阮敬 博士

首都经济贸易大学研究生院 副院长
首都经济贸易大学统计学院 教授

© ruanjing@msn.com

CH18 时间序列分析

- “以史为鉴，可以知兴替”说的是人们回顾历史、思考未来的研究思路。当所回顾的历史以数据形式展现在人们面前的时候，便可以利用数据分析的方法做到“入乎其内，出乎其外”，从历史数据中找出内在规律从而指导未来。

- 历史数据往往以时间序列的形式呈现出来，如过去3年内中国的CPI指数走势、最近100年来美国GDP的增长率情况、某超市在过去1年内的月销售额等。这些数据都是随着时间的变化而变化的，反映了事物、现象在时间上的发展变动情况，是相同事物或现象在不同时刻或时期所形成的数据，称之为“时间序列数据”，简称时间序列或时序数据。

- 前面章节所研究的大部分数据都是反映若干事物或现象在同一时刻或时间上所处的状态或特征，或者反映其与时间无关的特征，这些数据反映了事物或现象之间存在的内在数值联系，称之为“横截面数据”。

- 有关横截面数据的研究大多采用本书前面章节所介绍过的方法，本章将主要讨论时间序列数据的分析，其主要研究目的就是要总结过去并预测未来。

时间序列的基本问题

- 时间序列即将某一个变量或指标在不同时间上的不同数值，按照时间的先后顺序排列而成的数列，也称为时间数列，通常可用x_1，x_2，……，x_t来表示。数据排列的依据可以是年份、季度、月份、天、小时、分钟、秒等表示时间的计量单位。

时间序列的组成部分

- 时间数列由于受到各种偶然因素的影响，往往表现出某种随机性，彼此之间存在着统计上的依赖关系。

- 某大型商场为研究其销售总额的情况，现搜集了从2001年1月至2008年8月的销售额月度数据进行时间序列分析，如右图所示。

Dataset of SASUSER.SALES_MONTHLY

Obs	Month 月份	Sales 销售额（万元）
1	2001Jan	814
2	2001Feb	774.8
3	2001Mar	782.8
4	2001Apr	772
5	2001May	817.6
......		
88	2008Apr	926.4
89	2008May	983.5
90	2008Jun	942.4
91	2008Jul	989.7
92	2008Aug	1002.8

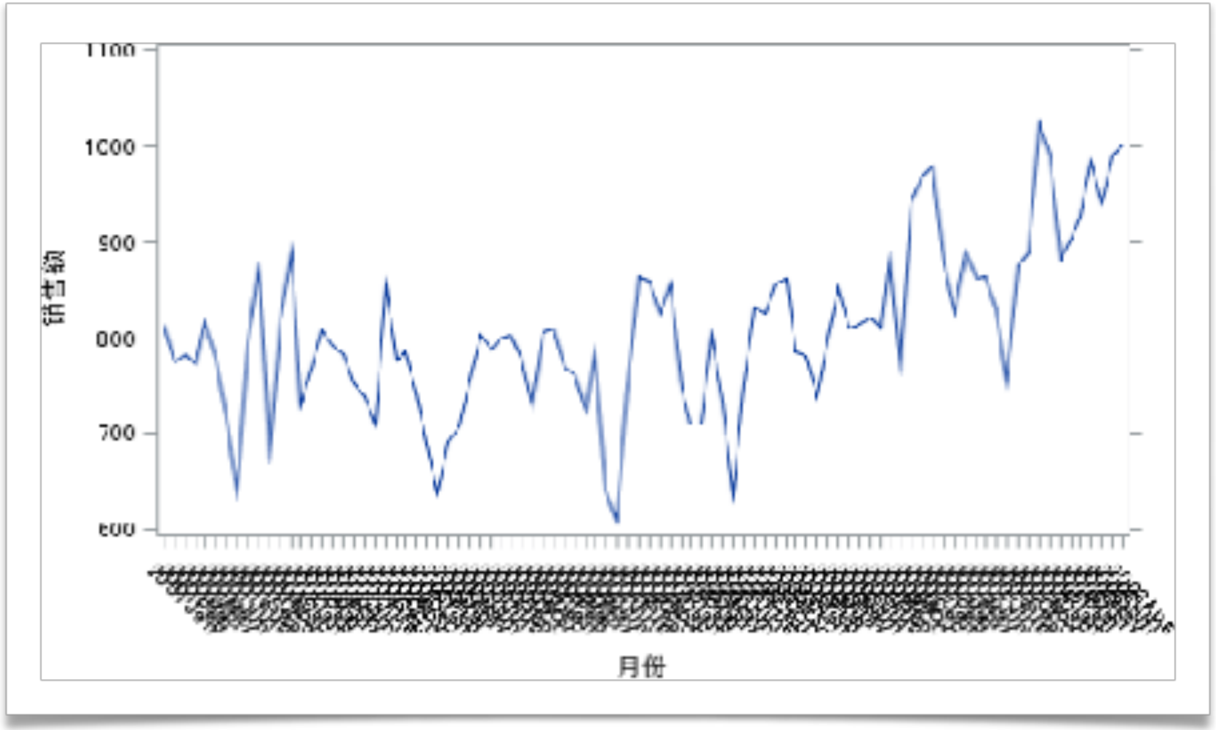
时间序列的组成部分

- 该数据一共有92个按月份先后顺序排列的观测值，为了更好观测销售的走势，把图18-1的数据用趋势图来表示，具体程序如下：

```
ods graphics/width=800 height=600;
proc sgplot data=sasuser.sales_monthly;
    xaxis type=discrete;
    yaxis values=(600 to 1100 by 100) refticks;
    series x=month y=sales;
run;
```

