2025年广东省茂名市五校联考高三下-第三次统考（期中）数学试题试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．甲、乙、丙、丁四位同学高考之后计划去A、B、C三个不同社区进行帮扶活动，每人只能去一个社区，每个社区至少一人.其中甲必须去A社区，乙不去B社区，则不同的安排方法种数为（　　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

2.已知$\vee ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$A=60^\circ$，$b=3$，AD为BC边上的中线，若$AD=\dfrac{7}{2}$，则$\vee ABC$的面积为（　　）

A．$\dfrac{25\sqrt{3}}{4}$　　B．$\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$　　C．$\dfrac{15}{4}$　　D．$\dfrac{35\sqrt{3}}{4}$

3．已知集合$M=\left\{(x,y)\,|\,x+y<4,x、y\in N^*\right\}$，则集合$M$的非空子集个数是（　　）

A．2　　B．3　　C．7　　D．8

4．用电脑每次可以从区间$(0,3)$内自动生成一个实数，且每次生成每个实数都是等可能性的.若用该电脑连续生成3个实数，则这3个实数都小于1的概率为（　　）

A．$\dfrac{4}{27}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{27}$　　D．$\dfrac{1}{9}$

5．已知四棱锥$S-ABCD$中，四边形$ABCD$为等腰梯形，$AD//BC$，$\angle BAD=120^\circ$，ΔSAD是等边三角形，且$SA=AB=2\sqrt{3}$；若点P在四棱锥$S-ABCD$的外接球面上运动，记点P到平面$ABCD$的距离为d，若平面$SAD\perp$平面$ABCD$，则d的最大值为（　　）

A．$\sqrt{13}+1$　　B．$\sqrt{13}+2$

C．$\sqrt{15}+1$　　D．$\sqrt{15}+2$

6．在钝角$\vee ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，B为钝角，若$a\cos A=b\sin A$，则$\sin A+\sin C$的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\dfrac{9}{8}$　　C．1　　D．$\dfrac{7}{8}$

7．已知$y=f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=x+\dfrac{2}{x}-3$．若$x\le 0$，则$f(x)\le 0$的解集是（　　）

A．$[-2,-1]$　　B．$(-\infty,-2]\cup[-1,0]$

C．$(-\infty,-2]\cup[-1,0)$　　D．$(-\infty,-2)\cup(-1,0]$

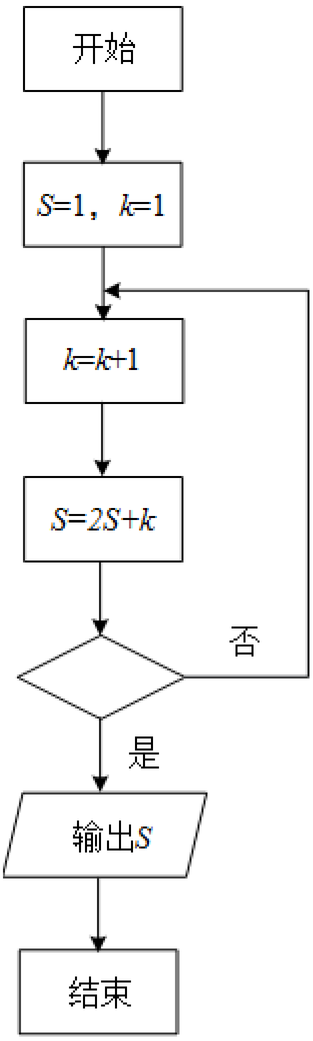
8．ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a+2c=2b\cos A$，则角 B 的大小为（　　）

A．$\dfrac{2\pi}{3}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{6}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

9．设 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 是非零向量.若 $\left|\vec{a}\cdot\vec{c}\right|=\left|\vec{b}\cdot\vec{c}\right|=\dfrac{1}{2}\left|(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}\right|$，则（ ）

A．$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=0$　　B．$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$　　C．$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=0$　　D．$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0$

10．某程序框图如图所示，若输出的 $S=120$，则判断框内为（　　）



A．$k>7$?　　B．$k>6$?　　C．$k>5$?　　D．$k>4$?

11．在函数：①$y=\cos|2x|$；②$y=|\cos x|$；③$y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$；④$y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$中，最小正周期为 π 的所有函数为（　　）

A．①②③　　B．①③④　　C．②④　　D．①③

12．在平面直角坐标系 xOy 中，锐角 θ 顶点在坐标原点，始边为 x 轴正半轴，终边与单位圆交于点 $P\left(\frac{\sqrt{5}}{5},m\right)$，则 $\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

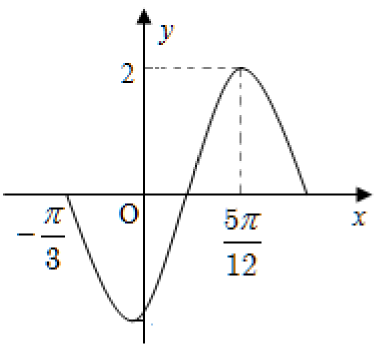
A．$\frac{\sqrt{2}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C．$\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　D．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．函数 $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sin x$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值和最大值分别是____________.

