

专题 1.2 三角形内角和定理的运用【八大题型】

【浙教版】

题型先知

【题型 1 运用三角形内角和定理直接求角的度数】	1
【题型 2 三角形内角和定理与角平分线、高线综合】	3
【题型 3 三角形内角和定理与平行线的性质综合】	7
【题型 4 三角形内角和定理与折叠性质综合】	10
【题型 5 三角形内角和定理与新定义问题综合】	14
【题型 6 运用三角形内角和定理探究角的数量关系】	18
【题型 7 判断直角三角形】	24
【题型 8 运用直角三角形两锐角互余的性质倒角】	28

举一反三

【知识点 1 三角形的内角及内角和定理】

三角形内角的概念：三角形内角是三角形三边的夹角。每个三角形都有三个内角，且每个内角均大于 0° 且小于 180° 。
三角形内角和定理：三角形内角和是 180° 。

【题型 1 运用三角形内角和定理直接求角的度数】

【例 1】（2021 秋·涡阳县期末）在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle A + 10^\circ$ ， $\angle C = \angle B + 25^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数。

【分析】将第一个等式代入第二等式用 $\angle A$ 表示出 $\angle C$ ，再根据三角形的内角和等于 180° 列方程求出 $\angle A$ ，然后求解即可。

【解答】解： $\because \angle B = \angle A + 10^\circ$ ， $\angle C = \angle B + 25^\circ$ ，

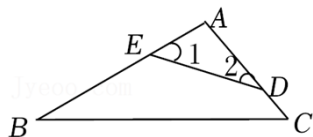
$$\therefore \angle C = \angle A + 10^\circ + 25^\circ = \angle A + 35^\circ，$$

由三角形内角和定理得， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\text{所以，}\angle A + \angle A + 10^\circ + \angle A + 35^\circ = 180^\circ，$$

解得 $\angle A = 45^\circ$ 。

【变式 1-1】（2022 春·武侯区校级期中）如图，点 E 、 D 分别在 AB 、 AC 上。若 $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____ $^\circ$ 。



【分析】根据三角形的内角和定理列式整理可得 $\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C$ ，从而可求解。

【解答】解： $\because \angle 1 + \angle 2 + \angle A = 180^\circ$ ， $\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C,$$

$$\because \angle B = 30^\circ, \angle C = 50^\circ,$$

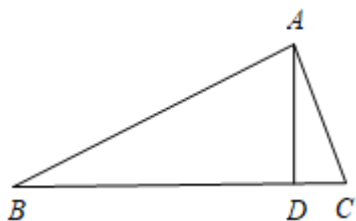
$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ.$$

故答案为： 80° 。

【变式 1-2】（2022·哈尔滨）在 $\triangle ABC$ 中， AD 为边 BC 上的高， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle CAD = 20^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 是_____度。

【分析】分两种情况： $\triangle ABC$ 为锐角三角形或钝角三角形，然后利用三角形内角和定理即可作答。

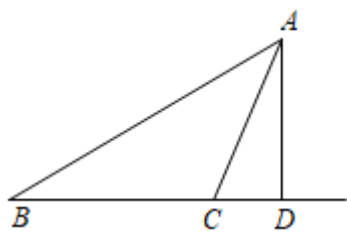
【解答】解：当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时，如图，



$$\angle BAD = 180^\circ - \angle B - \angle ADB = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ,$$

$$\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ;$$

当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时，如图，



$$\angle BAD = 180^\circ - \angle B - \angle ADB = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ,$$

$$\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ.$$

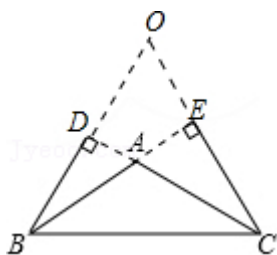
综上所述， $\angle BAC = 80^\circ$ 或 40° 。

故答案为：80 或 40。

【变式 1-3】（2022·南京模拟）已知 BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的高，直线 BD 、 CE 相交所成的角中有一个角为 45° ，则 $\angle BAC$ 等于_____。

【分析】根据三角形的内角和定理，分 $\angle BAC$ 与这个 45° 的角在一个四边形内，及 $\angle BAC$ 与这个 45° 的角不在一个四边形内两种情况讨论。