时间序列的组成部分

- 程序运行之后可得到如图18-2所示的趋势图。
- 从图18-2可以看出来，销售额月度数据总体上呈上升的趋势，但是在上升过程中还有波动的情况，这种变量随着时间而发生变动的状况是由影响时间序列的各种不同因素造成。一般而言，一个时间序列的影响因素可由4个部分构成，即长期趋势、季节变动、循环波动和不规则变动。
- 长期趋势是指事物或现象在较长时期内持续发展变化的一种趋向或状态，如例18-1的数据具有上升的长期趋势。



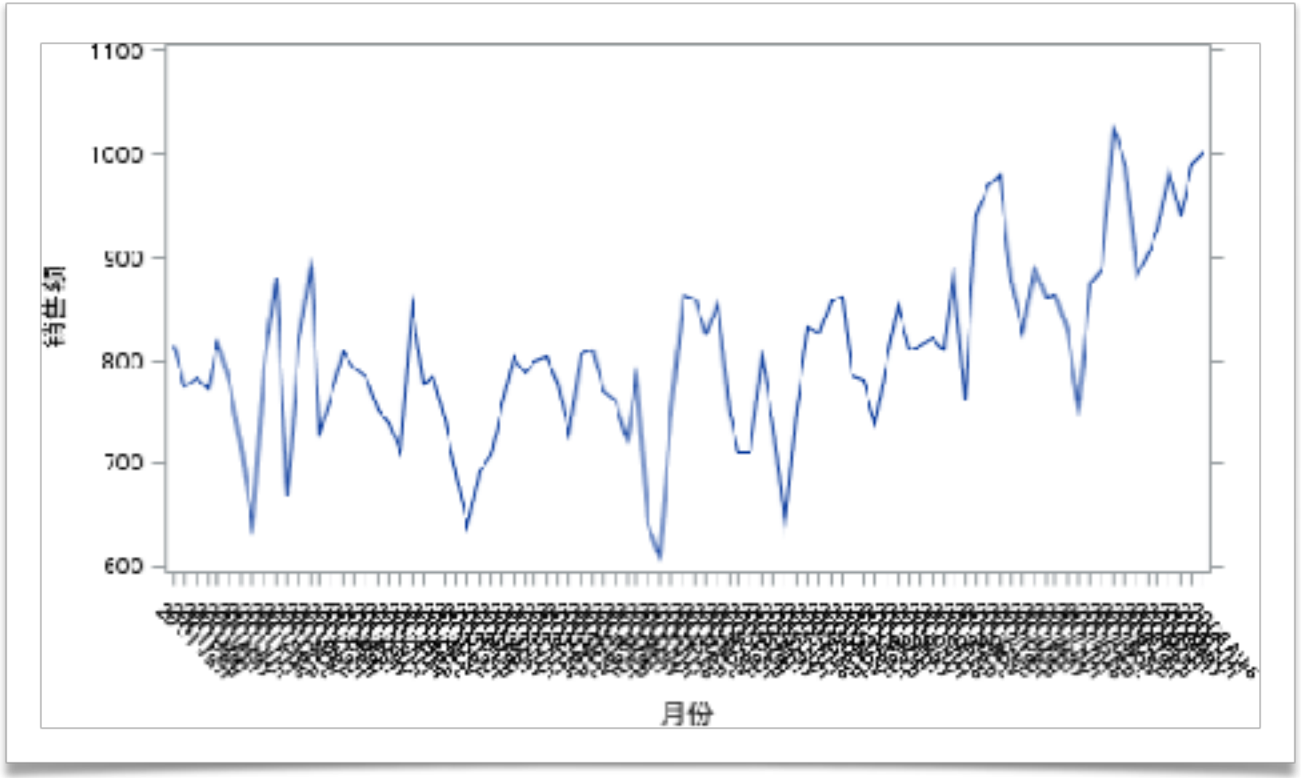
时间序列的组成部分

- 季节变动是指事物或现象在一年内随着季节更换形成的有规律变动，如空调的销售量随着季节不同而发生较大的变动，夏季的销量一般都高于冬季的销量。例18-1中的数据也表现有季节变动的趋势，如每逢5、10月黄金周和年末节前，销售额均有上升，而在淡季销售额略有下降，但是这种变动并不是很明显。

