

专题 21.6 一元二次方程中的动点问题专项训练 (30 道)

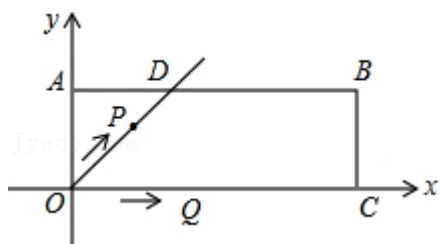
【人教版】

考卷信息:

本套训练卷共 30 题, 题型针对性较高, 覆盖面广, 选题有深度, 涵盖了一元二次方程中的动点问题所有类型!

一. 填空题 (共 7 小题)

1. (2022·峨边县模拟) 在平面直角坐标系 xOy 中, 过原点 O 及点 $A(0, 2)$ 、 $C(6, 0)$ 作矩形 $OABC$, $\angle AOC$ 的平分线交 AB 于点 D . 点 P 从点 O 出发, 以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿射线 OD 方向移动; 同时点 Q 从点 O 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动. 设移动时间为 t 秒, 当 t 为 2 或 $5 + \sqrt{5}$ 或 $5 - \sqrt{5}$ 时, $\triangle PQB$ 为直角三角形.



【分析】要使 $\triangle PQB$ 为直角三角形, 显然只有 $\angle PQB = 90^\circ$ 或 $\angle PBQ = 90^\circ$, 进而利用勾股定理分别分析得出 $PB^2 = (6-t)^2 + (2-t)^2$, $QB^2 = (6-2t)^2 + 2^2$, $PQ^2 = (2t-t)^2 + t^2 = 2t^2$, 再分别就 $\angle PQB = 90^\circ$ 和 $\angle PBQ = 90^\circ$ 讨论, 求出符合题意的 t 值即可;

【解答】解: 作 $PG \perp OC$ 于点 G , 在 $Rt\triangle POG$ 中,

$$\because \angle POQ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OPG = 45^\circ,$$

$$\therefore OP = \sqrt{2}t,$$

$$\therefore OG = PG = t,$$

$$\therefore \text{点 } P(t, t),$$

$$\text{又} \because Q(2t, 0), B(6, 2),$$

根据勾股定理可得: $PB^2 = (6-t)^2 + (2-t)^2$, $QB^2 = (6-2t)^2 + 2^2$, $PQ^2 = (2t-t)^2 + t^2 = 2t^2$,

①若 $\angle PQB = 90^\circ$, 则有 $PQ^2 + BQ^2 = PB^2$,

$$\text{即: } 2t^2 + [(6-2t)^2 + 2^2] = (6-t)^2 + (2-t)^2,$$

$$\text{整理得: } 4t^2 - 8t = 0,$$

解得： $t_1=0$ （舍去）， $t_2=2$ ，

$\therefore t=2$ ，

②若 $\angle PBQ=90^\circ$ ，则有 $PB^2+QB^2=PQ^2$ ，

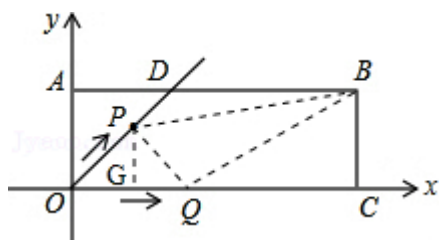
$\therefore [(6-t)^2+(2-t)^2]+[(6-2t)^2+2^2]=2t^2$ ，

整理得： $t^2-10t+20=0$ ，

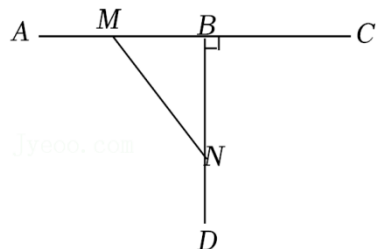
解得： $t=5\pm\sqrt{5}$ 。

$\therefore$ 当 $t=2$ 或 $t=5+\sqrt{5}$ 或 $t=5-\sqrt{5}$ 时， $\triangle PQB$ 为直角三角形。

故答案为：2或 $5+\sqrt{5}$ 或 $5-\sqrt{5}$ 。



2. （2022 春•衢江区校级期末）如图， B 是 AC 上一点，且 $BC=6\text{cm}$ ， $AB=4\text{cm}$ ，射线 $BD\perp AC$ ，垂足为 B ，动点 M 从 A 出发以 2cm/s 的速度沿着 AC 向 C 运动，同时动点 N 从 B 出发以 3cm/s 的速度沿着射线 BD 向下运动，连接 MN 。当 $\triangle BMN$ 的面积为 $\frac{3}{2}\text{cm}^2$ ，两动点运动了 t （s），则 t 的值为 $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$ 。



【分析】分 $0<t<2$ 及 $2<t\leq 5$ 两种情况考虑，当 $0<t<2$ 时， $BM=(4-2t)\text{cm}$ ， $BN=3t\text{cm}$ ，根据 $\triangle BMN$ 的面积为 $\frac{3}{2}\text{cm}^2$ ，即可得出关于 t 的一元二次方程，解之即可得出 t 值；当 $2<t\leq 5$ 时， $BM=(2t-4)\text{cm}$ ， $BN=3t\text{cm}$ ，根据 $\triangle BMN$ 的面积为 $\frac{3}{2}\text{cm}^2$ ，即可得出关于 t 的一元二次方程，解之取其符合题意的值即可得出结论。

【解答】解：当 $0<t<2$ 时， $BM=(4-2t)\text{cm}$ ， $BN=3t\text{cm}$ ，

$\therefore \frac{1}{2}(4-2t)\cdot 3t=\frac{3}{2}$ ，

整理得： $2t^2-4t+1=0$ ，

解得： $t_1 = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$, $t_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$;