【解答】解：若 $\angle BAC$ 与这个 45° 的角在一个四边形 $BCDE$ 内，



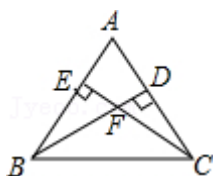
因为 BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的高，设 BD 的延长线交 CE 的延长线于 O 。

$$\therefore \angle AEC = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle O = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE = 135^\circ;$$



若 $\angle BAC$ 与这个 45° 的角不在一个四边形 $BCDE$ 内，

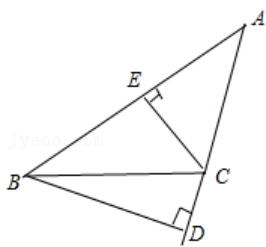
因为 BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\text{如图：} \angle BAC = 180^\circ - (180^\circ - 45^\circ) = 45^\circ,$$

所以 $\angle BAC$ 等于 45° 。

若 $\angle ACB$ 是钝角， $\angle A$ 是锐角，

$$\text{易知} \angle ABD = 40^\circ, \angle A = 45^\circ$$

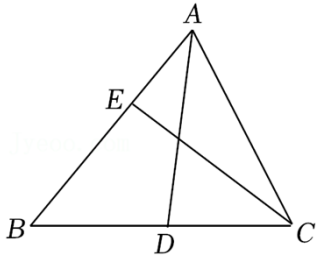


综上所述， $\angle A$ 的值为 45° 或 135° 。

故答案为： 45° 或 135° 。

【题型 2 三角形内角和定理与角平分线、高线综合】

【例 2】（2022 春·西湖区校级月考）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle BCE = 40^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $CE \perp AB$ 于点 E ，则 $\angle ADB$ 的度数为（ ）



- A. 100° B. 90° C. 80° D. 50°

【分析】根据三角形内角和定理以及角平分线的定义求出 $\angle B$ 与 $\angle BAD$ 的度数即可求解.

【解答】解： $\because CE \perp AB$,

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCE = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 50^\circ,$$

$\because \angle BAC = 60^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ,$$

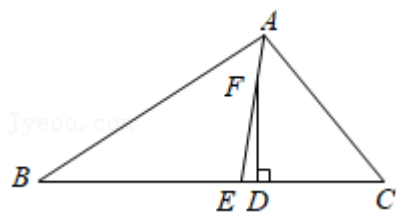
$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle B - \angle BAD$$

$$= 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ$$

$$= 100^\circ.$$

故选：A.

【变式 2-1】（2021 秋•靖西市期末） $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 50^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， AE 平分 $\angle BAC$ ，点 F 为 AE 上一点， $FD \perp BC$ 于点 D ，则 $\angle EFD$ 的度数为（ ）



- A. 5 B. 10 C. 12 D. 20

【分析】根据三角形的内角和为 180° 即可得出结论.

【解答】解： $\because \angle C = 50^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle C - \angle B = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ,$$

$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore \angle BAE = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle FED = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ,$$

又 $\because DF \perp BC$,

$$\therefore \angle FED + \angle EFD = 90^\circ,$$

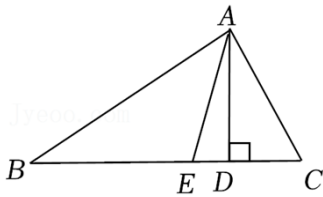
$$\therefore \angle EFD = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ,$$

故选: B .

【变式 2-2】 (2022 春·鼓楼区校级期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, AE 是角平分线.

(1) 若 $\angle B = 32^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数;

(2) 若 $\angle C - \angle B = 18^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数.



【分析】 (1) 根据三角形内角和定理求出 $\angle BAC$, 根据角平分线的定义求出 $\angle EAC$, 根据垂直求出 $\angle ADC = 90^\circ$, 根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle DAC$, 再求出答案即可;

(2) 求出 $\angle C = 18^\circ + \angle B$, 根据三角形内角和定理求出 $\angle BAC$, 根据角平分线的定义求出 $\angle EAC$, 根据垂直求出 $\angle ADC = 90^\circ$, 根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle DAC$, 再求出答案即可.