- 循环波动是指事物或现象周而复始的变动。循环波动不同于长期趋势和季节变动，它是无固定规律的交替波动，如经济发展过程中有经济周期、金融危机周期等。

- 不规则变动则是无法用上述组成部分解释或不可控的随机变动。

- 为了更加深入的研究时间序列的规律，往往可将一个时间序列数据分解为上述的4个组成部分。



时间序列的平稳性

- 按照不同的性质和特征，可以对时间序列进行分类。从统计特性上来看，时间序列可以分为平稳时间序列和非平稳时间序列。
- **1. 平稳性的含义**
- 如果一个时间序列的概率分布与时间*t*无关，则称该序列是严格的平稳时间序列。如果时间序列的一、二阶矩存在，而且对任意时刻*t*满足均值为常数、协方差为时间间隔的函数，则称该序列为宽平稳时间序列，也叫广义平稳时间序列。反而反之，不具有平稳性，即序列均值或协方差与时间有关的序列称之为非平稳序列，非平稳序列的主要特征表现为在整体上或局部上有明显的上升或下降的趋势。如例18-1的数据，销售额数据与时间有着密切的联系，即销售额数值随着时间的推进总体趋势不断上升，因此该序列是非平稳的。
- 严格的平稳时间序列要求比较严格，通常情况下，如果不明确提出严格平稳，所谓的平稳即指宽平稳，其特性是不随时间而变化，即均值和协方差不随时间变化而变化。本章后续部分将主要研究宽平稳时间序列。
- 那么为什么要研究平稳时间序列呢？这是因为在平稳性的保证下，对历史时序数据进行分析的参数估计结果也比较稳定，可以直接用于对未来时序数据的预测。此外，非平稳时间序列在分析时，还可能会出现本来没有什么关系的变量之间出现“伪回归”的情况。因此，平稳性是合理进行时间序列分析和预测的重要保证。
- 平稳时间序列有一种特殊的情况，即分布不随时间变换而变化，其具有零均值和同方差性，且协方差为零，则该序列称之为白噪声。白噪声序列可用于对时序模型的拟合进行检验。

时间序列的平稳性

- **2. 时间序列的零均值化和平稳化**
- 在日常生活中，社会经济现象的特征随着时间的推移，大部分都是会表现为上升或下降趋势的非平稳时间序列。因此，可以考虑对时间序列进行变换，使非平稳序列转化为平稳序列。为了使用第18.2小节中将要介绍的Box-Jenkins法进行ARIMA时间序列分析建模，通常是将非平稳序列进行零均值化和平稳化，转化为零均值平稳时间序列。
- 零均值化是指对均值不为零的时间序列经过转化，使之均值为零的一个数据转换过程。通常可用时间序列中的每一个数值*Xt*减去该序列的平均值，即*Xt* -*X*，得到新数列，其均值为零。

时间序列的平稳性

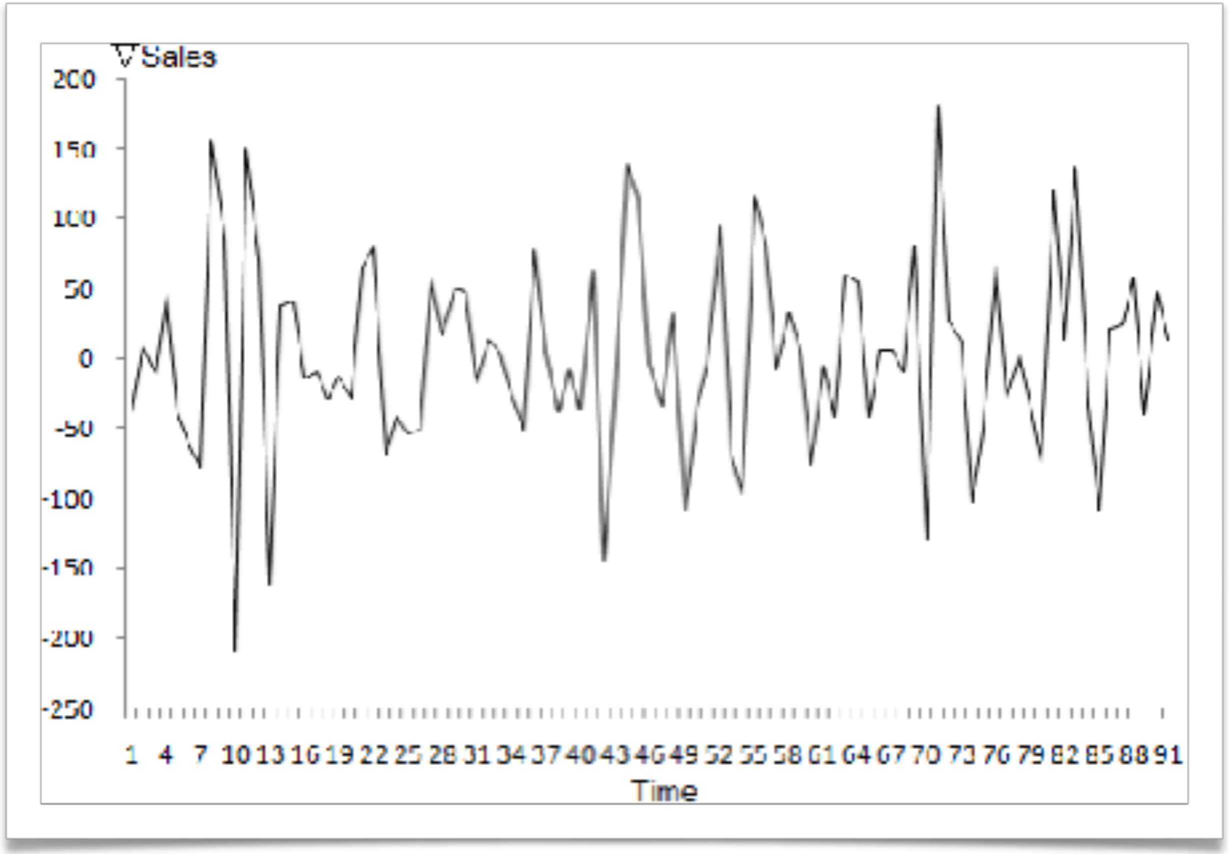
- 平稳化是指对非平稳的时间序列经过转化，使之成为一个平稳时间序列的数据转换过程。通常可以用每一个数值减去其前面的一个数值，即x_t-x_{t-1}差分的方法进行。差分的方法还可以是每一个数值减去其前面的任何间隔为*s*的一个数值，即x_t-x_{t-s}。

