2023-2024学年度第二学期北京市部分区一模数学分类汇编

《三角函数与解三角形》

一、三角函数

1.（2024·北京海淀·一模）在平面直角坐标系xOy中，角α以Ox为始边，终边在第三象限.则（　）

A．$\sin\alpha-\cos\alpha\le\tan\alpha$　　B．$\sin\alpha-\cos\alpha\ge\tan\alpha$

C．$\sin\alpha\cdot\cos\alpha<\tan\alpha$　　D．$\sin\alpha\cdot\cos\alpha>\tan\alpha$

2.（2024·北京房山·一模）已知角α的终边经过点$(3,4)$，把角α的终边绕原点O逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$得到角β的终边，则$\sin\beta=$（　）

A．$-\frac{4}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$\frac{3}{5}$

3.（2024·北京延庆·一模）“$\sin2\theta>0$”是“θ为第一或第三象限角”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4.（2024·北京东城·一模）已知函数$f(x)=t\sin\omega x+\cos\omega x(\omega>0,t>0)$的最小正周期为$\pi$，最大值为$\sqrt{2}$，则函数$f(x)$的图象（　）

A．关于直线$x=-\frac{\pi}{4}$对称　　B．关于点$\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$对称

C．关于直线$x=\frac{\pi}{8}$对称　　D．关于点$\left(\frac{\pi}{8},0\right)$对称

5.（2024·北京西城·一模）关于函数$f(x)=\sin x+\cos2x$，给出下列三个命题：

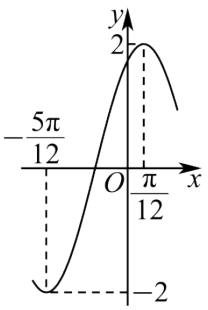
①$f(x)$是周期函数；　　②曲线$y=f(x)$关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称；

③$f(x)$在区间$[0,2\pi)$上恰有3个零点.

其中真命题的个数为（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

6.（2024·北京石景山·一模）已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则$f(-\pi)$的值是（　）



A．$\sqrt{3}$　　B．1　　C．-1　　D．$-\sqrt{3}$

7.（2024·北京丰台·一模）已知函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，则$\alpha=\frac{\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$”是$f(x+\alpha)$是偶函数，且$f(x-\alpha)$是奇函数”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．（2024·北京东城·一模）已知角α,β的终边关于直线$y=x$对称，且$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{2}$，则$\alpha,\beta$的一组取值可以是$\alpha=$_____，$\beta=$_____.

9．（2024·北京海淀·一模）已知函数$f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 2x$，则$f\left(\frac{5}{4}\pi\right)=$_____；函数$f(x)$的图象的一个对称中心的坐标为_____.

10．（2024·北京西城·一模）已知$\alpha,\beta\in(0,\pi)$．使$\tan(\alpha+\beta)<\tan(\alpha-\beta)$成立的一组$\alpha,\beta$的值为$\alpha=$_____；$\beta=$_____.

11．（2024·北京门头沟·一模）若函数$f(x)=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+A\cos x(A>0)$的最大值为$\sqrt{2}$，则$A=$_____，$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=$_____.

12．（2024·北京平谷·零模）设$\omega\in\mathrm{R}$，$\varphi\in[0,2\pi)$．若对任意的实数x都有$3\sin(2x-\frac{\pi}{6})=-3\sin(\omega x+\varphi)$，则满足条件的$\varphi$所有可能的取值为_____.

13．（2024·北京朝阳·一模）已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为$\pi$.

(1)若$A=1$，$f(0)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求φ的值；

(2)从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知，确定$f(x)$的解析式，并求函数$h(x)=f(x)-2\cos 2x$的单调递增区间.

条件①：$f(x)$的最大值为2；

条件②：$f(x)$的图象关于点$\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$中心对称；

条件③：$f(x)$的图象经过点$\left(\frac{\pi}{12},\sqrt{3}\right)$.

注：如果选择多组条件分别解答，按第一个解答计分.