【解答】 解: (1) $\because \angle B = 32^\circ$, $\angle C = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 88^\circ,$$

$\because AE$ 是角平分线,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 44^\circ,$$

$\because AD$ 是高,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EAC - \angle DAC = 44^\circ - 30^\circ = 14^\circ;$$

(2) $\because \angle C - \angle B = 18^\circ$,

$$\therefore \angle C = 18^\circ + \angle B,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - \angle B - (18^\circ + \angle B) = 162^\circ - 2\angle B,$$

$\because AE$ 是角平分线,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 81^\circ - \angle B,$$

$\because AD$ 是高,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 18^\circ + \angle B,$$

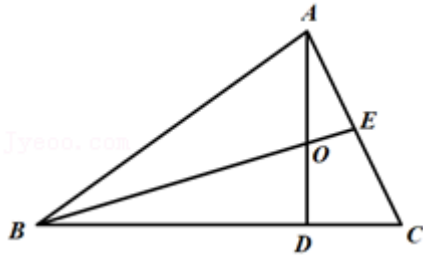
$$\therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - (18^\circ + \angle B) = 72^\circ - \angle B,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EAC - \angle DAC = (81^\circ - \angle B) - (72^\circ - \angle B) = 9^\circ.$$

【变式 2-3】 (2022 春·锡山区期中) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , BE 是 $\angle ABC$ 的平分线, 若 $\angle DAC = 30^\circ$, $\angle BAC = 80^\circ$.

(1) 求 $\angle EBC$ 的度数;

(2) 求 $\angle AOB$ 的度数.



【分析】 (1) 由直角三角形的性质可求解 $\angle C = 60^\circ$, 利用三角形的内角和定理可求解 $\angle ABC = 40^\circ$, 再根据角平分线的定义可求解;

(2) 由 $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC$ 可求解 $\angle BAD = 50^\circ$, 由角平分线的定义可求解 $\angle ABO = \angle EBC = 20^\circ$, 由三角形的内角和定理可求解.

【解答】 解: (1) $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是直角三角形,

$$\because \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ - \angle DAC = 60^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 40^\circ,$$

$\because BE$ 是 $\triangle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 20^\circ;$$

$$(2) \because \angle BAC = 80^\circ, \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 50^\circ,$$

由(1)可知 $\angle EBC=20^\circ$ ，

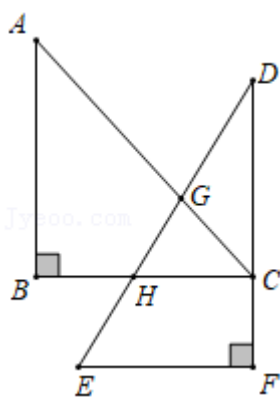
$\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle ABO = \angle EBC = 20^\circ$ ，

在 $\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = 180^\circ - \angle BAO - \angle ABO = 110^\circ$ 。

【题型3 三角形内角和定理与平行线的性质综合】

【例3】(2022·高唐县二模)将一副直角三角尺按如图所示的方式摆放在一起，其中 $\angle B = \angle F = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle E = 60^\circ$ ，点 C 在边 DF 上， AC ， BC 分别交 DE 于点 G ， H 。若 $BC \parallel EF$ ，则 $\angle AGD$ 的度数为()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

【分析】在 $\triangle ABC$ 中，利用三角形内角和定理可求出 $\angle ACB$ （即 $\angle HCG$ ）的度数，由 $BC \parallel EF$ ，利用“两直线平行，同位角相等”可得出 $\angle GHC$ 的度数，在 $\triangle HCG$ 中，利用三角形内角和定理可求出 $\angle HGC$ 的度数，再结合对顶角相等可得出 $\angle AGD$ 的度数。

【解答】解： $\because \angle B = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，即 $\angle HCG = 45^\circ$ 。

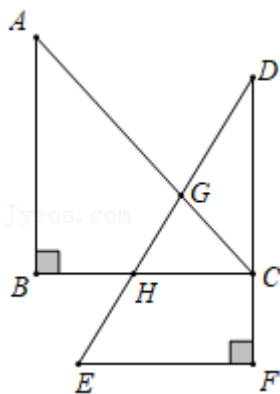
$\because BC \parallel EF$ ，

$\therefore \angle GHC = \angle E = 60^\circ$ ，

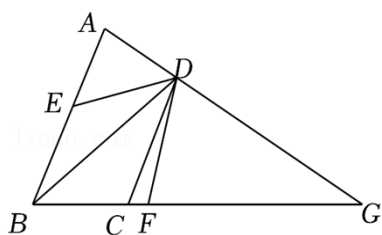
$\therefore \angle HGC = 180^\circ - \angle GHC - \angle HCG = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle AGD = \angle HGC = 75^\circ$ 。