- 对原始数据进行一次差分的过程称为一阶差分。如果数列经过一阶差分之后还是非平稳数列，则可进行二阶差分或高阶差分，即用差分之后的数据再做差分。一般情况下，非平稳的时间序列在经过一阶差分或二阶差分之后都可以平稳化。

- 有些情况下，还可以通过函数的形式进行零均值化和平稳化，如对时间序列的数值取对数后再进行差分。具体使用什么形式的函数要视具体分析的问题而定。

时间序列的平稳性

- 如对于例18-1的原始数据呈直线上升趋势，可以进行一阶差分，再绘制时序图，如图18-3所示。
- 从图18-3可以看到，一阶差分之后的销售额月度数据在0值上下波动，而且已无明显的趋势，因此可以认为是一个零均值化的平稳序列。



时间序列的平稳性

- **3、时间序列的平稳性检验**
- 除了利用类似图18-2和图18-3所示的趋势图进行时间序列平稳性的粗略判断之外，还可以利用样本自相关函数及其图形和单位根检验进行进一步的判断。
- （1）自相关系数和自相关图检验
- 与相关系数类似，自相关系数实际上是构成时序的各个组成元素的相关系数，即考察历史数据和未来数据的相关性，即可以说明不同时期数据之间的相关程度，其取值范围在-1到1之间，其绝对值越接近于1，说明时间序列的自相关程度越高。

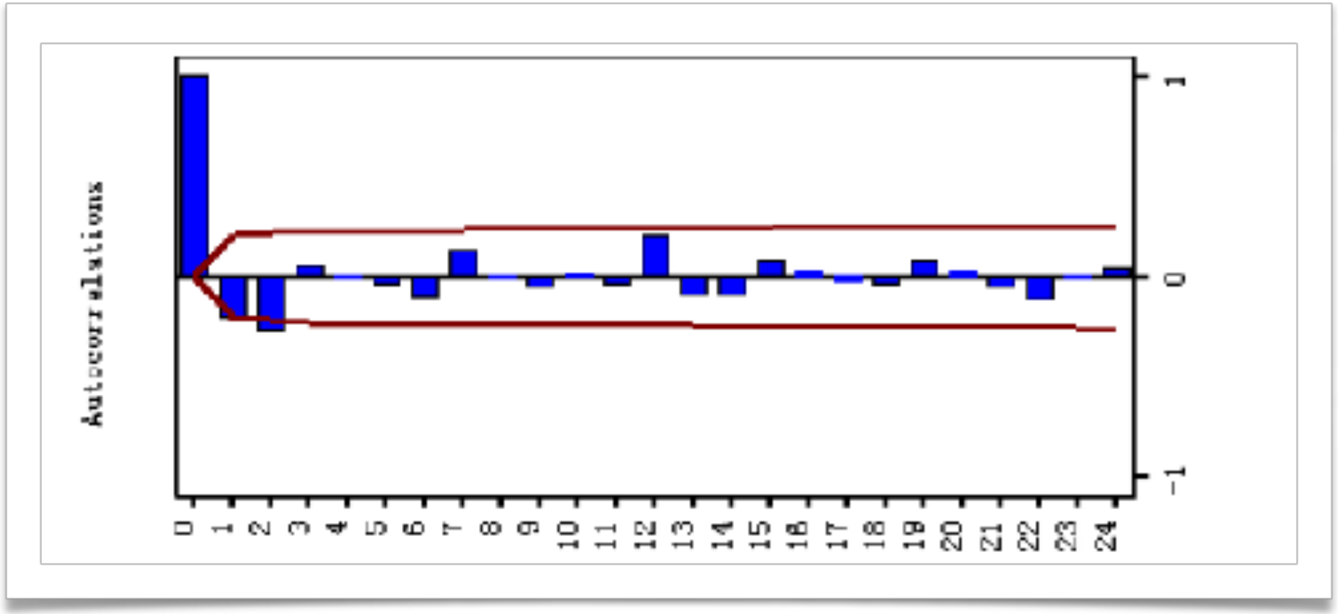
时间序列的平稳性

- 对于一个时序数据总体而言，在给定的正整数*p*情况下，可以考察*Xt*和*Xt+p*之间的相关系数*ρp*来度量时间间隔为*p*的两部分数据之间的相关性。因此，根据样本数据可定义时间序列的*p*阶样本自相关系数或自相关函数（ACF，Auto-Correlation Function）如下：

$$r_p = \frac{\sum_{t=1}^{n-p}\left(X_t - \bar{X}\right)\left(X_{t+p} - \bar{X}\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \bar{X}\right)^2}, p = 1, 2, 3, \ldots$$

