

双峰县 2024 年 3 月质量检测数学试卷

时量：120 分钟总分：120 分

一、选择题（每小题 3 分共 30 分）

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(x_1, 2)$ 和 $B(x_2, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 图象上，则下列关系式正确的是（ ）

A. $x_1 > x_2 > 0$

B. $x_2 > x_1 > 0$

C. $x_1 < x_2 < 0$

D. $x_2 < x_1 < 0$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查反比例函数，熟练掌握反比例函数的增减性是解题的关键。

根据反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 中， y 随 x 的增大而减小，点 $A(x_1, 2)$ 和 $B(x_2, 4)$ 中， $4 > 2$ ，得到 $x_1 > x_2 > 0$ 。

【详解】 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ，

$\therefore$ 反比例函数图象经过第一、三象限，在第一象限中，函数值 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 点 $A(x_1, 2)$ 和 $B(x_2, 4)$ 中， $4 > 2$ ，

$\therefore x_1 > x_2 > 0$ ，

故选：A。

2. 某玩具店销售某款玩具，单价为 20 元，为扩大销售，该玩具店连续两次对该款玩具进行降价促销，已知降价后的单价为 12.8 元，且两次降价的百分比均为 x ，则可列方程为（ ）

A. $12.8(1-x)^2 = 20$

B. $20(1-x)^2 = 12.8$

C. $20(1-x)^2 = 20 - 12.8$

D. $20(1-2x) = 12.8$

【答案】B

【解析】

【分析】根据降价后的单价为 12.8 元，且两次降价的百分比均为 x ，列方程即可。

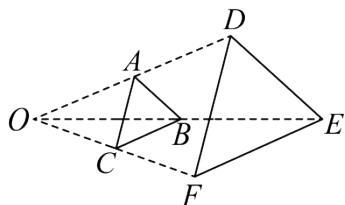
【详解】解： $\because$ 降价后的单价为 12.8 元，且两次降价的百分比均为 x ，

$\therefore$ 可列方程为： $20(1-x)^2 = 12.8$ ，

故选：B。

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，读懂题意并列出方程是解决本题的关键．若设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$ ．

3. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，点 O 为位似中心，已知 $OA:OD = 1:2$ ， $\triangle ABC$ 的周长为 3，则 $\triangle DEF$ 的周长为 ()



- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了位似图形的性质；根据题意求出位似比，然后根据位似图形的周长比等于位似比可得答案．

【详解】解： $\because OA:OD = 1:2$ 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的位似比为 $1:2$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为 $1:2$ ，

$\because \triangle ABC$ 的周长为 3，

$\therefore \triangle DEF$ 的周长为 6，

故选：B．

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，那么下列结论中错误的是 ()

A. $BC = \frac{AC}{\tan A}$

B. $BC = AB \cdot \sin A$

C. $AB = \frac{AC}{\cos A}$

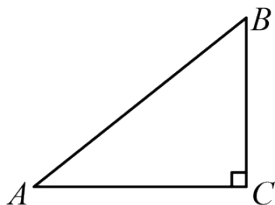
D. $AC = BC \cdot \tan B$

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查锐角三角函数的定义（锐角为自变量，以比值为函数值的函数），根据直角三角形中三角函数的求法得出答案．

【详解】解：如图：



A、 $\tan A = \frac{BC}{AC}$ ，则 $BC = AC \cdot \tan A$ ，故此选项结论错误，符合题意；

B、 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ，则 $BC = AB \cdot \sin A$ ，故此选项结论正确，不符合题意；

C、 $\cos A = \frac{AC}{AB}$ ，则 $AB = \frac{AC}{\cos A}$ ，故此选项结论正确，不符合题意；

D、 $\tan B = \frac{AC}{BC}$ ，则 $AC = BC \cdot \tan B$ ，故此选项结论正确，不符合题意。

故选：A.