故选：D。



【变式 3-1】（2022 春·兴宁区校级期末）如图，在 $\triangle ABG$ 中， D 为 AG 上一点， $AB \parallel DC$ ，点 E 是边 AB 上一点，连接 ED ， $\angle EBD = \angle EDB$ ， DF 平分 $\angle EDG$ ，若 $\angle GDC = 72^\circ$ ，则 $\angle BDF$ 的度数为（ ）



- A. 50° B. 40° C. 45° D. 36°

【分析】根据平行线的性质可得 $\angle EBD = \angle BDC$ ，根据角平分线的定义可得 $\angle EDB = \angle BDC$ ，设 $\angle EDB = \angle BDC = x^\circ$ ，表示出 $\angle GDE$ ，根据角平分线的性质可得 $\angle EDF$ ，再根据 $\angle BDF = \angle EDF - \angle BDE$ ，求解即可。

【解答】解： $\because AB \parallel DC$ ，

$$\therefore \angle EBD = \angle BDC,$$

$$\because \angle EBD = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle BDC,$$

$$\text{设 } \angle EDB = \angle BDC = x^\circ,$$

$$\because \angle GDC = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle GDE = 2x^\circ + 72^\circ,$$

$$\because DF \text{ 平分 } \angle EDG,$$

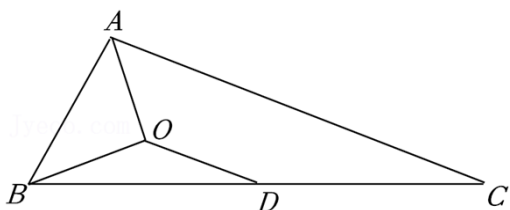
$$\therefore \angle EDF = \frac{1}{2} \angle EDG = x^\circ + 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle EDF - \angle BDE = x^\circ + 36^\circ - x^\circ = 36^\circ,$$

故选：D.

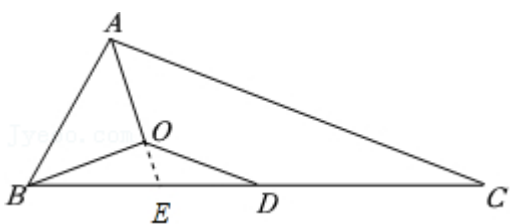
【变式 3-2】（2022 春·泌阳县期末）如图，在 $\triangle ABC$ 中， AO 平分 $\angle BAC$ ， $BO \perp AO$ ， O 为垂足， $OD \parallel AC$ ，

若 $\angle ABO=40^\circ$ ，试求 $\angle BOD$ 的大小。（提示：延长 AO 交 BC 于点 E ）



【分析】 延长 AO 交 BC 于点 E ，根据垂直的定义得到 $\angle AOB = \angle BOE = 90^\circ$ ，根据三角形内角和得出 $\angle BAO = 50^\circ$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle EAC = 50^\circ$ ，根据平行线的性质得到 $\angle EOD = 50^\circ$ ，根据角的和差即可得解。

【解答】 解：延长 AO 交 BC 于点 E ，



$$\because BO \perp AO,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABO = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 180^\circ - \angle ABO - \angle AOB = 50^\circ,$$

$$\because AO \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle BAO = 50^\circ,$$

$$\because OD \parallel AC,$$

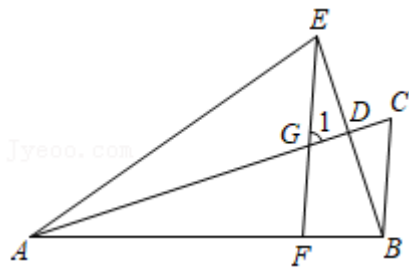
$$\therefore \angle EOD = \angle EAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BOE + \angle EOD = 140^\circ.$$

【变式 3-3】（2022 春•铜梁区校级期中）如图， AD 是 $\triangle ABE$ 的角平分线，过点 B 作 $BC \perp AB$ 交 AD 的延长线于点 C ，点 F 在 AB 上，连接 EF 交 AD 于点 G 。

(1) 若 $2\angle 1 + \angle EAB = 180^\circ$ ，求证： $EF \parallel BC$ ；

(2) 若 $\angle C = 72^\circ$ ， $\angle AEB = 78^\circ$ ，求 $\angle CBE$ 的度数。



【分析】（1）先根据垂直等于得到 $\angle ABC=90^\circ$ ，则 $\angle C+\angle BAC=90^\circ$ ，再证明 $2\angle C+\angle EAB=180^\circ$ ，加上 $2\angle 1+\angle EAB=180^\circ$ ，则 $\angle 1=\angle C$ ，然后根据平行线的判定方法得到结论；