时间序列的平稳性

- 根据各给定p计算出来的自相关系数，可以用自相关系数图来描述。使用例18-1的数据进行一阶差分之后再进行自相关系数计算，可得自相关系数图如图18-4所示。



时间序列的平稳性

- 图18-4可由SAS系统的系统菜单SolutionsàAnalysisàTime Series Forecasting System功能模块绘制或者ARIMA过程进行绘制（详见第18.2小节）。

- 运用自相关系数图判定时间序列平稳性的一般准则是：若时间序列的自相关系数基本上（一般情况下$p>3$时）都落入置信区间（即图18-4中的两条水平线之间），且逐渐趋于零，则该时间序列具有平稳性；若时间序列的自相关系数更多地落在置信区间外面，则该时间序列就不具有平稳性。

- 依据这个一般准则，图18-4所示的ACF图中，在$p>3$时，所有的自相关系数均落入了置信区间范围之内，即该数据经过一阶差分之后可以认为是平稳的。

时间序列的平稳性

- 在SAS系统中，除了绘制图18-4所示的自相关系数图进行主观的平稳性检验之外，还可以利用ARIMA过程中IDENTIFY语句（有关ARIMA过程的语法详见第18.2小节）进行自相关系数图及自相关系数的白噪声检验。

- 如对于例18-1的数据，绘制自相关系数图和进行白噪声检验的程序如下：

```
proc arima data=sasuser.sales_monthly;
   identify var=sales;    /*检验SALES序列是否平稳*/
   identify var=sales(1);     /*检验SALES序列的一阶差分是否平稳*/
quit;
```

时间序列的平稳性

- 运行程序后，首先可得到序列的自相关系数及自相关系数图，其中SALES序列进行一阶差分之后的白噪声检验结果如图18-5所示。

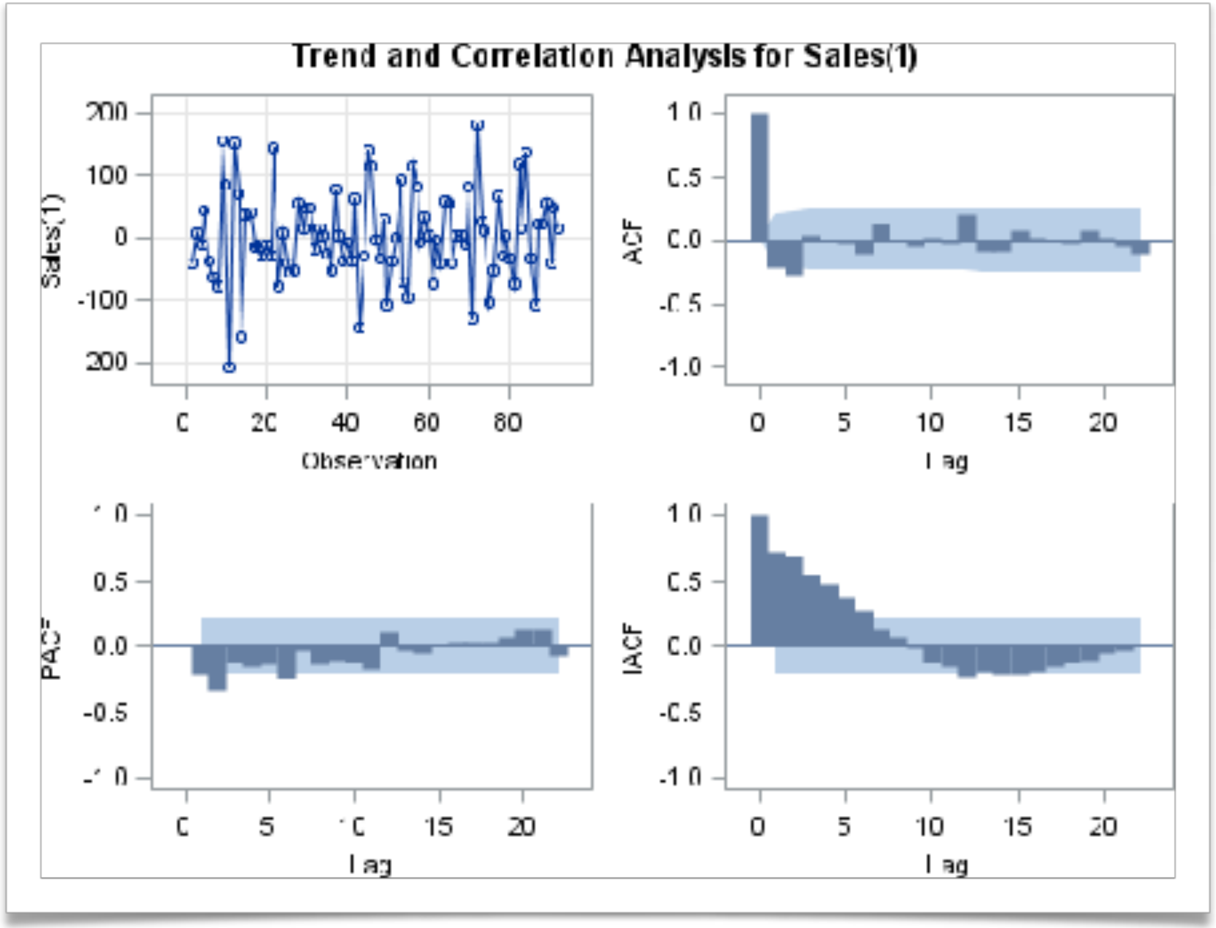
- 如果白噪声检验结果显著，则表明时间序列总体自相关是显著的，则表现为非平稳。当所有的白噪声检验结果均不显著时，则时间序列是平稳的。