5. 将抛物线 $y = (x-3)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到抛物线的解析式是 ()

A. $y = x^2$

B. $y = (x-6)^2 + 4$

C. $y = (x-6)^2$

D. $y = x^2 + 4$

【答案】A

【解析】

【分析】根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可．此题考查了二次函数图象的平移与几何变换，利用抛物线解析式的变化规律：左加右减，上加下减是解题关键．

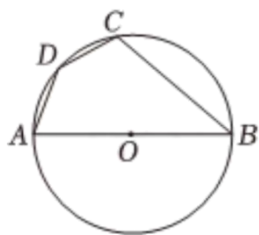
【详解】解：将抛物线 $y = (x-3)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位长度所得抛物线解析式为：

$$y = (x-3+3)^2 + 2, \text{ 即 } y = x^2 + 2;$$

$$\text{再向下平移 2 个单位为: } y = x^2 + 2 - 2, \text{ 即 } y = x^2,$$

故选：A.

6. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是直径， D 是弧 AC 的中点，若 $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle A$ 的大小为 ()



A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 80°

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查圆周角定理及在同圆或等圆中同弧或等弧所对圆心角相等，根据 $\angle B = 40^\circ$ 得到 $\angle AOC = 2\angle B = 80^\circ$ ，根据 D 是弧 AC 的中点得到 $\angle AOD = \angle DOC = \frac{1}{2}\angle AOC = 40^\circ$ ，结合等腰三角形内角和定理求解即可得到答案；

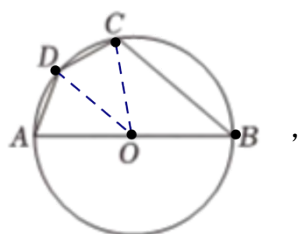
【详解】解： $\because \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AC}$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = 2\angle B = 80^\circ$ ，

$\because D$ 是弧 AC 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$ ，

$\therefore \angle AOD = \angle DOC = \frac{1}{2}\angle AOC = 40^\circ$ ，

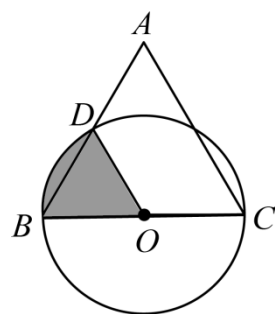


$\because OA = OD$ ，

$\therefore \angle A = \angle ADO = \frac{180^\circ - \angle AOD}{2} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ ，

故选：C.

7. 如图，已知等边三角形 ABC 的边长为 2，以边 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，则阴影部分的面积是 ()



A. π

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查了等边三角形的性质和判定，求扇形的面积，先证明 $\triangle BOD$

是等边三角形，再根据扇形面积公式求出答案即可．

【详解】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ .$$

$$\because OB = OD ,$$

$\therefore \triangle BOD$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ .$$

$$\because BC = 2 ,$$

$$\therefore BO = \frac{1}{2} BC = 1 ,$$

$$\therefore S_{\text{扇形}BOD} = \frac{60^\circ \pi \times 1^2}{360^\circ} = \frac{\pi}{6} .$$

故选：D．

8. 已知正六边形 $ABCDEF$ 的半径为 6，则这个正六边形的面积为（ ）

A. 54

B. $54\sqrt{3}$

C. 36

D. $36\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了圆内接正多边形，先证明 $\triangle ODE$ 是等边三角形，再求出 $S_{\triangle ODE}$ ，进而得出答案．

【详解】连接正六边形的中心 O 和两个顶点 D ， E ，得到 $\triangle ODE$ ．

$$\because \angle DOE = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ , \quad OD = OE ,$$

$\therefore \triangle ODE$ 是等边三角形，

$$\therefore OD = OE = DE = 6 .$$

作 $OH \perp DE$ ，交 DE 于点 H ．

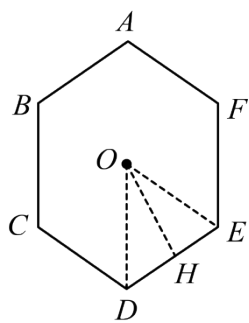
$$\text{在 Rt}\triangle DOH \text{ 中, } \sin 60^\circ = \frac{OH}{OD} ,$$

$$\therefore OH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} ,$$

$$\therefore S_{\triangle ODE} = \frac{1}{2} DE \cdot OH = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 6 = 9\sqrt{3} ,$$

$$\therefore \text{正六边形的面积为 } 6 \times 9\sqrt{3} = 54\sqrt{3} .$$

故选：B.



