

数学（文）试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页。共 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题的答案标号涂黑。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{x | x + 2 > 0\}$ ，集合 $A = \{x | x \geq 1\}$ ，则 $\complement_U A =$ ()

- A. $(-2, 1)$ B. $(-2, 1]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 1)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据补集的定义计算可得。

【详解】因为 $U = \{x | x + 2 > 0\} = \{x | x > -2\}$ ， $A = \{x | x \geq 1\}$ ，

所以 $\complement_U A = (-2, 1)$ 。

故选：A

2. 若复数 $z = \frac{a-i}{1+i}$ 为纯虚数，则实数 a 的值为 ()

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

【答案】B

【解析】

【分析】

对得复数进行除法运算，再利用纯虚数的概念，求得 a 的值。

【详解】因为 $z = \frac{a-i}{1+i} = \frac{(a-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{(a-1)-(a+1)i}{2}$,

所以 $a-1=0 \Rightarrow a=1$.

故选：B.

【点睛】本题考查复数的运算及纯虚数的概念，考查基本运算求解能力，属于基础题.

3. $\triangle ABC$ 中，“ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】由正弦定理，大角对大边，大边对大角等证明出充分性和必要性均成立，从而求出答案.

【详解】因为 $A > B$ ，由大角对大边可得 $a > b$ ，

由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，且 $A, B \in (0, \pi)$ ，

所以 $\sin A > 0, \sin B > 0$ ，故 $\sin A > \sin B$ ，充分性成立，

同理当 $\sin A > \sin B$ 时， $A, B \in (0, \pi)$ ， $\sin A > 0, \sin B > 0$ ，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 可得 $a > b$ ，

由大边对大角可得 $A > B$ ，必要性成立，

“ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的充要条件.

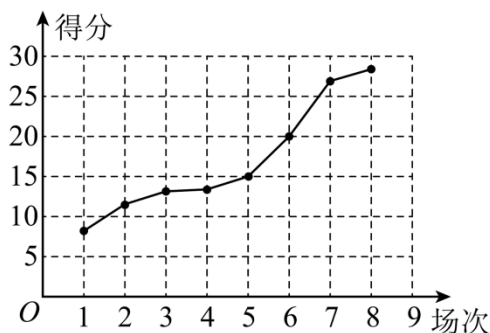
故选：C

4. 在某校高中篮球联赛中，某班甲、乙两名篮球运动员在 8 场比赛中的单场得分用茎叶图表示（如图一），

茎叶图中甲的得分有部分数据丢失，但甲得分的折线图（如图二）完好，则下列结论正确的是（ ）

甲		乙
9	0	9
3 2	1	4 5 8 9 7 6
8 6 0	2	0

图一



图二

A. 甲得分的极差是 18

B. 乙得分的中位数是 16.5

C. 甲得分更稳定

D. 甲的单场平均得分比乙低

【答案】B

【解析】

【分析】根据图一中甲的得分情况可判断ABC的正误，结合图二可判断图一丢失的数据，计算两者的均值后可判断D的正误.

【详解】对于甲，其得分的极差大于或等于 $28-9=19$ ，故A错误；

从折线图看，甲的得分中最低分小于10，最高分大于或等于28，且大于或等于20的分数有3个，故其得分不稳定，故C错误；

乙的数据由小到大依次为：9,14,15,16,17,18,19,20

乙得分的中位数为 $\frac{16+17}{2}=16.5$ ，故B正确.