- 本例数据在图18-5所示的结果中，如果给定α=0.05的条件，白噪声检验的P值（Pr>ChiSq）均大于α，则表明白噪声检验不显著，所以销售额月度数据经过一阶差分之后是平稳的。

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	12.49	6	0.0519	-0.213	-0.268	0.045	-0.019	-0.043	-0.099
12	18.94	12	0.0900	0.132	-0.020	-0.048	0.015	-0.039	0.199
18	21.68	18	0.2466	-0.087	-0.095	0.079	0.018	-0.021	-0.037

时间序列的平稳性

- 除此之外，系统还给出了针对指定变量所进行的趋势分析和相关分析结果，如图18-6所示。
- 图18-6中第一行第二列的自相关系数图与图18-4类似，仍然可以判定销售额月度数据进行一阶差分是平稳的，这一点从第一行第一列的趋势图也可以看出来。



时间序列的平稳性

- （2）单位根检验
- 仅从图形描述来对时间序列平稳性进行判断的准确性较为主观，一般情况下还可考虑使用单位根检验的方法对时序数据的平稳性进行检验。
- 一个时间序列如能通过差分的方式平稳化，称之为具有单位根，即当一个时间序列具有单位根时是非平稳的。

时间序列的平稳性

- 在SAS系统中，提供了%DFTEST宏进行Dickey-Fuller单位根检验（即DF检验），其原假设和被择假设是：

H0：时间序列具有单位根　*H1*：时间序列是平稳序列（即没有单位根）

- 对于例18-1的销售额月度数据，可利用%DFTEST宏进行单位根检验，程序如下：

```
%dftest(Sasuser.Sales_Monthly,Sales);/*对原始数据的SALES变量进行单位根检验*/
%put P(Sales)=&dftest;/*在LOG窗口中输出检验P值*/
%dftest(Sasuser.Sales_Monthly,Sales,dif=(1));  /*DIF=(1)表示对SALES的一阶差分进行检验*/
%put P(Sales(1))=&dftest;/*在LOG窗口中输出检验P值*/
```

时间序列的平稳性

- 运行程序后，可以在LOG窗口中分别得到原始数据和一阶差分数据的单位根检验的P值，即P(Sales)=0.3159464781；P(Sales(1))=0.0000946955。

- 由此可以看出，Sales变量的单位根检验并不显著，即P(Sales)值非常大，没有充分的理由可以拒绝原假设，即Sales具有单位根，是非平稳的序列；而Sales一阶差分的单位根检验*P*值非常显著，则可以拒绝原假设，认为Sales一阶差分之后的序列是平稳序列。

ARIMA 模型的分析过程

- 时间序列分析的内容过多且自成体系，本书出于实用目的仅介绍最为常用的ARIMA分析过程。时间序列分析的ARIMA建模过程也叫做Box-Jenkins方法，是以美国统计学家GeorgeE．P．Box和英国统计学家Gwilym M．Jenkins的名字命名的一种时间序列分析和预测方法。它主要是在对时间序列分析的基础上，通过选择适当的模型进行预测。

ARIMA 模型

- ARIMA模型也叫做整合自回归移动平均模型（Auto-Regressive Integrated Moving Average），其模型可分为自回归模型（AR模型）、移动平均模型（MA模型）和自回归移动平均模型（ARMA模型）。
- Box-Jenkins法的基本思想是用时间序列的过去值和现在值的线性组合来预测其未来的值。即将随时间推移而形成的系列数据视为一个随机序列，把时间序列作为一组仅依赖于时间t的随机变量，这组随机变量所具有的依存关系或自相关性表现了其所观测对象发展的延续性，而这种自相关性一旦被相应的数学模型描述出来，就可以从时间序列的过去值及现在值去预测其未来值。

AR模型

- AR模型即自回归模型（Auto-Regression　Model），其具体表现为某个观测值x_t与其滞后*p*期的观测值的线性组合再加上随机误差项，即：

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \cdots + \varphi_p X_{t-p} + a_t$$