14．$\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中，x^3 项的系数是__________.

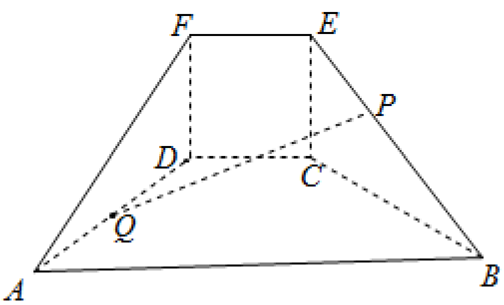
15．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(0\right)$ 的值为___________.



16．正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=4$，$AA_1=2\sqrt{3}$.若 M 是侧面 BCC_1B_1 内的动点，且 $AM\perp MC$，则 A_1M 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的最大值为___________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知在多面体 $ABCDEF$ 中，平面 $CDFE\perp$ 平面 $ABCD$，且四边形 $ECDF$ 为正方形，且 $DC//AB$，$AB=3DC=6$，$AD=BC=5$，点 P，Q 分别是 BE，AD 的中点.



（1）求证：$PQ//$平面$FECD$；

（2）求平面AEF与平面PCD所成的锐二面角的余弦值.

18.（12分）已知曲线M的参数方程为$\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}\cos\alpha \\ y=\dfrac{1}{2}\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$N$的极坐标方程为$\rho=\dfrac{2}{2-\sin 2\theta}$.

（1）写出曲线M的极坐标方程；

（2）点A是曲线N上的一点，试判断点A与曲线M的位置关系.

19.（12分）若函数$f(x)$在x_0处有极值，且$f(x_0)=x_0$，则称x_0为函数$f(x)$的"***F*** 点".

（1）设函数$f(x)=kx^2-2\ln x$（$k\in\mathbf{R}$）.

①当$k=1$时，求函数$f(x)$的极值；

②若函数$f(x)$存在"***F*** 点"，求 ***k*** 的值；

（2）已知函数$g(x)=ax^3+bx^2+cx$（$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，$c\in\mathbf{R}$，$a\neq 0$）存在两个不相等的***F*** 点"$x_1$，$x_2$，且$|g(x_1)-g(x_2)|\geq 1$，求 ***a*** 的取值范围.

20.（12分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F_2$，过$F_2$作$x$轴的垂线交椭圆$E$于点$A$（点$A$在$x$轴上方），斜率为$k(k<0)$的直线交椭圆$E$于$A,B$两点，过点$A$作直线$AC$交椭圆$E$于点$C$，且$AB\perp AC$，直线$AC$交$y$轴于点$D$.

（1）设椭圆E的离心率为e，当点B为椭圆E的右顶点时，D的坐标为$\left(0,\dfrac{b^2}{a}-\dfrac{1}{3}a\right)$，求$e$的值.

（2）若椭圆E的方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，且$k<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，是否存在k使得$\sqrt{2}|AB|=|AC|$成立？如果存在，求出k的值；如果不存在，请说明理由.

21.（12分）在平面直角坐标系xOy中，曲线$C_1:\begin{cases} x=2\cos\alpha, \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程为$\rho=-2\sin\theta$.

（1）求曲线C_1的普通方程和曲线C_2的普通方程；

（2）若 P，Q 分别为曲线 C_1，C_2 上的动点，求 $|PQ|$ 的最大值.

22.（10 分）已知如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=30^\circ$，$\angle ABC=90^\circ$，D 为 AC 中点，$AE\perp BD$ 于 E，延长 AE 交 BC 于 F，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，如图 2 所示。

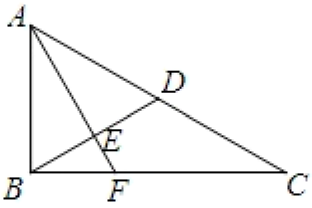


图 1

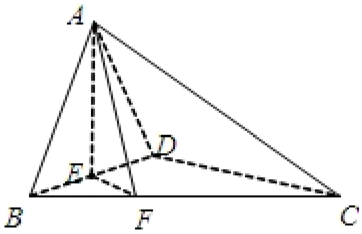


图 2

（Ⅰ）求证：$AE\perp$ 平面 BCD；

（Ⅱ）求二面角 A-DC-B 的余弦值；

（Ⅲ）求三棱锥 B-AEF 与四棱锥 A-$FEDC$ 的体积的比（只需写出结果，不要求过程）.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．B

【解析】

根据题意满足条件的安排为：A（甲，乙）B（丙）C（丁）；A（甲，乙）B（丁）C（丙）；A（甲，丙）B（丁）C（乙）； A（甲，丁）B（丙）C（乙）； A（甲）B（丙，丁）C（乙）；A（甲）B（丁）C（乙，丙）；A（甲）B（丙）C（丁，乙）；共 7 种，选 B.

