福建省龙岩市长汀县新桥中学 2024 届高三下第一次测试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

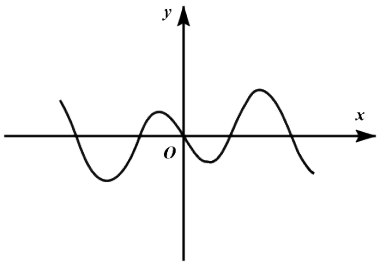
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知 R 为实数集，$A=\left\{x\,|\,x^2-1\le 0\right\}$，$B=\left\{x\,|\,\frac{1}{x}\ge 1\right\}$，则 $A\cap\left(\complement_R B\right)=$（　　）

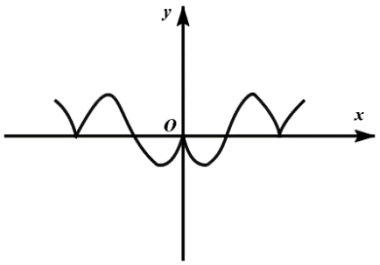
A． $\{x\,|\,-1<x\le 0\}$　**B．** $\{x\,|\,0<x\le 1\}$　**C．** $\{x\,|\,-1\le x\le 0\}$　**D．** $\{x\,|\,-1\le x\le 0\text{或}x=1\}$

2．函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\ln|x|$ 图像可能是（　　）

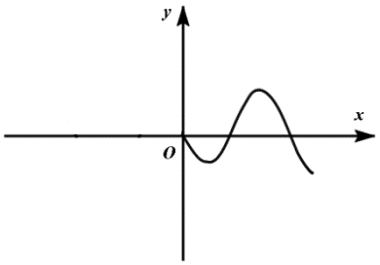
A．



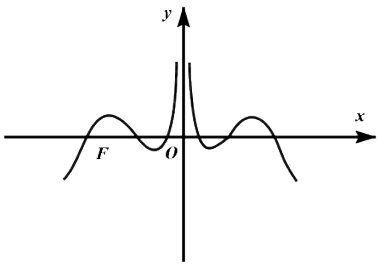
B．



C．



D．



3．下列命题为真命题的个数是（　　）（其中 π，e 为无理数）

①$\sqrt{e}>\frac{3}{2}$；②$\ln\pi<\frac{2}{3}$；③$\ln 3<\frac{3}{e}$.

A．0　**B．1**　**C．2**　**D．3**

4．已知双曲线 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\quad b>0)$ 的右焦点为 F，过原点的直线 l 与双曲线 Γ 的左、右两支分别交于 A,B 两点，延长 BF 交右支于 C 点，若 $AF\perp FB,|CF|=3|FB|$，则双曲线 Γ 的离心率是（　　）

A． $\frac{\sqrt{17}}{3}$　**B．** $\frac{3}{2}$　**C．** $\frac{5}{3}$　**D．** $\frac{\sqrt{10}}{2}$

5．已知集合 $A=\left\{-2,-1,0,1,2\right\}$，$B=\{x\,|\,x^2-x+2>0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A．$\{-1,0\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{-2,-1,0,1,2\}$

6．已知ΔABC中，角A、B所对的边分别是a，b，则“$a>b$”是“$A>B$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．既不充分也不必要条件　　D．充分必要条件

7．已知函数$f(x)=a\sin x-\sqrt{3}\cos x$的图像的一条对称轴为直线$x=\dfrac{5\pi}{6}$，且$f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$，则$|x_1+x_2|$的最小值为(　)

A．$-\dfrac{\pi}{3}$　　B．0　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

8．已知函数$f(x)$是定义域为R的偶函数，且满足$f(x)=f(2-x)$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=x$，则函数$F(x)=f(x)+\dfrac{x+4}{1-2x}$在区间$[-9,10]$上零点的个数为（　　）

A．9　　B．10　　C．18　　D．20

9．已知$p:\cos x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+y\right)$，$q:x=y$则$p$是$q$的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

10．已知$f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+a}$是定义在$R$上的奇函数，则不等式$f(x-3)<f(9-x^2)$的解集为（　　）

A．(-2,6)　　B．(-6,2)　　C．(-4,3)　　D．(-3,4)

11．已知将函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$）的图象向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，若$f(x)$和$g(x)$的图象都关于$x=\dfrac{\pi}{4}$对称，则下述四个结论：

①$\omega=3$ ②$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$ ③$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④点$\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$为函数$f(x)$的一个对称中心

其中所有正确结论的编号是（　　）

A．①②③　　B．①③④　　C．①②④　　D．②③④

12．若$z=\dfrac{i^{2020}+3i}{1+i}$，则$z$的虚部是（　　）

A．i　　B．$2i$　　C．-1　　D．1

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，AD为$\angle BAC$的角平分线，且$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$，若$AB=2$，则$BC=$_____.