（2）先根据三角形内角和定理可计算出计算出 $\angle BAC=18^\circ$ ，则 $\angle EAD=18^\circ$ ，根据三角形内角和定理得到 $\angle EAD+\angle AED=\angle C+\angle CBE$ ，即 $18^\circ+78^\circ=72^\circ+\angle CBE$ ，从而可求出 $\angle CBE$ 的度数．

【解答】（1）证明： $\because BC\perp AB$ ，

$$\therefore \angle ABC=90^\circ，$$

$$\therefore \angle C+\angle BAC=90^\circ，$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABE$ 的角平分线，

$$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle EAB，$$

$$\therefore \angle C+\frac{1}{2}\angle EAB=90^\circ，$$

$$\text{即 } 2\angle C+\angle EAB=180^\circ，$$

$$\because 2\angle 1+\angle EAB=180^\circ，$$

$$\therefore \angle 1=\angle C，$$

$$\therefore EF\parallel BC；$$

（2）解： $\because \angle ABC=90^\circ$ ， $\angle C=72^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC=18^\circ，$$

$$\therefore \angle EAD=\angle BAC=18^\circ，$$

$$\because \angle ADE=\angle BDC，$$

$$\therefore \angle EAD+\angle AED=\angle C+\angle CBE，$$

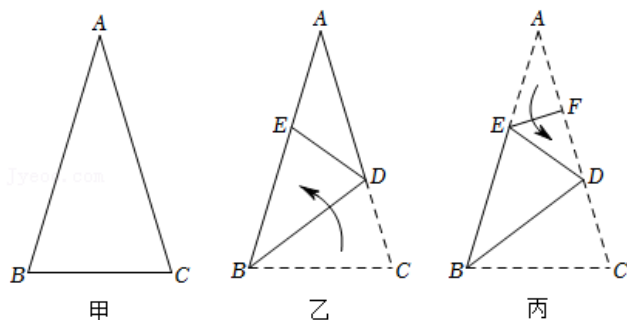
$$\text{即 } 18^\circ+78^\circ=72^\circ+\angle CBE，$$

$$\therefore \angle CBE=24^\circ．$$

【题型 4 三角形内角和定理与折叠性质综合】

【例 4】（2022 春·锦江区校级期中）如图甲所示三角形纸片 ABC 中， $\angle B=\angle C$ ，将纸片沿过点 B 的直线

折叠，使点 C 落到 AB 边上的 E 点处，折痕为 BD （如图乙）．再将纸片沿过点 E 的直线折叠，点 A 恰好与点 D 重合，折痕为 EF （如图丙），则 $\angle ABC$ 的大小为 _____° ．

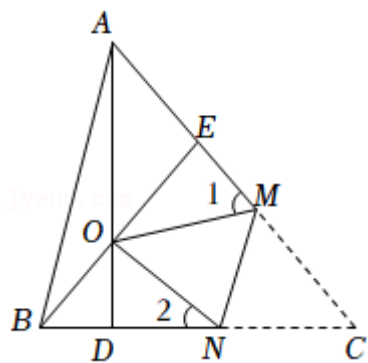


【分析】 设 $\angle A = x$ ，根据翻折不变性可知 $\angle A = \angle EDA = x$ ， $\angle C = \angle BED = \angle A + \angle EDA = 2x$ ，利用三角形内角和定理构建方程即可解决问题．

【解答】 解：设 $\angle A = x$ ，根据翻折不变性可知 $\angle A = \angle EDA = x$ ， $\angle C = \angle DEB = \angle A + \angle EDA = 2x$ ，
 $\because AB = AC$ ，
 $\therefore \angle ABC = \angle C = 2x$ ，
 $\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$ ，
 $\therefore 5x = 180^\circ$ ，
 $\therefore x = 36^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC = 72^\circ$ ．

故答案为：72．

【变式 4-2】（2021 春•丹阳市期中）如图， $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， $BE \perp AC$ 于点 E ， AD 与 BE 交于点 O ，将 $\triangle ABC$ 沿 MN 折叠，使点 C 与点 O 重合，若 $\angle AOB = 135^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____° ．



【分析】 根据折叠的性质得到对应角相等，推出 $\angle 1 + \angle 2 = 2\angle MON$ ，根据垂直的定义得到 $\angle ODN = \angle OEM = 90^\circ$ ，利用平角的定义得到 $\angle BOD + \angle DON + \angle MON + \angle EOM = 180^\circ$ ，即可求出结果．