2．B

【解析】

延长 AD 到 E，使 $AD=DE$，连接 BE,CE，则四边形 $ABEC$ 为平行四边形，根据余弦定理可求出 $AB=5$，进而可得$\vee ABC$ 的面积.

【详解】

解：延长 AD 到 E，使 $AD=DE$，连接 BE,CE，则四边形 $ABEC$ 为平行四边形，

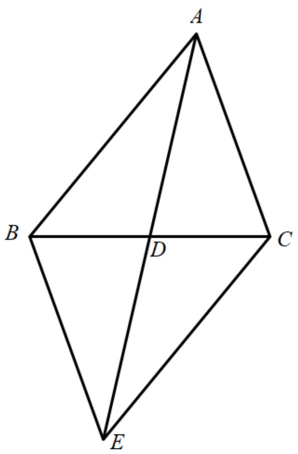
则 $BE=AC=3$，$\angle ABE=180^{\circ}-60^{\circ}=120^{\circ}$，$AE=2AD=7$，

在$\triangle ABE$ 中，$AE^2=AB^2+BE^2-2AB\cdot BE\cos\angle ABE$

则 $7^2=AB^2+3^2-2\times AB\times 3\times\cos 120^{\circ}$，得 $AB=5$，

$S_{\vee ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin 60^{\circ}=\dfrac{1}{2}\times 5\times 3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$.

故选：B.



本题考查余弦定理的应用，考查三角形面积公式的应用，其中根据中线作出平行四边形是关键，是中档题.

3．C

【解析】

先确定集合M中元素，可得非空子集个数.

【详解】

由题意$M=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$，共3个元素，其子集个数为$2^3=8$，非空子集有7个.

故选：C.

本题考查集合的概念，考查子集的概念，含有n个元素的集合其子集个数为2^n，非空子集有2^n-1个.

4．C

【解析】

由几何概型的概率计算，知每次生成一个实数小于1的概率为$\frac{1}{3}$，结合独立事件发生的概率计算即可.

【详解】

∵每次生成一个实数小于1的概率为$\frac{1}{3}$.∴这3个实数都小于1的概率为$\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$.

故选：C.

本题考查独立事件同时发生的概率，考查学生基本的计算能力，是一道容易题.

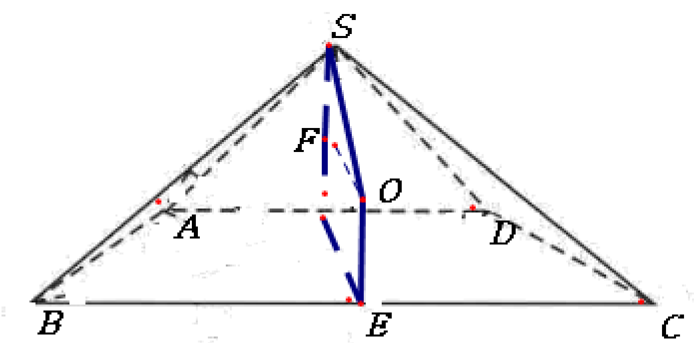
5．A

【解析】

根据平面$SAD\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$为等腰梯形，则球心在过BC的中点E的面的垂线上，又ΔSAD是等边三角形，所以球心也在过ΔSAD的外心F面的垂线上，从而找到球心，再根据已知量求解即可.

【详解】

依题意如图所示：



取BC的中点E，则E是等腰梯形$ABCD$外接圆的圆心，

取F是ΔSAD的外心，作$OE\perp$平面$ABCD,OF\perp$平面SAB，

则O是四棱锥$S-ABCD$的外接球球心，且$OF=3,SF=2$，

设四棱锥$S-ABCD$的外接球半径为R，则$R^2=SF^2+OF^2=13$，而$OE=1$，

所以$d_{\max}=R+OE=\sqrt{13}+1$，

故选：A.

本题考查组合体、球，还考查空间想象能力以及数形结合的思想，属于难题.