14．在边长为4的菱形 $ABCD$ 中，$A=60°$，点 P 在菱形 $ABCD$ 所在的平面内．若 $PA=3$，$PC=\sqrt{21}$，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PD}=$_____．

15．已知 $(x+1)^2(x-a)^6=a_8x^8+a_7x^7+a_6x^6+a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0(a\in R)$，若 $a_1=0$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8=$_____．

16．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线交椭圆 C 于 A，B 两点，若 $\angle ABF_2=90°$，且 $\triangle ABF_2$ 的三边长 $|BF_2|$，$|AB|$，$|AF_2|$ 成等差数列，则 C 的离心率为_____．

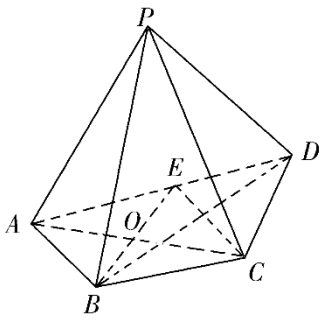
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数 $f(x)=e^{ax}\sin x$．

（1）若 $f(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $a=1$，对 $\forall x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，恒有 $f(x)\geq bx$ 成立，求实数 b 的最小值．

18．（12分）如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 PCD，底面 $ABCD$ 满足 $AD\parallel BC$，$AP=AB=BC=\dfrac{1}{2}AD=2$，$\angle ABC=90°$，$E$ 为 AD 的中点，AC 与 BE 的交点为 O．



（1）设 H 是线段 BE 上的动点，证明：三棱锥 $H-PCD$ 的体积是定值；

（2）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

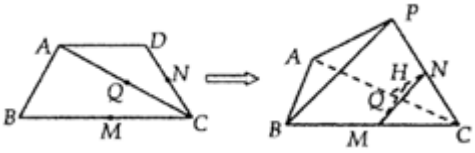
（3）求直线 BC 与平面 PBD 所成角的余弦值．

19．（12分）已知 $a,b,c\in R^*$，$a+b+c=1$，求证：

（1）$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leq\sqrt{3}$；

（2）$\dfrac{1}{3a+1}+\dfrac{1}{3b+1}+\dfrac{1}{3c+1}\geq\dfrac{3}{2}$．

20．（12 分）如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，**$AD\parallel BC$**，$AD=AB=CD=2$，$BC=4$，M，N，Q 分别为 BC，CD，AC 的中点，以 AC 为折痕将 $\triangle ACD$ 折起，使点 D 到达点 P 位置（$P\notin$ 平面 ABC）．



（1）若 H 为直线 QN 上任意一点，证明：**$MH\parallel$**平面 ABP；

（2）若直线 AB 与直线 MN 所成角为 $\dfrac{\pi}{4}$，求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值．

21．（12 分）已知定点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，直线 AM、BM 相交于点 M，且它们的斜率之积为 $-\dfrac{1}{9}$，记动点 M 的轨迹为曲线 C。

（1）求曲线 C 的方程；

（2）过点 $T(1,0)$ 的直线与曲线 C 交于 P、Q 两点，是否存在定点 $S(x_0,0)$，使得直线 SP 与 SQ 斜率之积为定值，若存在，求出 S 坐标；若不存在，请说明理由。

22．（10 分）在中国，不仅是购物，而且从共享单车到医院挂号再到公共缴费，日常生活中几乎全部领域都支持手机支付.出门不带现金的人数正在迅速增加。中国人民大学和法国调查公司益普索合作，调查了腾讯服务的 6000 名用户，从中随机抽取了 60 名，统计他们出门随身携带现金（单位：元）如茎叶图如示，规定：随身携带的现金在 100 元以下（不含 100 元）的为“手机支付族”，其他为“非手机支付族”.