乙得分的平均数为 $\frac{9+14+15+18+19+17+16+20}{8}=16$ ，

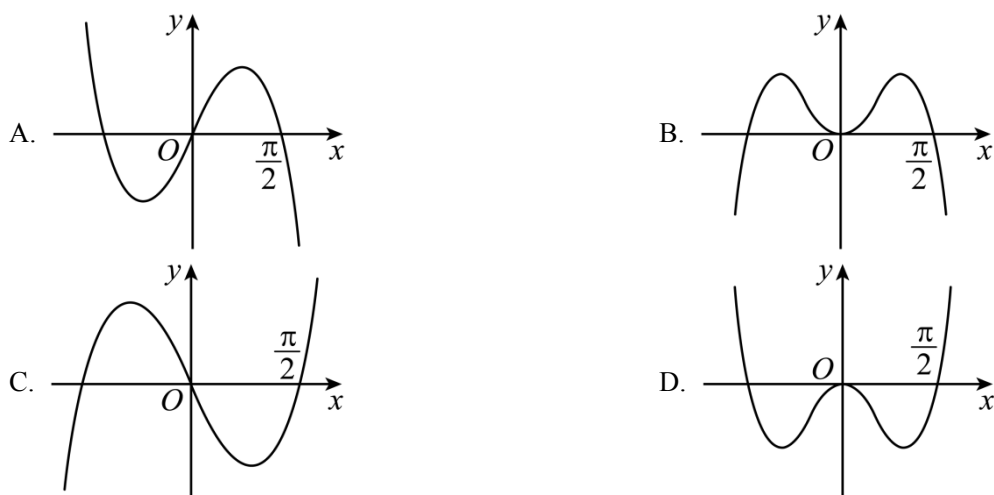
从折线图上，茎叶图中甲的得分中丢失的数据为一个为15，另一个可设为 m ，

其中 $10 < m < 15$ ，

故其平均数为 $\frac{9+12+13+15+20+26+28+m}{8}=\frac{123+m}{8}>\frac{133}{8}>16$ ，故D错误.

故选：B.

5. 函数 $f(x)=(e^{-x}-e^x)\cos x$ 的部分图象大致是（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】判断函数的奇偶性，并判断 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时，函数值的正负，即可判断选项.

【详解】Q $f(x)=(e^{-x}-e^x)\cos x$ ，

$\therefore$ 定义域为 $\mathbf{R}$ ，关于原点对称，

$$\text{由 } f(-x) = (e^x - e^{-x})\cos(-x) = -(e^{-x} - e^x)\cos x = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 BD；

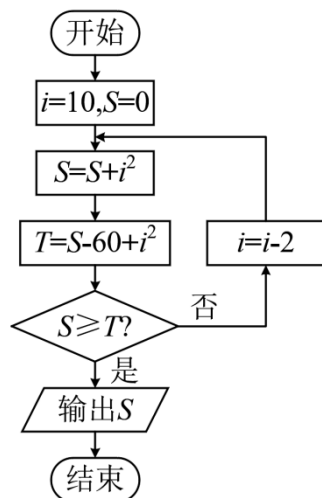
当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时， $\cos x > 0$ ，因为 $y = e^{-x}$ 为 $\mathbf{R}$ 上减函数， $y = e^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数，

则 $y = e^{-x} - e^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数，且当 $x = 0$ ， $y = 0$ ，则当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ，

$e^{-x} - e^x < 0$ ，故 $f(x) < 0$ ，排除 A.

故选：C.

6. 执行如图所示的程序框图，输出的 S 的值为（ ）



A. 250

B. 240

C. 200

D. 190

【答案】C

【解析】

【分析】模拟程序运行，确定变量值的变化，判断循环条件可得结论.

【详解】程序运行时，变量值变化如下：

$i = 10, S = 0$ ， $S = 100$ ， $T = 140$ ，不满足 $S \geq T$ ； $i = 8$ ， $S = 164$ ， $T = 168$ ，不满足 $S \geq T$ ；

$i = 6$ ， $S = 200$ ， $T = 176$ ，满足 $S \geq T$ ，输出 $S = 200$.

故选：C.

7. 已知点 P 在椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ 上， C 的左焦点为 F ，若线段 PF 的中点在以原点 O 为圆心， $|OF|$ 为半径的圆上，则 $|PF|$ 的值为（ ）

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】B

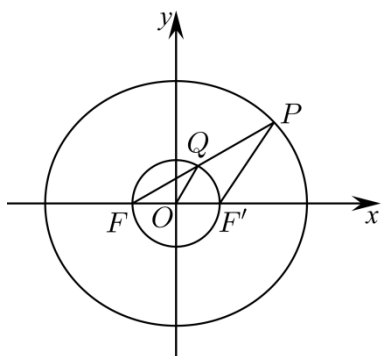
【解析】

【分析】利用三角形的中位线定理与圆的半径求得 $|PF'|$ ，再利用椭圆的定义即可得解.