【解答】 解：由折叠性质可知， $\angle OMN = \angle CMN$ ， $\angle ONM = \angle CNM$ ， $\angle MON = \angle MCN$ ，
 $\therefore \angle 1 = 180^\circ - 2\angle CMN$ ， $\angle 2 = 180^\circ - 2\angle CNM$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 2(180^\circ - \angle CMN - \angle CNM) = 2\angle MCN = 2\angle MON,$$

$$\therefore \angle AOB = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 45^\circ,$$

$$\therefore AD \perp BC, BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle ODN = \angle OEM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DON = 90^\circ - \angle 2, \angle EOM = 90^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle BOD + \angle DON + \angle MON + \angle EOM = 180^\circ,$$

$$\text{即 } 45^\circ + 90^\circ - \angle 2 + 90^\circ - \angle 1 + \frac{1}{2}(\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\angle 1 + \angle 2) = 45^\circ,$$

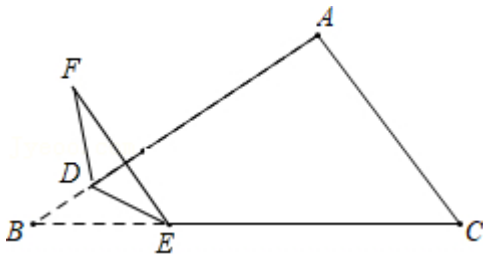
$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

故答案为: 90.

【变式 4-3】 (2022 春·铁西区期末) 有一张三角形纸片 ABC , 已知 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 点 D 在边 AB 上, 请在边 BC 上找一点 E , 将纸片沿直线 DE 折叠, 点 B 落在点 F 处, 若 EF 与三角形纸片 ABC 的边 AC 平行, 则 $\angle BED$ 的度数为 _____.

【分析】 分两种情况: ①当点 F 在 AB 的上方时, ②当点 F 在 BC 的下方时, 根据折叠性质、平行线的性质即可解决问题.

【解答】 解: ①当点 F 在 AB 的上方时, 如图:



$$\therefore AC \parallel EF, \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle C = 50^\circ,$$

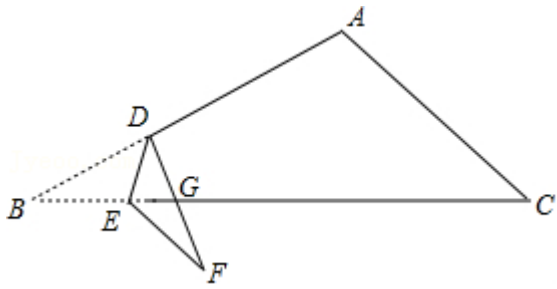
$$\therefore \angle BED = \angle FED = \frac{1}{2}\angle BEF = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle B - \angle BED = 180^\circ - 30^\circ - 25^\circ = 125^\circ;$$

②当点 F 在 BC 的下方时, 如图:

$$\therefore AC \parallel EF, \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle C = 50^\circ,$$



$$\because \angle F = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BGD = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BDG = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \frac{1}{2} \angle BDG = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ;$$

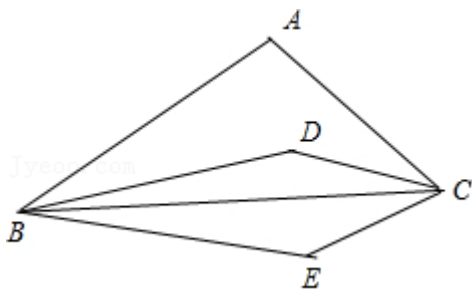
综上所述， $\angle BDE$ 的度数为 35° 或 125° .

故答案为： 35° 或 125° .

【变式 4-4】 (2022·巴彦县二模) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 110^\circ$ ，点 D 在 $\triangle ABC$ 内，将射线 BA 沿直线 BD 翻折，将射线 CA 沿直线 CD 翻折，两射线交于点 E ，若 $\angle BEC = 150^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为 _____.

【分析】 当点 E 在 $\triangle ABC$ 外时，根据四边形的内角和求出 $\angle ABE + \angle ACE$ ，再由折叠性质求得 $\angle ABD + \angle ACD$ ，由三角形内角和求得 $\angle ABC + \angle ACB$ ，便可求得 $\angle CBD + \angle BCD$ ，最后由三角形内角和求得 $\angle BDC$ ；当点 E 在 $\triangle ABC$ 内时，根据三角形内角和求出结果便可.