14．（2024·北京延庆·一模）已知函数 $f(x)=2\sin x\cos x-2a\sin^2 x+a\ (a>0)$，$f(x)$ 的最大值为 2．

(1)求 a 的值；

(2)将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位得到 $g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 的单调增区间．

15．（2024·北京平谷·模拟预测）已知函数 $f\left(x\right)=\sin 2x\cos\varphi-\cos 2x\sin\varphi$，其中 $|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知条件，使 $f\left(x\right)$ 存在，并完成下列两个问题．

(1)求 φ 的值；

(2)若 $m>0$，函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,m\right]$ 上最小值为 $-\dfrac{1}{2}$，求实数 m 的取值范围．

条件①：对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f\left(x\right)\le f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ 成立；

条件②：$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{1}{2}$；

条件③：$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)-f\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=2$．

16．（2024·北京丰台·一模）已知函数$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\sin^2\omega x+\frac{1}{2}(\omega>0)$.

(1)若$\omega=2$，求$f\left(\frac{\pi}{6}\right)$的值；

(2)若$f\left(x\right)$在区间$\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$上单调递减，$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=0$，求$\omega$的值.

17．（2024·北京门头沟·一模）设函数$f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，已知$\forall x\in\mathbf{R}$，$f\left(x\right)\le f\left(\frac{\pi}{12}\right)$，$f\left(x\right)$在区间$\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$上单调，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使函数$f\left(x\right)$存在.

(1)求ω,φ的值；

(2)当$x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$时，若曲线$y=f\left(x\right)$与直线$y=m$恰有一个公共点， 求$m$的取值范围.

条件①：$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$为函数$y=f\left(x\right)$的图象的一个对称中心；

条件②：直线$x=\frac{7\pi}{12}$为函数$y=f\left(x\right)$的图象的一条对称轴；

条件③：函数$f\left(x\right)$的图象可由$y=\sin2x$的图象平移得到.

注：如果选择的条件不符合要求，得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

二、解三角形

18．（2024·北京平谷·零模）若$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{4}\left(b^2+c^2-a^2\right)$，且$\angle C$为钝角，则$\angle A=$_____；$\frac{c}{b}$的取值范围是_____.

19．（2024·北京延庆·一模）$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\angle B=60^{\circ}$，$\sin A=3\sin C$，$b=\sqrt{7}$，则$c=$_____，$\triangle ABC$的面积为_____.

20．（2024·北京门头沟·一模）在$\triangle ABC$中，$\angle A=120^{\circ}$，$a=\sqrt{19}$，$b-c=1$，则$\triangle ABC$的面积为（　）

A．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$

C．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　D．$\frac{3}{4}$

21．（2024·北京海淀·一模）在$\triangle ABC$中，$b\sin C+\sqrt{3}c\cos B=2c$.

(1)求$\angle B$；

(2)若$a=2\sqrt{3},b+c=4$，求$\triangle ABC$的面积.

22．（2024·北京西城·一模）在$\triangle ABC$中，$a\tan B=2b\sin A$．

(1)求$\angle B$的大小；

(2)若$a=8$，再从下列三个条件中选择一个作为已知，使$\triangle ABC$存在，求$\triangle ABC$的面积．

条件①：BC边上中线的长为$\sqrt{21}$；

条件②：$\cos A=-\frac{2}{3}$；

条件③：$b=7$．

注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

23．（2024·北京东城·一模）在$\triangle ABC$中，$a\cos C+c\cos A=\frac{2\sqrt{3}}{3}b\cos B$．

(1)求$\angle B$；

(2)若$a=12$，D为BC边的中点，且$AD=3$，求b的值．

24．（2024·北京石景山·一模）在锐角$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$2b\sin A-\sqrt{3}a=0$．

(1)求角B的大小；

(2)求$\cos A+\cos C$的取值范围．

25．（2024·北京房山·一模）在$\triangle ABC$中，$\cos 2A=-\frac{1}{2},a=7$，且$a<c$．

(1)求$\angle A$的大小；

(2)再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使$\triangle ABC$存在且唯一确定，求$\triangle ABC$的面积．

条件①：$c=8$，$\angle C$为锐角；

条件②：$\cos^2 C=\frac{1}{49}$；

条件③：$\sin B=\frac{3\sqrt{3}}{14}$．

注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得0分；如果选择多个符合要求的条件分别作答，按第一个解答计分．

参考答案：

1．C

【详解】由题意可得$\sin\alpha<0$、$\cos\alpha<0$，$\tan\alpha>0$，

对 A：当$\sin\alpha\to0^-$时，$\cos\alpha\to-1$，则$\sin\alpha-\cos\alpha\to1$，$\tan\alpha\to0$，