【详解】因为椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$

所以该椭圆 $a=3$ ， $b=2\sqrt{2}$ ，则 $c=1$ ，

设椭圆的右焦点为 F' ，连接 PF' ，记线段 PF 的中点为 Q ，连接 OQ ，



因为 $|OF|=c=1$ ，所以 $|OQ|=1$ ，

因为 O, Q 分别为 FF', PF 的中点，所以 $|PF'|=2|OQ|=2$ ，

又 $|PF|+|PF'|=2a=6$ ，所以 $|PF|=6-|PF'|=4$ 。

故选：B.

8. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + b \cos 2x$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称，则 b 的值为 ()

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. -1

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. 1

【答案】D

【解析】

【分析】利用辅助角公式及正弦函数的性质计算可得.

【详解】因为 $f(x) = \sin 2x + b \cos 2x = \sqrt{1+b^2} \sin(2x+\varphi)$ (其中 $\tan \varphi = b$)，

又函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称，

$$\text{所以 } \sqrt{1+b^2} = \left| \sin \frac{\pi}{4} + b \cos \frac{\pi}{4} \right|,$$

$$\text{所以 } 1+b^2 = \frac{1}{2}(1+b)^2, \text{ 解得 } b=1.$$

故选：D

9. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x-2)$ ，当 $x \in [-2, 2]$ 时，函数 $f(x) = 4-x^2$ ，设函数

$g(x) = e^{-|x-2|} (-2 < x < 6)$, 则方程 $f(x) - g(x) = 0$ 的所有实数根之和为 ()

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【答案】D

【解析】

【分析】首先得到 $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数, $g(x)$ 关于 $x=2$ 对称, 在同一平面直角坐标系中画出 $y=g(x)$ 与 $y=f(x) (x \in [-2, 6])$ 的图象, 数形结合判断函数的交点, 再根据对称性计算可得.

【详解】因为定义域为 $\mathbb{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(x-2)$, 即 $f(x+4) = f(x)$,

所以 $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数,

又 $g(x) = e^{-|x-2|} (-2 < x < 6)$, 则 $g(4-x) = e^{-|(4-x)-2|} = e^{-|x-2|} = g(x)$,

所以 $g(x)$ 关于 $x=2$ 对称, 又 $g(-2) = g(6) = e^{-|-2-2|} = \frac{1}{e^4} > 0$,

又 $g(x) = e^{-|x-2|} = \begin{cases} e^{-x+2}, & 2 \leq x < 6 \\ e^{x-2}, & -2 < x < 2 \end{cases}$,

又当 $x \in [-2, 2]$ 时, 函数 $f(x) = 4 - x^2$, 所以 $f(-2) = f(2) = 0$, 则 $f(6) = f(2) = 0$,

令 $f(x) - g(x) = 0$, 即 $f(x) = g(x)$,

在同一平面直角坐标系中画出 $y=g(x)$ 与 $y=f(x) (x \in [-2, 6])$ 的图象如下所示:

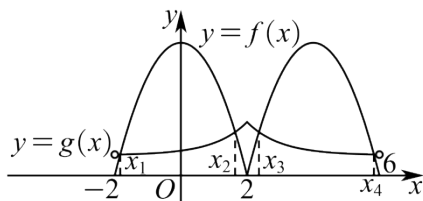
由图可得 $y=g(x)$ 与 $y=f(x) (x \in [-2, 6])$ 有 4 个交点, 交点横坐标分别为 x_1, x_2, x_3, x_4 ,

且 x_1 与 x_4 关于 $x=2$ 对称, x_2 与 x_3 关于 $x=2$ 对称,

所以 $x_1 + x_4 = 4$, $x_3 + x_2 = 4$,

所以方程 $f(x) - g(x) = 0$ 的所有实数根之和为 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$.

故选: D



10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右两个焦点分别为 F_1, F_2 , A 为其左顶点, 以线段

F_1F_2 为直径的圆与 C 的渐近线在第一象限的交点为 M ，且 $|MA| = \frac{\sqrt{2}}{2} |F_1F_2|$ ，则 C 的离心率 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3

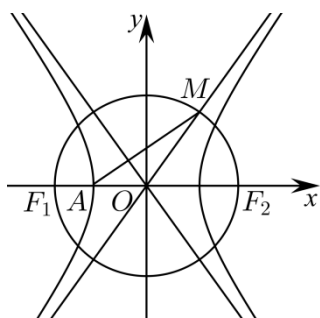
【答案】B

【解析】

【分析】根据题意求得点 M 的坐标，再由条件得到关于 a, b, c 的齐次方程，从而得解.

