是否击中目标相互独立.无人机击中目标一次起火点被扑灭的概率为$\frac{1}{2}$，击中目标两次起火点被扑灭的概率为$\frac{2}{3}$ 击中目标三次起火点必定被扑灭.

(1)求起火点被无人机击中次数的分布列及数学期望;

(2)求起火点被无人机击中且被扑灭的概率.

18. (17分) 已知双曲线C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的离心率为 √Z, 点(3, −1)在双曲线C上．过C 的左焦点F 作直线l 交 C 的左支于A、B 两点．

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 若M(-2,0), 试问：是否存在直线l, 使得点M在以AB为直径的圆上?请说明理由.

(3) 点P(-4,2), 直线AP交直线x=-2 于点Q. 设直线QA、QB的斜率分别k 、$k_2$, 求

证: $k_1-k_2$ 为定值.

19. (17分) 已知函数f(x)=a(2xlnx-x+1)+x, g(x)=sinx.

(1) 当a=1 时，求曲线y=f(x) 在点(1, f(1)) 处的切线方程;

(2) 当a=0,x>0 时，若在g(x)的图象上有一点列

$A_i\left(\frac{1}{2^i},g\left(\frac{1}{2^i}\right)\right)\left(i=1,2,3,\cdots,n,i\in\mathbf{N}^*,n\in\mathbf{N}^*\right)$, 若直线AA 的斜率为k,(i=1,2,3,…n),

(i) 求证: $g\left(x\right)>f\left(x\right)-\frac{1}{6}x^3$;

(ii) 求证: $\sum_{i=1}^{n}k_i>n-\frac{1}{9}$.

# 高三数学答题卡

姓名：______________________

班级：______________________

考场：__________座号：

贴条形码区

选择题(共12小题，1-8题每小题5分，9-11题每小题6分，共58分)

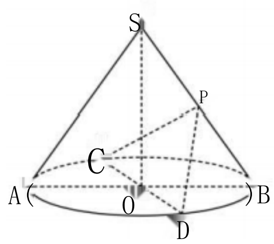
1. [A][B][e][D]
[A][B][C][D]
3. [A][B][C][D]
4.
5. [A][B][C][D]
6. [A][B][C][D]
[A][B][C][D]
8. [A][B][C][D]
9. [A][B][C][D]
10. [A][B][C][D]
11. [A][B][C][D]

填空题(共3小题，每小题5分，共15分)

12. ________ 13. ________ 14 ________

5.(13分)

16. (15分)




7. (15分)

18.（17分）

19.（17分）

# 济宁市第一中学2024届高三3月份定时检测

## 数学试题及参考答案

一、单选题

1．二项：式 $\left(x^2-\frac{1}{2x}\right)^4$ 的展开式中含x² 项的系数为（　）

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【分析】

利用二项式定理的通项公式即可求解.

【详解】

由二项式定理可知，$\left(x^2-\frac{1}{2x}\right)^4$ 的展开式的通项为

$T_{r+1}=C_4^r\left(x^2\right)^{4-r}\left(-\frac{1}{2x}\right)^r=\left(-\frac{1}{2}\right)^r C_4^r x^{8-3x}$，

令8-3r=2,　解得r=2,

所以 $T_3=\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times C_4^2x^2=\frac{3}{2}x^2$，

所以二项式 $\left(x^2-\frac{1}{2x}\right)^4$ 的展开式中含x² 项的系数》与 $\frac{3}{2}$ .

故选：B.

2. 平面向量ã, b满足|a|=2, 同=3, |ā+6|=4, 则方在a方向上的投影向量为

（　）

A. $\frac{\sqrt{15}}{12}\vec{a}$　　B. $\frac{1}{4}\vec{a}$　　C. $\frac{3}{8}\vec{a}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{8}\vec{a}$

【答案】C

【分析】

由题设条件，利用向量的模长公式求得a·b,　再利用b 在a 方向上的投影向量的公式

$\frac{|\vec{b}|\cos\langle\vec{b},\vec{a}\rangle}{|\vec{a}|}\vec{a}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\vec{a}$ 即可求得.