6．B

【解析】

首先由正弦定理将边化角可得$\cos A=\sin B$，即可得到$A=B-\dfrac{\pi}{2}$，再求出$B\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right)$，最后根据

$\sin A+\sin C=\sin\left(B-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\dfrac{\pi}{2}\right)-B\right]$求出$\sin A+\sin C$的最大值；

【详解】

解：因为$a\cos A=b\sin A$，

所以$\sin A\cos A=\sin B\sin A$

因为$\sin A\neq 0$

所以$\cos A=\sin B$

$\because B>\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore A=B-\dfrac{\pi}{2}$

$\because\begin{cases}0<A<\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<C<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，即$\begin{cases}0<B-\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<\pi-\left(B-\dfrac{\pi}{2}\right)<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，$\therefore B\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right)$，$\therefore\cos B\in\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

$\therefore\sin A+\sin C=\sin\left(B-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\dfrac{\pi}{2}\right)-B\right]$

$=-\cos B-\cos 2B$

$=-2\cos^2 B-\cos B+1$

$=-2\left(\cos B+\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{9}{8}$

$\therefore \cos B=-\frac{1}{4}\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$时$\left(\sin A+\sin C\right)_{\max}=\frac{9}{8}$

故选：B

本题考查正弦定理的应用，余弦函数的性质的应用，属于中档题.

7．B

【解析】

利用函数奇偶性可求得$f\left(x\right)$在$x<0$时的解析式和$f\left(0\right)$，进而构造出不等式求得结果.

【详解】

$\because f\left(x\right)$为定义在R上的奇函数，$\therefore f\left(0\right)=0$.

当$x<0$时，$-x>0$，$\therefore f\left(-x\right)=-x-\frac{2}{x}-3$，

$\because f\left(x\right)$为奇函数，$\therefore f\left(x\right)=-f\left(-x\right)=x+\frac{2}{x}+3\left(x<0\right)$，

由$\begin{cases}x<0\\ x+\frac{2}{x}+3\le 0\end{cases}$得：$x\leqslant -2$或$-1\le x<0$；

综上所述：若$x\le 0$，则$f\left(x\right)\le 0$的解集为$\left(-\infty,-2\right]\cup\left[-1,0\right]$.

故选：B.

本题考查函数奇偶性的应用，涉及到利用函数奇偶性求解对称区间的解析式；易错点是忽略奇函数在$x=0$处有意义时，$f\left(0\right)=0$的情况.

8．A

【解析】

先利用正弦定理将边统一化为角，然后利用三角函数公式化简，可求出解B.

【详解】

由正弦定理可得$\sin A+2\sin C=2\sin B\cos A$，即$\sin A+2\sin(A+B)=2\sin B\cos A$，即有$\sin A(1+2\cos B)=0$，

因为$\sin A>0$，则$\cos B=-\frac{1}{2}$，而$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{2\pi}{3}$.

故选：A

此题考查了正弦定理和三角函数的恒等变形，属于基础题.

9．D

【解析】

试题分析：由题意得：若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则 $(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0$；若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=-\vec{b}\cdot\vec{c}$，则由 $\left|\vec{a}\cdot\vec{c}\right|=\left|\vec{b}\cdot\vec{c}\right|=\frac{1}{2}\left|(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}\right|$ 可知，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=0$，故 $(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0$ 也成立，故选 D.

考点：平面向量数量积.

【思路点睛】几何图形中向量的数量积问题是近几年高考的又一热点，作为一类既能考查向量的线性运算、坐标运算、数量积及平面几何知识，又能考查学生的数形结合能力及转化与化归能力的问题，实有其合理之处.解决此类问题的常用方法是：①利用已知条件，结合平面几何知识及向量数量积的基本概念直接求解(较易)；②将条件通过向量的线性运算进行转化，再利用①求解(较难)；③建系，借助向量的坐标运算，此法对解含垂直关系的问题往往有很好效果.

10．C

【解析】

程序在运行过程中各变量值变化如下表：

	K	S	是否继续循环
循环前	1	1	
第一圈	2	4	是
第二圈	3	11	是
第三圈	4	26	是
第四圈	5	57	是
第五圈	6	120	否

故退出循环的条件应为 k>5?

本题选择 C 选项.

点睛：使用循环结构寻数时，要明确数字的结构特征，决定循环的终止条件与数的结构特征的关系及循环次数．尤其是统计数时，注意要统计的数的出现次数与循环次数的区别．

11．A

【解析】

逐一考查所给的函数：

$y=\cos\left|2x\right|=\cos 2x$ ，该函数为偶函数，周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ ；

将函数 $y=\cos x$ 图象 x 轴下方的图象向上翻折即可得到 $y=\left|\cos x\right|$ 的图象，该函数的周期为 $\frac{1}{2}\times 2\pi=\pi$ ；