【详解】因为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$,

而以线段 F_1F_2 为直径的圆的方程为 $x^2 + y^2 = c^2$,



$$\text{联立 } \begin{cases} y = \frac{b}{a}x \\ x^2 + y^2 = c^2 \end{cases}, \text{ 结合 } c^2 = a^2 + b^2, \text{ 解得 } \begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -a \\ y = -b \end{cases},$$

因为 M 在第一象限，所以 $M(a, b)$,

又 $A(-a, 0)$ ，则 $|AM|^2 = (a + a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2$,

而 $|F_1F_2| = 2c$ ， $|MA| = \frac{\sqrt{2}}{2} |F_1F_2|$ ，所以 $|MA|^2 = \frac{1}{2} |F_1F_2|^2$ ，

所以 $4a^2 + b^2 = \frac{1}{2} \times 4c^2$ ，即 $4a^2 + c^2 - a^2 = 2c^2$ ，则 $c^2 = 3a^2$ ，

所以双曲线 C 的离心率为 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}$.

故选：B.

11. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的底面是边长为 3 的等边三角形，且 $SA = AB$ ， $\angle SAB = 120^\circ$ ，平面 $SAB \perp$ 平面 ABC ，则其外接球的表面积为 ()

- A. 12π B. 24π C. 36π D. 39π

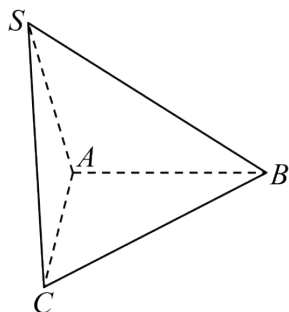
【答案】D

【解析】

【分析】分别利用正弦定理求得 $\triangle ABC, \triangle SAB$ 的外接圆的半径，再利用两个面垂直的三棱锥的外接球半径 R 满足 $(2R)^2 = (2r_1)^2 + (2r_2)^2 - AB^2$ ，从而得解.

【详解】因为三棱锥 $S-ABC$ 的底面是边长为 3 的等边三角形，

所以 $AB=3$ ，则 $SA=AB=3$ ，



设 $\triangle ABC, \triangle SAB$ 的外接圆的半径分别为 r_1, r_2 ，

则在等边 $\triangle ABC$ 中， $2r_1 = \frac{AB}{\sin 60^\circ} = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ ，

在 $\triangle SAB$ 中， $\angle SAB = 120^\circ$ ，

所以 $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA \cdot AB \cos \angle SAB = 3^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 27$ ，

则 $SB = 3\sqrt{3}$ ， $2r_2 = \frac{SB}{\sin 120^\circ} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6$ ，

设三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的半径为 R ，因为平面 $SAB \perp$ 平面 ABC ，

则 $(2R)^2 = (2r_1)^2 + (2r_2)^2 - AB^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 - 3^2 = 39$ ，

所以其外接球的表面积为 $4\pi R^2 = 39\pi$ 。

故选：D.

12. 已知 $f(x)$ ， $g(x)$ 都是定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数，对任意 x, y 满足 $f(x-y) = f(x)g(y) - g(x)f(y)$ ，且

$f(-2) = f(1) \neq 0$ ，则下列说法正确的是（ ）

A. $g(0) = -1$

B. 若 $f(1) = 2024$ ，则 $\sum_{n=1}^{2024} f(n) = 2024$

C. 函数 $f(2x-1)$ 的图像关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称

D. $g(1) + g(-1) = -1$

【答案】D

【解析】

【分析】利用赋值法结合题目给定的条件可判断 A、D，取 $f(x) = \sin \frac{2\pi}{3}x, g(x) = \cos \frac{2\pi}{3}x$ 可判断 C，对于 B，通过观察选项可以推断 $f(x)$ 很可能是周期函数，结合 $f(x)g(y), g(x)f(y)$ 的特殊性及一些已经证明的结论，想到令 $y = -1$ 和 $y = 1$ 时可构建出两个式子，两式相加即可得出 $f(x+1) + f(x-1) = -f(x)$ ，进一步得出 $f(x)$ 是周期函数，从而可求 $\sum_{n=1}^{2024} f(n)$ 的值。