【详解】由 |ā+6|=√(a+bF=√āP+2a·b+bP=√13+2a·b=4可得a.$\vec{b}=\frac{3}{2}$

而方在a 方向上的投影向量为 $\frac{|\vec{b}|\cos\langle\vec{b},\vec{a}\rangle}{|\vec{a}|}\vec{a}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\vec{a}=\frac{\frac{3}{2}}{4}\vec{a}=\frac{3}{8}\vec{a}$.

故选：C.

3．若函数/()= ⋯(t+o)0<0<0) 的图象关于直线。$x=\frac{1}{3}$ 对称，则 φ =(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】C

【分析】

由余弦函数的对称性直接求解.

【详解】

因为 $f(x)=\cos(\pi x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{3}$ 对称，

所以 $\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\varphi=-\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

因为 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$.

故选：C.

4．从1, 2, ⋯, 9这九个数字中任取两个，这两个数的和为质数的概率为(　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{7}{18}$　　D. $\frac{13}{36}$

【答案】C

【分析】

求所有组合个数，列举和为质数的情况，古典概型求概率.

【详解】

这九个数字中任取两个，有C?种取法，

和为质数有(1,2), (1,4), (2,3), (1,6), (2,5), (3,4), (2,9), (3,8), (4,7), (5,6), (4,9), (5,8), (6,7), (8,9)共14种情况，

因此所求概率为 $\frac{14}{C_9^2}=\frac{7}{18}$.

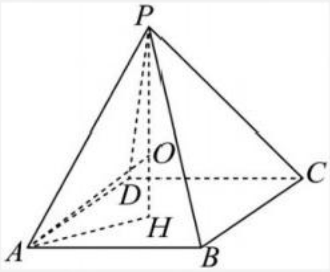
故选：C.

5．已知正四棱锥P-ABCD　各顶点都在同一球面上，且正四棱锥底面边长为4, 体积为 $\frac{64}{3}$，则该球表面积为(　)

A. $9\pi$　　B. $36\pi$　　C. $4\pi$　　D. $\frac{4\pi}{3}$

【答案】B

【分析】根据体积可求正四棱锥的高，再结合外接球球心的性质可求其半径，故可求外接球的表面积.

【详解】


如图，设P 在底面ABCD 的射影为H， 则PH⊥ 平面ABCD,

且H 为 AC,BD 的交点.

因为正四棱锥底面边长为4,故底面正方形的面积可为16,且 $AH=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

故$\frac{1}{3}\times PH\times16=\frac{64}{3}$，故$PH=4$.

由正四棱锥的对称性可知O 在直线PH 上，设外接球的半径为R,

则$OH=|4-R|$, 故 $R^2=8+(4-R)^2$, 故 $R=3$,

故正四棱锥P-ABCD 的外接球的表面积为$4\times\pi\times9=36\pi$,

故选：B.

6. 设抛物线$y^2=2x$ 的焦点为F, 过抛物线上点P 作其准线的垂线，设垂足为Q, 若$\angle POF=30°$, 则$|PO|=$( )

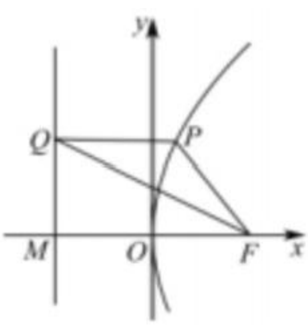
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【分析】

由题意得$\angle OFM=30°$, 结合正切定义以及$|FM|=1$ 可得$|OF|$, 进一步即可求解.

【详解】如图所示：




M 为准线与x 轴的交点，

因为$\angle PQF=30°$, 且$|PF|=|PO|$, 所以$\angle PFQ=30°,\angle OPF=120°$,