- 其中x_t为零均值平稳序列；　a_t为随机误差项。为了方便模型的描述，通常把上述模型简记为AR（*p*）。

AR模型

- 对于AR（p）模型而言，有其基本假设：
  - 假设x_t仅与x_{t-1}，x_{t-2}，……，x_{t-p}有线性关系；
  - 在x_{t-1}，x_{t-2}，……，x_{t-p}已知的条件下，x_t与x_{t-p-1}，x_{t-p-2}……无关；
  - a_t是一个白噪声。

MA模型

- MA 模型即移动平均模型（Average Moving Model），其具体表现为某个观测值x_t与先前*t*-1，*t*-2，*t*-*q* 个时刻进入系统的*q* 个随机误差项即a_t，a_{t-1}，……，a_{t-q}的线性组合，即：

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \dots - \theta_q a_{t-q}$$

- 通常把上述模型简记为MA（*q*）。

- 对于MA（*q*）而言， x_t仅与a_t，a_{t-1}，……，a_{t-q}，而与a_{t-q-1}，a_{t-q-2}无关， a_t且是一个白噪声序列。

ARMA 模型

- ARMA模型即自回归移动平均模型（Auto-Regressive Moving Average Model），即观测值x_t不仅与其以前*p*个时刻的自身观测值有关，而且还与其以前时刻进入系统的*q*个随机误差存在一定的依存关系，即：

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \cdots + \varphi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \ldots - \theta_q a_{t-q}$$

- 显然ARMA（*p*，*q*）模型便是AR（*p*）与MA（*q*）的组合，ARMA（*p*，0）便是AR（*p*）模型，ARMA（0，*q*）便是MA（*q*）模型。

- 在进行ARMA建模之前，分析的时间序列必须满足平稳性条件。非平稳的时间序列数据则可以按照第18.1.2节中介绍的差分方法使之平稳化并进行平稳性检验。时间序列通过差分平稳化之后，便可建立ARMA模型进行分析，待模型进行参数估计之后，再通过数据变换的可逆性，使得模型参数估计结果适应平稳化之前的数据。通过这个过程建立的模型称之为整合的ARMA模型，即ARIMA模型。如果对原始数据进行了*d*次差分，用差分数据所建立的ARMA（*p*，*q*）可以记为ARMA（*p*，*d*，*q*）。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- 建立ARMA模型的基本前提是要保证时间序列的平稳性，ARIMA建模过程则是把非平稳时间序列平稳化，再建立ARMA模型。

- ARMA的基本形式在第18.2.1节中已经详细介绍过，模型中的两个参数p和q一旦确定下来，那么ARMA模型便可以确定。因此，首先要的分析工作便是确定p和q的具体取值，然后再对ARMA（p，q）模型进行参数估计及显著性检验，最后利用显著的模型对时间序列进行预测。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- 对于这一整套模型识别、参数估计与模型预测的建模过程，SAS系统提供了ARIMA过程进行分析。ARIMA过程的主要语法如下：

  PROC ARIMA 选项;

  BY 变量列表;

  IDENTIFY VAR=变量 选项;

  ESTIMATE 选项;

  OUTLIER 选项;

  FORECAST 选项;

ARMA 模型的识别、估计与预测

- 其BY语句使用方法与前面章节介绍的功能一致。其余各语句的选项非常多，本书只结合本章所涉及内容介绍最为常用的功能。

- IDENTIFY：该语句主要用于模型识别即确定参数*p*和*q*的步骤，也可以用于考察时间序列的平稳性检验等，该语句在调用ARIMA过程时可多次使用。其语句选项有二十多项，与本章内容有关的主要语句选项有：
  - DATA=：指定用于分析的数据集，如省略表示默认使用ARIMA过程指定的数据集；
  - VAR=：指定用于分析的时间序列变量，在变量后面加上（n）表示作该变量的*n*阶差分；
  - CENTER：对数据进行零均值化，主要用于分析非零均值的数据。当模型进行参数估计并生成预测结果之后，系统自动会在预测值中加上均值。使用该语句要注意SAS的数据处理顺序，即先进行差分再进行零均值化；
  - CLEAR：清除内存中已有的模型；

ARMA 模型的识别、估计与预测

- ESACF：计算扩展的样本自相关函数并使用其估计值进行模型参数p和q的识别；
- MINIC：使用最小信息准则来进行模型参数p和q的识别；系统默认p和q分别从0至5进行BIC指数的识别；
- NLAG：指定计算自相关系数和互相关系数的滞后期数（即第18.1.2小节中计算自相关系数的滞后p值）；
- OUTCOV=：指定存储自相关系数、偏自相关系数等统计量的数据集；

ARMA 模型的识别、估计与预测

- P= (*pmin: pmax*)：指定ARMA模型中参数*p*的最小值和最大值，通常与MINIC、SCAN选项搭配使用；
- Q= (*qmin: qmax*)：指定ARMA模型中参数*q*的最小值和最大值，通常与MINIC、SCAN选项搭配使用；
- SCAN：计算典型相关系数平方的估计值，并用来确定ARMA模型参数*p*和*q*的值；
- NOPRINT：不输出任何结果；
- STATIONARITY=：进行时间序列的平稳性检验，用于指定检验方法的关键字有ADF或DICKEY、PP或PHILLIPS、RW或RANDOMWALK。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- ESTIMATE：该语句主要用于为IDENTIFY语句所指定的响应变量建立ARMA模型或传递函数模型，并进行参数估计。其语句选项有三十多项，与本章内容有关的主要选项功能如下：
  - INPUT=：指定输入变量及其对应的传递函数；
  - METHOD=：指定模型参数估计的方法，其中可指定的估计方法关键字为ML、ULS和CLS，分别表示极大似然法、非条件最小二乘法和条件最小二乘法，CLS方法是系统默认的方法；
  - P=：指定模型参数p的值；
  - Q=：指定模型参数q的值；