【解答】 解：当点 E 在 $\triangle ABC$ 外时，如图，



$$\because \angle A = 110^\circ, \angle BEC = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle ACE = 360^\circ - 110^\circ - 150^\circ = 100^\circ,$$

由折叠性质知， $\angle ABD = \angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABE$ ， $\angle ACD = \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACE$ ，

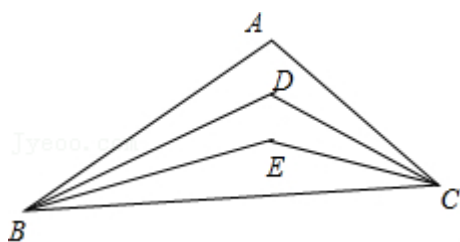
$$\therefore \angle ABD + \angle ACD = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ,$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD + \angle BCD = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ,$$

当点 E 在 $\triangle ABC$ 内时，如图，



$$\because \angle A = 110^\circ, \angle BEC = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

$$\angle EBC + \angle ECB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle ACE = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ,$$

由折叠性质知， $\angle DBE = \frac{1}{2}\angle ABE$ ， $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle ACE$ ，

$$\therefore \angle DBE + \angle DCE = \frac{1}{2}(\angle ABE + \angle ACE) = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \angle DBE + \angle DCE + \angle EBC + \angle ECB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 130^\circ,$$

故答案为： 160° 或 130° .

【题型 5 三角形内角和定理与新定义问题综合】

【例 5】（2021 秋·山亭区期末）定义：当三角形中一个内角 α 是另一个内角的两倍时，我们称此三角形为“倍角三角形”，其中 α 称为“倍角”，如果一个“倍角三角形”的一个内角为 99° ，那么倍角 α 的度数是 _____.

【分析】根据三角形内角和定理以及分类讨论的思想解决本题.

【解答】解：设这个“倍角”三角形的三个内角分别为 α 、 β 、 γ ，其中 $\alpha = 2\beta$ ，则可能出现以下几种情况：

① 当 $\alpha = 99^\circ$ 时，则 $\beta = 49.5^\circ$ ；

② 当 $\beta = 99^\circ$ 时，则 $\alpha = 198^\circ$ ，该种情况不存在；

③ 当 $\gamma = 99^\circ$ 时，则 $\alpha + \beta + \gamma = 2\beta + \beta + 99^\circ = 180^\circ$ ，故 $\beta = 27^\circ$ ， $\alpha = 54^\circ$.

综上： $\alpha = 99^\circ$ 或 54° .

故答案为： 99° 或 54° .

【变式 5-1】（2022 春·大丰区校级月考）当三角形中一个内角 \hat{a} 是另外一个内角 \hat{a} 的 $\frac{1}{2}$ 时，我们称此三角形为“友好三角形”， \hat{a} 为友好角. 如果一个“友好三角形”中有一个内角为 36° ，那么这个“友好三角

形”的“友好角 α ”的度数为_____.

【分析】利用“友好三角形”的定义讨论：当三角形的另一个内角为 72° 时，可确定“友好角 α ”的度数为 72° ；当三角形的另一个内角为 18° 时，可确定“友好角 α ”的度数为 36° ；当三角形的另两个内角为 x ， $2x$ 时，利用三角形内角和求出 $x=48^\circ$ ，所以 $2x=96^\circ$ ，从而得到“友好角 α ”的度数.

【解答】解： \because 一个“友好三角形”中有一个内角为 36° ，

\therefore 当三角形的另一个内角为 72° 时，这个“友好三角形”的“友好角 α ”的度数为 72° ；

当三角形的另一个内角为 18° 时，这个“友好三角形”的“友好角 α ”的度数为 36° ；

当三角形的另两个内角为 x ， $2x$ 时，则 $x+2x+36^\circ=180^\circ$ ，解得 $x=48^\circ$ ， $2x=96^\circ$ ，这个“友好三角形”的“友好角 α ”的度数为 96° ；

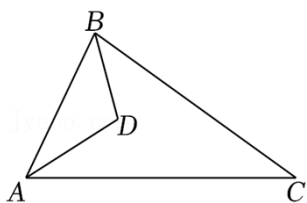
综上所述，这个“友好三角形”的“友好角 α ”的度数为 36° 或 72° 或 96° ．