男性		女性
0	3	5
7	4	0 8
8 8 5	5	3 5
2 0	6	0 5
8	7	0
3	8	5 5 8
0	9	5
8 5 0 0 0	10	0 0
9 8 2 2 0	11	5
5 0 0 0	12	0 8
5 5 4 2 0	13	0
6 6 1 0	14	5
5 4 3 2 0	15	6
5 0	16	

	男性	女性	合计
手机支付族			
非手机支付族			
合计			

（1）根据上述样本数据，将 2×2 列联表补充完整，并判断有多大的把握认为“手机支付族”与“性别”有关？

（2）用样本估计总体，若从腾讯服务的用户中随机抽取 3 位女性用户，这 3 位用户中“手机支付族”的人数为 ξ，求随机变量 ξ 的期望和方差；

（3）某商场为了推广手机支付，特推出两种优惠方案，方案一：手机支付消费每满 1000 元可直减 100 元；方案二：手机支付消费每满 1000 元可抽奖 2 次，每次中奖的概率同为$\frac{1}{2}$，且每次抽奖互不影响，中奖一次打 9 折，中奖两次打 8.5 折.如果你打算用手机支付购买某样价值 1200 元的商品，请从实际付款金额的数学期望的角度分析，选择哪种优惠方案更划算？

附：

$P(K^2 \geq k_0)$	**0.050**	**0.010**	**0.001**
k_0	**3.841**	**6.635**	**10.828**

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

求出集合 A，B，$\complement_R B$，由此能求出 $A \cap (\complement_R B)$.

【详解】

$\because R$ 为实数集，$A = \{x \mid x^2 - 1 \leq 0\} = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$，$B = \{x \mid \frac{1}{x} \geq 1\} = \{x \mid 0 < x \leq 1\}$，

$\therefore \complement_R B = \{x \mid x \leq 0$ 或 $x > 1\}$，

$\therefore A \cap (\complement_R B) = \{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查交集、补集的求法，考查交集、补集的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

2、D

【解析】

先判断函数的奇偶性可排除选项 *A,C*，当 $x \to 0^+$ 时，可分析函数值为正，即可判断选项.

【详解】

$\because y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x| = -\cos x \ln|x|$,

$\therefore -\cos(-x)\ln|-x| = -\cos x \ln|x|$,

即函数为偶函数，

故排除选项 *A,C*，

当正数 x 越来越小，趋近于 0 时，$-\cos x < 0, \ln|x| < 0$，

所以函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x| > 0$，故排除选项 *B*,

故选：*D*

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性，识别函数的图象，属于中档题.

3、C

【解析】

对于①中，根据指数幂的运算性质和不等式的性质，可判定值正确的；对于②中，构造新函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{3}, x > 0$，利用导数得到函数为单调递增函数，进而得到 $f(\pi) > f(e)$，即可判定是错误的；对于③中，构造新函数 $f(x) = e\ln x - x, x > 0$，利用导数求得函数的最大值为 $f(e) = 0$，进而得到 $f(3) < 0$，即可判定是正确的.

【详解】

由题意，对于①中，由 $(\sqrt{e})^2 = e, (\frac{3}{2}) = \frac{9}{4} = 2.25$，可得 $e > 2.25$，根据不等式的性质，可得 $\sqrt{e} > \frac{3}{2}$ 成立，所以是正确的；

对于②中，设函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{3}, x > 0$，则 $f'(x) = \frac{1}{x} > 0$，所以函数为单调递增函数，

因为 $\pi > e$，则 $f(\pi) > f(e)$

又由 $f(e) = \ln e - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} > 0$，所以 $f(\pi) > 0$，即 $\ln \pi > \frac{2}{3}$，所以②不正确；

对于③中，设函数 $f(x) = e\ln x - x, x > 0$，则 $f'(x) = \frac{e}{x} - 1 = \frac{e-x}{x}$，

当$x \in (0,e)$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，

当$x\in(e,+\infty)$时，$f'(x)<0$，函数$f(x)$单调递减，

所以当$x=e$时，函数取得最大值，最大值为$f(e)=e\ln e-e=0$，

所以$f(3)=e\ln 3-3<0$，即$e\ln 3<3$，即$\ln 3<\frac{3}{e}$，所以是正确的.

故选：*C*.