9. 书架上有 2 本数学书、1 本物理书，从中任取 1 本书是数学书的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了概率的计算，掌握概率 = 所求事件的结果数 ÷ 总的结果数是解题关键.

【详解】解：解：一共有 3 本书，从中任取本书共有 3 种结果，选中的书是数学书的结果有 2 种，

$\therefore$ 从中任取本书是数学书的概率 = $\frac{2}{3}$,

故选：D.

10. 关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 = 4$ 的两个根 x_1, x_2 满足 $x_1 = 2x_2 + 3$ ，且 $x_1 > x_2$ ，则 m 的值为 ()

- A. -3 B. 1 C. 3 D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查根与系数的关系，根据 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ 代入求解即可得到答案；

【详解】解： $\because$ 方程 $x^2 - 2mx + m^2 = 4$ 的两个根 x_1, x_2 ，

$$\therefore x_1 + x_2 = 2m, \quad x_1 x_2 = m^2 - 4,$$

$$\because x_1 = 2x_2 + 3,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 2m = 3x_2 + 3, \quad x_1 x_2 = 2x_2^2 + 3x_2 = m^2 - 4,$$

$$\therefore x_2 = \frac{2m-3}{3}, \quad x_1 = \frac{4m+3}{3},$$

$$\therefore 2 \times \left(\frac{2m-3}{3}\right)^2 + (2m-3) = m^2 - 4,$$

解得： $m_1 = 3$ ， $m_2 = -9$ ，

$\because x_1 > x_2$ ，

$$\frac{4m+3}{3} > \frac{2m-3}{3}，$$

解得： $m > -3$ ， 故 $m = 3$ ，

故选： C.

二、填空题（每小题 3 分， 共 18 分）

11. 若函数 $y = (a+1)x^2 - 2x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点， 则 a 为_____.

【答案】 0 或 -1

【解析】

【分析】 分类讨论， 当 $a+1=0$ 时， 原方程为一次函数， 与 x 轴有一个交点； 当 $a+1 \neq 0$ ， 判别式为 0.

【详解】 $\because$ 函数 $y = (a+1)x^2 - 2x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点

当 $b^2 - 4ac = 0$ ，

即 $(-2)^2 - 4 \times (a+1) \times 1 = 0$ ， 此时 $a = 0$ ；

当 $a+1=0$ ， 原函数为 $y = -2x + 1$ 与 x 轴有一个交点， 此时 $a = -1$.

故答案为： 0 或 -1.

【点睛】 根据函数图像与 x 轴有一个交点， 二次项含参数进行分类讨论.

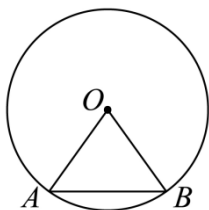
12. 在 $\odot O$ 中， 弦 $AB = 2\text{cm}$ ， 圆心角 $\angle AOB = 60^\circ$ ， 则 $\odot O$ 的直径为_____ cm.

【答案】 4

【解析】

【分析】 根据题意画出图形， 再由等边三角形的性质即可得出结论.

【详解】 如图所示，



$\because$ 在 $\odot O$ 中 $AB = 2\text{cm}$ ， 圆心角 $\angle AOB = 60^\circ$ ， $OA = OB$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，

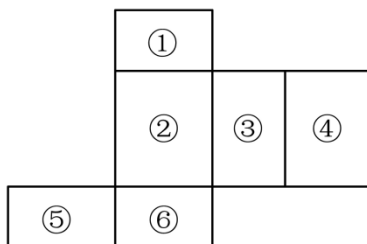
$\therefore OA = AB = 2\text{cm}$ ，

$\therefore \odot O$ 的直径 $= 2OA = 4\text{cm}$.

故答案为 4.

【点睛】考查圆心角、弧、弦的关系，等边三角形的判定与性质，比较基础，掌握等边三角形的判定方法是解题的关键.

13. 如图是一个多面体的表面展开图，每个面都标注了数字. 若多面体的底面是面③，则多面体的上面是面_____. (填数字序号)



【答案】⑤

【解析】

【分析】本题考查了长方体的表面展开图，根据底面与多面体的上面是相对面，则形状相等，间隔 1 个长方形，且没有公共顶点，即可求解.

【详解】解：依题意，多面体的底面是面③，则多面体的上面是面⑤，
故答案为：⑤.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(-1, m)$ ，则 m 的值为_____.