故答案为： 36° 或 72° 或 96° ．

【变式 5-2】（2022 春·安溪县期末）新定义：在 $\triangle ABC$ 中，若存在最大内角是最小内角度数的 n 倍（ n 为大于 1 的正整数），则称 $\triangle ABC$ 为“ n 倍角三角形”．例如，在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=90^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，则 $\angle C=30^\circ$ ，因为 $\angle A$ 最大， $\angle C$ 最小，且 $\angle A=3\angle C$ ，所以 $\triangle ABC$ 为“3 倍角三角形”．

（1）在 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle E=40^\circ$ ， $\angle F=60^\circ$ ，则 $\triangle DEF$ 为“_____倍角三角形”．

（2）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=36^\circ$ ， $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 的角平分线相交于点 D ，若 $\triangle ABD$ 为“6 倍角三角形”，请求出 $\angle ABD$ 的度数．



【分析】（1）根据三角形内角和定理求出 $\angle D$ ，根据 n 倍角三角形的定义判断；

（2）根据角平分线的定义、三角形内角和定理求出 $\angle ADB$ ， n 倍角三角形的定义分情况讨论计算，得到答案.

【解答】解：（1）在 $\triangle DEF$ 中， $\angle E=40^\circ$ ， $\angle F=60^\circ$ ，

则 $\angle D=180^\circ - \angle E - \angle F=80^\circ$ ，

$\therefore \angle D=2\angle E$ ，

$\therefore \triangle DEF$ 为“2 倍角三角形”，

故答案为：2；

（2） $\because \angle C=36^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ,$$

$\because \angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 的角平分线相交于点 D ,

$$\therefore \angle DAB = \frac{1}{2}\angle BAC, \quad \angle DBA = \frac{1}{2}\angle ABC,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle DBA = \frac{1}{2} \times 144^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ,$$

$\because \triangle ABD$ 为“6倍角三角形”,

$$\therefore \angle ADB = 6\angle ABD \text{ 或 } \angle ADB = 6\angle BAD,$$

当 $\angle ADB = 6\angle ABD$ 时, $\angle ABD = 18^\circ$,

当 $\angle ADB = 6\angle BAD$ 时, $\angle BAD = 18^\circ$, 则 $\angle ABD = 180^\circ - 108^\circ - 18^\circ = 54^\circ$,

综上所述, $\angle ABD$ 的度数为 18° 或 54° .

【变式 5-3】 (2021 秋·福田区校级期末) 我们定义:

【概念理解】 在一个三角形中, 如果一个角的度数是另一个角度数的 4 倍, 那么这样的三角形我们称之为“完美三角形”. 如: 三个内角分别为 130° 、 40° 、 10° 的三角形是“完美三角形”.

【简单应用】 如图 1, $\angle MON = 72^\circ$, 在射线 OM 上找一点 A , 过点 A 作 $AB \perp OM$ 交 ON 于点 B , 以 A 为端点作射线 AD , 交线段 OB 于点 C (点 C 不与 O 、 B 重合)

(1) $\angle ABO = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$, $\triangle AOB$ (填“是”或“不是”) “完美三角形”;

(2) 若 $\angle ACB = 90^\circ$, 求证: $\triangle AOC$ 是“完美三角形”;

【应用拓展】

如图 2, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, 连接 DC , 作 $\angle ADC$ 的平分线交 AC 于点 E , 在 DC 上取一点 F , 使 $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle DEF = \angle B$, 若 $\triangle BCD$ 是“完美三角形”, 求 $\angle B$ 的度数.

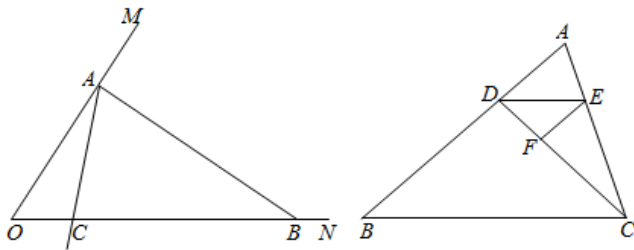


图1

图2

【概念理解】 在一个三角形中, 如果一个角的度数是另一个角度数的 4 倍, 那么这样的三角形我们称之为“完美三角形”. 如: 三个内角分别为 130° 、 40° 、 10° 的三角形是“完美三角形”.

【简单应用】 如图 1, $\angle MON = 72^\circ$, 在射线 OM 上找一点 A , 过点 A 作 $AB \perp OM$ 交 ON 于点 B , 以 A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/968100026036006127>