【点睛】

本题主要考查了不等式的性质，以及导数在函数中的综合应用，其中解答中根据题意，合理构造新函数，利用导数求得函数的单调性和最值是解答的关键，着重考查了构造思想，以及推理与运算能力，属于中档试题.

4、D

【解析】

设双曲线的左焦点为F'，连接BF'，AF'，CF'，设$BF=x$，则$CF=3x$，$BF'=2a+x$，$CF'=3x+2a$，$Rt\Delta CBF'$和$Rt\Delta FBF'$中，利用勾股定理计算得到答案.

【详解】

设双曲线的左焦点为F'，连接BF'，AF'，CF'，

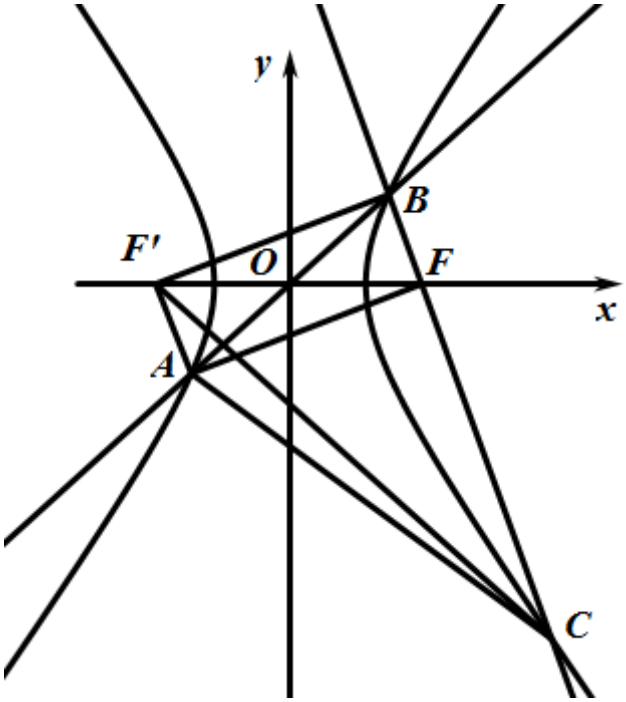
设$BF=x$，则$CF=3x$，$BF'=2a+x$，$CF'=3x+2a$，

$AF\perp FB$，根据对称性知四边形$AFBF'$为矩形，

$Rt\Delta CBF'$中：$CF'^2=CB^2+BF'^2$，即$(3x+2a)^2=(4x)^2+(2a+x)^2$，解得$x=a$；

$Rt\Delta FBF'$中：$FF'^2=BF^2+BF'^2$，即$(2c)^2=a^2+(3a)^2$，故$\frac{c^2}{a^2}=\frac{5}{2}$，故$e=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

故选：D.



【点睛】

本题考查了双曲线离心率，意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

5、D

【解析】

先求出集合 B，再与集合 A 求交集即可.

【详解】

由已知，$x^2-x+2=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{7}{4}>0$，故 $B=R$，所以 $A\cap B=\{-2,-1,0,1,2\}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的交集运算，考查学生的基本运算能力，是一道容易题.

6、D

【解析】

由大边对大角定理结合充分条件和必要条件的定义判断即可.

【详解】

ΔABC 中，角 A、B 所对的边分别是 a、b，由大边对大角定理知“$a>b$”$\Rightarrow$“$A>B$”，

“$A>B$”$\Rightarrow$“$a>b$”.

因此，“$a>b$”是“$A>B$”的充分必要条件.

故选：D.

【点睛】

本题考查充分条件、必要条件的判断，考查三角形的性质等基础知识，考查逻辑推理能力，是基础题.

7、D

【解析】

运用辅助角公式，化简函数$f\left(x\right)$的解析式，由对称轴的方程，求得a的值，得出函数$f\left(x\right)$的解析式，集合正弦函数的最值，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，函数$f(x)=a\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{a^2+3}\sin(x+\theta)(\theta$为辅助角$)$，

由于函数的对称轴的方程为$x=\frac{5\pi}{6}$，且$f(\frac{5\pi}{6})=\frac{a}{2}+\frac{3}{2}$，

即$\left|\frac{a}{2}+\frac{3}{2}\right|=\sqrt{a^2+3}$，解得$a=1$，所以$f(x)=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$，

又由$f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$，所以函数必须取得最大值和最小值，

所以可设$x_1=2k_1\pi+\frac{5\pi}{6},k_1\in Z$，$x_2=2k_2\pi-\frac{\pi}{6},k_2\in Z$，

所以$\left|x_1+x_2\right|=2k_1\pi+2k_2\pi+\frac{2\pi}{3},k\in Z$，

当$k_1=k_2=0$时，$\left|x_1+x_2\right|$的最小值$\frac{2\pi}{3}$，故选 D.