【答案】-2

【解析】

【分析】由题意易得 $k = 2$ ，然后再利用反比例函数的意义可进行求解问题.

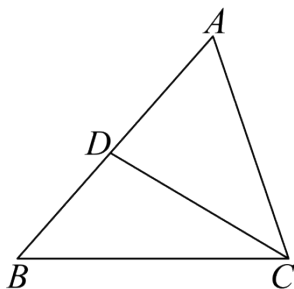
【详解】解：把点 $A(1, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 得： $k = 2$ ，

$\therefore -1 \times m = 2$ ，解得： $m = -2$ ，

故答案为-2.

【点睛】本题主要考查反比例函数的图象与性质，熟练掌握反比例函数的图象与性质是解题的关键.

15. 如图所示，要使得 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，需要补充的一个条件可以是_____ (只需要填写一个即可).



【答案】 $\angle B = \angle ACD$ 或 $\angle ACB = \angle ADC$ 或 $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了相似三角形的判定. 根据相似三角形的判定定理, 即可求解.

【详解】 解: $\because \angle A = \angle A$,

$\therefore$ 当 $\angle B = \angle ACD$ 或 $\angle ACB = \angle ADC$ 或 $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$ 时, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

故答案为: $\angle B = \angle ACD$ 或 $\angle ACB = \angle ADC$ 或 $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$

16. 已知 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\sin \alpha$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了三角函数的性质, 根据 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 变形计算即可.

【详解】 $\because \cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,

$\therefore \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$,

解得 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$,

故答案为: $\frac{4}{5}$.

17. 对于任意实数 a, b , 我们定义新运算 “ $*$ ”: $a*b = a^2 + 2ab - b^2$, 例如 $3*5 = 3^2 + 2 \times 3 \times 5 - 5^2 = 14$. 若 m, n 是方程 $(x+2)*3=0$ 的两根, 则 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 的值为_____.

【答案】 -8.6

【解析】

【分析】 根据新定义运算列出一元二次方程, 根据根与系数的关系求解即可.

【详解】 解: $\because a*b = a^2 + 2ab - b^2$,

$\therefore (x+2)*3 = (x+2)^2 + 6(x+2) - 9$

$\therefore (x+2)^2 + 6(x+2) - 9 = 0$

即 $x^2 + 10x + 7 = 0$

$\because m, n$ 是方程 $(x+2)*3=0$ 的两根,

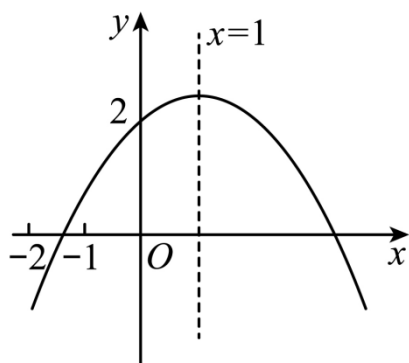
$\therefore mn = 7, m + n = -10$

$$\therefore \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{n^2 + m^2}{m+n} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{m+n} = \frac{100-14}{-10} = -8.6$$

故答案为：-8.6

【点睛】本题考查了新定义运算，一元二次方程根与系数的关系，根据题意列出一元二次方程是解题的关键.

18. 如图所示，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象的对称轴是直线 $x=1$ ，且经过点 $(0, 2)$. 有下列结论：① $abc > 0$ ；② $b^2 - 4ac > 0$ ；③ $a + b \geq m(am + b)$ (m 为常数)；④ $a < -\frac{1}{4}$ ；⑤ $x = -5$ 和 $x = 7$ 时函数值相等；⑥ 若 $(2, y_1)$, $(\frac{1}{2}, y_2)$, $(-2, y_3)$ 在该函数图象上，则 $y_3 < y_2 < y_1$ ；⑦ $15a + c < 0$. 其中错误的结论是_____ (填序号).