【详解】对于 A，令 $x = y = 0$ ，可得 $f(0) = f(0)g(0) - g(0)f(0) = 0$ ，得 $f(0) = 0$ ，

令 $y = 0, x = 1$ ，代入已知等式得 $f(1) = f(1)g(0) - g(1)f(0)$ ，

可得 $f(1)[1 - g(0)] = -g(1)f(0) = 0$ ，结合 $f(1) \neq 0$ 得 $1 - g(0) = 0$ ，

所以 $g(0) = 1$ ，故 A 错误；

对于 D，因为 $g(0) = 1$ ，令 $x = 0$ ，代入已知等式得 $f(-y) = f(0)g(y) - g(0)f(y)$ ，

将 $f(0) = 0, g(0) = 1$ 代入上式，得 $f(-y) = -f(y)$ ，所以函数 $f(x)$ 为奇函数。

令 $x = 1, y = -1$ ，代入已知等式，得 $f(2) = f(1)g(-1) - g(1)f(-1)$ ，

因为 $f(-1) = -f(1)$ ，所以 $f(2) = f(1)[g(-1) + g(1)]$ ，

又因为 $f(2) = -f(-2) = -f(1)$ ，所以 $-f(1) = f(1)[g(-1) + g(1)]$ ，

因为 $f(1) \neq 0$ ，所以 $g(1) + g(-1) = -1$ ，故 D 正确；

对于 B，分别令 $y = -1$ 和 $y = 1$ ，代入已知等式，得以下两个等式：

$$f(x+1) = f(x)g(-1) - g(x)f(-1), \quad f(x-1) = f(x)g(1) - g(x)f(1),$$

两式相加易得 $f(x+1) + f(x-1) = -f(x)$ ，所以有 $f(x+2) + f(x) = -f(x+1)$ ，

$$\text{即 } f(x) = -f(x+1) - f(x+2),$$

$$\text{有 } -f(x) + f(x) = f(x+1) + f(x-1) - f(x+1) - f(x+2) = 0,$$

即 $f(x-1) = f(x+2)$ ，所以 $f(x)$ 为周期函数，且周期为 3，

因为 $f(1) = 2024$ ，所以 $f(-2) = 2024$ ，所以 $f(2) = -f(-2) = -2024$ ， $f(3) = f(0) = 0$ ，

所以 $f(1) + f(2) + f(3) = 0$ ，

所以 $\sum_{n=1}^{2024} f(n) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024)$

$= f(2023) + f(2024) = f(1) + f(2) = 0$ ，故 B 错误；

对于 C，取 $f(x) = \sin \frac{2\pi}{3}x$ ， $g(x) = \cos \frac{2\pi}{3}x$ ，满足 $f(x-y) = f(x)g(y) - g(x)f(y)$ 及

$f(-2) = f(1) \neq 0$ ，

所以 $f(2x-1) = \sin \frac{2\pi}{3}(2x-1)$ ，又 $f(0) = \sin 0 = 0$ ，

所以函数 $f(2x-1)$ 的图像不关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称，故 C 错误；

故选：D.

【点睛】思路点睛：对于含有 x, y 的抽象函数的一般解题思路是：观察函数关系，发现可利用的点，以及利用证明了的条件或者选项；抽象函数一般通过赋值法来确定、判断某些关系，特别是有 x, y 双变量，需要双赋值，可以得到一个或多个关系式，进而得到所需的关系，此过程中的难点是赋予哪些合适的值，这就需要观察题设条件以及选项来决定.

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

注意事项：

（1）非选择题的答案必须用 0.5 毫米黑色签字笔直接答在答题卡上，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，答在试题卷和草稿纸上无效.

（2）本部分共 10 个小题，共 90 分.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题纸上）.

13. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{3}, |\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

【答案】1

【解析】

【分析】对 $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$ 两边平方化简可得结果

【详解】因为 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{3}, |\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$ ，

所以 $|\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 3^2$ ，

所以 $1 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 12 = 9$ ，解得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ，

故答案为：1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/968063134123006054>