【点睛】

本题主要考查了正弦函数的图象与性质，其中解答中利用三角恒等变换的公式，化简函数的解析式，合理利用正弦函数的对称性与最值是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，属于中档试题.

8、B

【解析】

由已知可得函数f（x）的周期与对称轴，函数F（x）$=f$（x）$+\frac{x+4}{1-2x}$在区间$[-9,10]$上零点的个数等价于函数f（x）与g（x）$=-\frac{x+4}{1-2x}$图象在$[-9,10]$上交点的个数，作出函数f（x）与g（x）的图象如图，数形结合即可得到答案.

【详解】

函数F（x）$=f$（x）$+\frac{x+4}{1-2x}$在区间$[-9,10]$上零点的个数等价于函数f（x）与g（x）$=-\frac{x+4}{1-2x}$图象在$[-9,10]$上交点的个数，

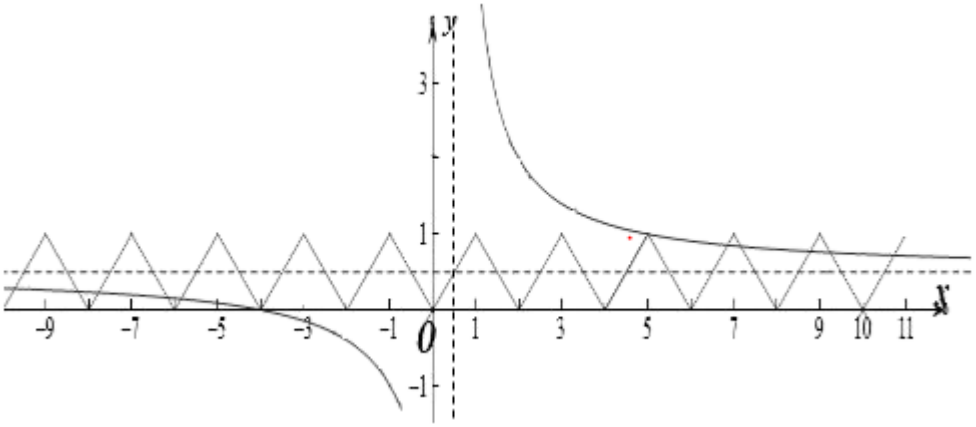
由f（x）$=f$（$2-x$），得函数f（x）图象关于$x=1$对称，

∵f（x）为偶函数，取$x=x+2$，可得f（$x+2$）$=f$（$-x$）$=f$（x），得函数周期为 2.

又∵当$x\in[0,1]$时，f（x）$=x$，且f（x）为偶函数，∴当$x\in[-1,0]$时，f（x）$=-x$，

$g(x)=-\frac{x+4}{1-2x}=\frac{x+4}{2x-1}=\frac{1}{2}+\frac{9}{4x-2}$，

作出函数$f(x)$与$g(x)$的图象如图：



由图可知，两函数图象共10个交点，

即函数$F(x)=f(x)+\frac{x+4}{1-2x}$在区间$[-9,10]$上零点的个数为10.

故选：*B*.

【点睛】

本题考查函数的零点与方程根的关系，考查数学转化思想方法与数形结合的解题思想方法，属于中档题.

9、B

【解析】

根据诱导公式化简$\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$再分析即可.

【详解】

因为$\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$,所以*q*成立可以推出*p*成立,但*p*成立得不到*q*成立,例如$\cos\frac{\pi}{3}=\cos\frac{5\pi}{3}$,而$\frac{\pi}{3}\neq\frac{5\pi}{3}$,所以*p*是*q*的必要而不充分条件.

故选：B

【点睛】

本题考查充分与必要条件的判定以及诱导公式的运用,属于基础题.

10、C

【解析】

由奇函数的性质可得$a=1$，进而可知$f(x)$在*R*上为增函数，转化条件得$x-3<9-x^2$，解一元二次不等式即可得解.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/966212120050010125