【答案】①⑥

【解析】

【分析】①由抛物线开口可得 $a < 0$ ，对称轴是直线 $x=1$ 可得 $-\frac{b}{2a} = 1$ ，可得 $b > 0$ ，经过点 $(0, 2)$ ，可得 $c=2$ ，即可得出 $abc < 0$ ；

②根据抛物线与 x 轴有两个交点，即可得到 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ；

③当 $x=1$ 时，函数取得最大值 $a + b + 2$ ，所以当 $x=m$ 时， $a + b + 2 \geq am^2 + bm + 2$ ，化简即可得到 $a + b \geq m(am + b)$ (m 为常数)；

④当 $x = -2$ 时， $y < 0$ ，将 $b = -2a$ ， $c=2$ 代入，即可算出 $a < -\frac{1}{4}$ ；

⑤ $x = -5$ 和 $x = 7$ 离 $x=1$ 距离相同，因此函数值相等；

⑥离对称轴 $x=1$ 越近，函数值越大，即可得出 $y_3 < y_1 < y_2$ ；

⑦当 $x = -3$ 时， $y < 0$ ，将 $b = -2a$ 代入，即可得出 $15a + c < 0$.

【详解】解： $\because$ 抛物线开口向下，

$\therefore a < 0$,

∵ 抛物线对称轴是直线 $x=1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a}=1, \text{ 即 } b=-2a,$$

$$\therefore b>0,$$

∵ 经过点 $(0, 2)$

$$\therefore c=2,$$

∴ $abc<0$, 故①错误;

∵ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore \Delta=b^2-4ac>0, \text{ 故②正确};$$

∵ 当 $x=1$ 时, 函数取得最大值, 最大值为 $a+b+2$,

$$\therefore \text{当 } x=m \text{ 时, } a+b+2 \geq am^2+bm+2,$$

$$\therefore a+b \geq m(am+b), \text{ 故③正确};$$

∵ 当 $x=-2$ 时, $y<0$,

$$\therefore 4a-2b+c<0,$$

$$\text{又} \because b=-2a, \quad c=2,$$

$$\therefore 4a+4a+2<0,$$

$$\therefore a<-\frac{1}{4}, \text{ 故④正确};$$

∵ 抛物线的对称轴是直线 $x=1$,

∴ $x=-5$ 和 $x=7$ 时函数值相等, 故⑤正确;

∵ 抛物线的对称轴是直线 $x=1$, 且开口向下,

∴ 离对称轴 $x=1$ 越近, 函数值越大,

$$\therefore y_3<y_1<y_2, \text{ 故⑥错误};$$

当 $x=-3$ 时, $y<0$,

$$\therefore 9a-3b+c<0,$$

$$\therefore 9a-3 \times (-2a)+c=15a+c<0, \text{ 故⑦正确};$$

故答案为: ①⑥.

【点睛】本题考查了二次函数的图象与系数的关系, 熟练掌握二次函数的图象和性质是本题的关键.

三、解答题 (每小题 6 分, 共 12 分)

19. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 - n = 0$ 有两个不相等的实数根，求 n 的取值范围.

【答案】 $n > 0$

【解析】

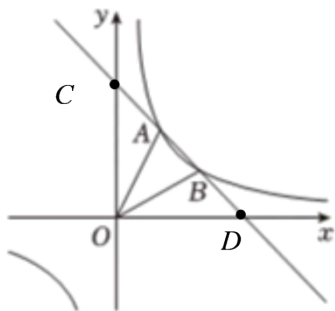
【分析】 本题考查一元二次方程根与判别式的关系，根据一元二次方程有两个不相等的实数根判别式大于 0 列式求解即可得到答案；

【详解】 解： $\because$ 方程 $x^2 - 2mx + m^2 - n = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore (-2m)^2 - 4 \times 1 \times (m^2 - n) > 0,$$

解得： $n > 0$.

20. 如图直线 $y = -x + m$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 A, B 两点，点 A 的坐标为 $(1, 2)$.



(1) 求一次函数和反比例函数的表达式；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】 (1) $y = -x + 3$, $y = \frac{2}{x}$;

(2) $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查待定系数法求反比例函数与一次函数的解析式，一次函数与反比例函数综合面积问题：

(1) 将点代入两个函数求解即可得到答案；

(2) 求出一函数与 x 轴的交点坐标及 B 点坐标，根据 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle OCD} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle DOB}$ 求解即可得到答案

【小问 1 详解】

解： $\because$ 直线 $y = -x + m$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $(1, 2)$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/968011073143006055>