ARMA 模型的识别、估计与预测

- AR=：列出自回归模型中参数的起始值；
- MA=：列出移动平均模型中参数的起始值；
- PLOT：绘制模型残差项的自相关系数图；
- OUTEST=：指定存储参数估计结果的输出数据集；
- OUTMODEL=：指定存储模型及模型参数估计结果的输出数据集；
- OUTSTAT=：指定存储用于模型诊断的统计量的输出数据集。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- FORECAST：该语句主要用于利用模型参数估计结果对时间序列数据进行预测，其语句选项有十多项，与本章内容有关的主要选项有：
  - BACK=：指定时间序列从最后一个观测值起，往前预测的时期。如BACK=5表示预测最后一个观测值之前5期的数值；
  - LEAD=：指定时间序列从最后一个观测值起，向后预测的时期。如LEAD=5表示预测最后一个观测值之后5期的数值；
  - ID：指定表示时间序列的日期变量，ID语句所指定的变量必须为SAS数据类型的日期型；
  - INTERVAL=：指定描述时间序列的时间间隔，可以指定的时间间隔有YEAR、SEMIYEAR、QTR、MONTH、SEMIMONTH、TENDAY、WEEK、WEEKDAY、DAY、HOUR、MINUTE和SECOND，分别表示年、半年、季度、月份、半月、10天、周、周天（即工作日）、天、小时、分钟和秒。
  - ALPHA=：指定预测值进行区间估计的显著性水平；

ARMA 模型的识别、估计与预测

- OUT=：指定存储预测值等变量的输出数据集，如FORECAST语句中没有指定OUT输出数据集，则系统自动把结果存储至ARIMA过程OUT选项指定的数据集中。
- NOOUTALL：仅在由OUT=指定的输出数据集中输出最后的预测值，而不是对预测期之前的所有数据进行一步到位的预测。

- 在SAS系统中一旦调用ARIMA过程，只要中途分析不用QUIT语句来中断该过程，就可以一直使用该过程的语句而无须重新使用PROC ARIMA来调用ARIMA过程。在一般的时间序列分析过程中往往不能一步或一次调用ARIMA过程对模型进行建模，而是要通过ARIMA过程中提供的各种语句分别对模型进行识别、参数估计、预测等调试。

- 本书将就例18-1的例子，按照如下步骤进行时间序列分析。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- ARMA模型的识别主要是针对确定其两个参数p和q的具体数值而言的。确定p和q具体数值的过程即模型的识别过程，也叫做ARMA模型的定阶。如AR（2）称为2阶AR模型、MA（3）称为3阶MA模型。

- 模型的识别是针对平稳数据而言的，例18-1的数据经过一阶差分，差分之后的数列满足平稳性条件（详见第18.1.2小节的分析过程）。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- （1）利用自相关系数、偏自相关系数图进行模型识别
- ARMA模型的识别可以通过自相关系数和偏自相关系数对应的相关系数图形来进行。自相关系数在第18.1.2小节中已经介绍过，它描述的是时间序列观测值与过去值之间的相关性；而偏自相关系数（PACF，Partial Autocorrelation Function）则为在给定中间观测值的条件下，观测值与前面某个间隔的观测值的相关系数。偏自相关系数的推导过程较为复杂，其实质是使得残差的方差达到最小的k阶AR模型的第k项系数。
- 利用相关系数图进行模型识别，首先应当搞清楚两个基本概念，即截尾和拖尾。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- 所谓截尾，是指在自相关系数图或偏自相关系数图中，自相关系数或偏自相关系数在滞后的前几期处于置信区间之外，而之后的系数基本上都落入置信区间内，且逐渐趋于零的情况。如第18.1.2小节中图18-4的自相关系数图，只有滞后前两期的自相关系数处于置信区间之外，其余的系数均处于置信区间之内，因此可以称图18-4的情况为截尾。通常把相关系数图在滞后第p期后截尾的情况叫做p阶截尾，如图18-4的情况又可称之为2阶截尾。

- 所谓拖尾，是指在自相关系数图或偏自相关系数图中的系数有指数型、正弦型或震荡型衰减的波动，并不会在都落入置信区间内。

ARMA 模型的识别、估计与预测

- 利用自相关系数图和偏自相关系数图进行模型识别，主要依据如表18-1所示的原则。

表 18-1　ACF 图和 PACF 图的模型识别

自相关系数图（ACF 图）	偏自相关系数图（PACF 图）	模型识别结果
q 阶截尾	拖尾	MA（q）
拖尾	p 阶截尾	AR（p）
拖尾	拖尾	ARMA