此时$\sin\alpha-\cos\alpha>\tan\alpha$，故 A 错误；

对 B：当$\alpha=\dfrac{5\pi}{4}$时，$\sin\alpha-\cos\alpha=\sin\dfrac{5\pi}{4}-\cos\dfrac{5\pi}{4}=0<\tan\dfrac{5\pi}{4}=1$，故 B 错误；

对 C、D：$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\cos^2\alpha\cdot\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\cos^2\alpha\cdot\tan\alpha$，由$-1<\cos\alpha<0$，

故$\cos^2\alpha\in(0,1)$，则$\cos^2\alpha\cdot\tan\alpha<\tan\alpha$，即$\sin\alpha\cdot\cos\alpha<\tan\alpha$，

故 C 正确，D 错误.

故选：C.

2．D

【详解】因为角α的终边经过点$(3,4)$，

所以$\cos\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{3}{5}$，

因为把角α的终边绕原点O逆时针旋转$\dfrac{\pi}{2}$得到角β的终边，

所以$\beta=\alpha+\dfrac{\pi}{2}$，

所以$\sin\beta=\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$.

故选：D.

3．C

【详解】因为$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta>0\Leftrightarrow\begin{cases}\sin\theta>0\\\cos\theta>0\end{cases}$或$\begin{cases}\sin\theta<0\\\cos\theta<0\end{cases}$，

所以“$\sin2\theta>0$”是“θ为第一或第三象限角”的充分必要条件.

故选：C.

4．C

【详解】$f(x)=t\sin\omega x+\cos\omega x=\sqrt{t^2+1}\sin(\omega x+\varphi)$，其中$\tan\varphi=\dfrac{1}{t}$，

因为函数的最小正周期为π，

所以$\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$，解得$\omega=2$，

因为函数的最大值为$\sqrt{2}$，

所以$\sqrt{t^2+1}=\sqrt{2}$，解得$t=1$（$t=-1$舍去），

所以$f\left(x\right)=\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，

因为$f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$，

所以函数图象不关于直线$x=-\dfrac{\pi}{4}$对称，也不关于点$\left(-\dfrac{\pi}{4},0\right)$对称，故 AB 错误；

因为$f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{2}=\sqrt{2}$，

所以函数图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{8}$对称，不关于点$\left(\dfrac{\pi}{8},0\right)$对称，故 C 正确，D 错误.

故选：C.

5．D

【详解】对于①，因为$f\left(x\right)=\sin x+\cos 2x$，所以

$f\left(x+2\pi\right)=\sin(x+2\pi)+\cos2(x+2\pi)=\sin x+\cos2x=f(x)$，故$T=2\pi$，所以选项①正确，

对于②，因为$f(\pi-x)=\sin(\pi-x)+\cos2(\pi-x)=\sin x+\cos2x=f(x)$，

由对称轴的定义知，$x=\dfrac{\pi}{2}$为函数$f(x)$的一条对称轴，所以选项②正确，

对于③，因为$f\left(x\right)=\sin x+\cos2x=-2\sin^2x+\sin x+1$，令$f(x)=0$，得到$-2\sin^2x+\sin x+1=0$，

解得$\sin x=-\dfrac{1}{2}$或$\sin x=1$，又$x\in\left[0,2\pi\right)$，由$\sin x=-\dfrac{1}{2}$，得到$x=\dfrac{7\pi}{6}$或$x=\dfrac{11\pi}{6}$，

由$\sin x=1$，得到$x=\dfrac{\pi}{2}$，所以选项③正确，

故选：D.

6．A

【详解】由图象可知$\dfrac{\pi}{12}-\left(-\dfrac{5\pi}{12}\right)=\dfrac{1}{2}T$，解得$T=\pi$，因为$\omega>0$，所以$\omega=\dfrac{2\pi}{T}$，解得$\omega=2$，

将$\left(\dfrac{\pi}{12},2\right)$代入解析式化简得$\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\varphi\right)=1$，因为$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，则$\dfrac{\pi}{6}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}$，得$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，

故$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，所以$f\left(-\pi\right)=2\sin\left(-2\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sin\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$.

故选：A

7．A

【详解】因为$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，则$f\left(x+\alpha\right)=\sin\left(2x+2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$，

$f\left(x-\alpha\right)=\sin\left(2x-2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/968060064072006057