当 $2 < t \leq 5$ 时, $BM = (2t - 4) \text{ cm}$, $BN = 3t \text{ cm}$,

$\therefore \frac{1}{2} (2t - 4) \cdot 3t = \frac{3}{2}$,

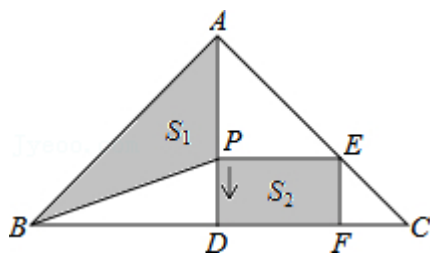
整理得： $2t^2 - 4t - 1 = 0$,

解得： $t_3 = \frac{2-\sqrt{6}}{2}$ (不合题意, 舍去), $t_4 = \frac{2+\sqrt{6}}{2}$.

综上所述, t 的值为 $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$.

故答案为： $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$.

3. (2022•临清市一模) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 16 \text{ cm}$, AD 为 BC 边上的高, 动点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow D$ 方向以 $\sqrt{2} \text{ cm/s}$ 的速度向点 D 运动. 设 $\triangle ABP$ 的面积为 S_1 , 矩形 $PDFE$ 的面积为 S_2 , 运动时间为 t 秒, 则 $t = \underline{6}$ 秒时, $S_1 = 2S_2$.



【分析】利用三角形的面积公式以及矩形的面积公式, 表示出 S_1 和 S_2 , 然后根据 $S_1 = 2S_2$, 即可列方程求解.

【解答】解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 16 \text{ cm}$, AD 为 BC 边上的高,

$\therefore AD = BD = CD = 8\sqrt{2} \text{ cm}$,

又 $\because AP = \sqrt{2}t$,

则 $S_1 = \frac{1}{2} AP \cdot BD = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}t = 8t$, $PD = 8\sqrt{2} - \sqrt{2}t$,

$\because PE \parallel BC$,

$\therefore \angle AEP = \angle C = 45^\circ$, $\angle APE = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAE = \angle PEA = 45^\circ$

$\therefore PE = AP = \sqrt{2}t$,

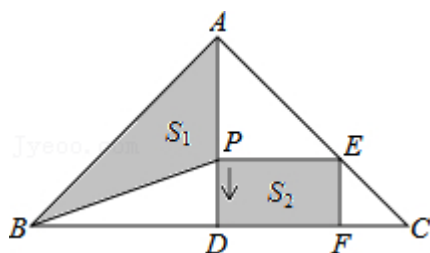
$\therefore S_2 = PD \cdot PE = (8\sqrt{2} - \sqrt{2}t) \cdot \sqrt{2}t$,

$\because S_1 = 2S_2$,

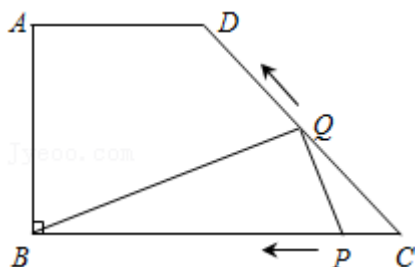
$\therefore 8t = 2(8\sqrt{2} - \sqrt{2}t) \cdot \sqrt{2}t$,

解得： $t=6$ 或 0 （舍弃）

故答案是： 6 。



4. （2022•于洪区校级模拟）如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AD = 6\text{cm}$ ， $AB = 8\text{cm}$ ， $BC = 14\text{cm}$ ．动点 P 、 Q 都从点 C 同时出发，点 P 沿 $C \rightarrow B$ 方向做匀速运动，点 Q 沿 $C \rightarrow D \rightarrow A$ 方向做匀速运动，当 P 、 Q 其中一点到达终点时，另一点也随之停止运动．若点 P 以 1cm/s 速度运动，点 Q 以 $2\sqrt{2}\text{cm/s}$ 的速度运动，连接 BQ 、 PQ ．当时间 t 为 2 秒时， $\triangle BQP$ 的面积为 24cm^2 ．



【分析】由于点 P 在线段 CB 上运动，而点 Q 沿 $C \rightarrow D \rightarrow A$ 方向做匀速运动，所以分两种情况讨论：①点 Q 在 CD 上；②点 Q 在 DA 上．针对每一种情况，都可以过 Q 点作 $QG \perp BC$ 于 G ．由于点 P 、 Q 运动的时间为 t （s），可用含 t 的代数式分别表示 BP 、 QG 的长度，然后根据三角形的面积公式列出 S 与 t 的函数关系式，并写出 t 的取值范围，根据面积为 24cm^2 ，列出方程，解方程并结合 t 的范围取舍．

【解答】解：如图 1，过 D 点作 $DH \perp BC$ ，垂足为点 H ，

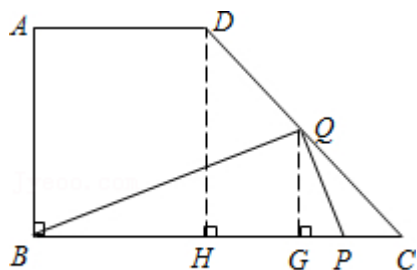


图1

则有 $DH = AB = 8\text{cm}$ ， $BH = AD = 6\text{cm}$ ．

$$\therefore CH = BC - BH = 14 - 6 = 8\text{cm}.$$

在 $\text{Rt}\triangle DCH$ 中， $\angle DHC = 90^\circ$ ，

$$\therefore CD = \sqrt{DH^2 + CH^2} = 8\sqrt{2}\text{cm}.$$

当点 P 、 Q 运动的时间为 t (s)，则 $PC=t$ 。

①如图 1，当点 Q 在 CD 上时，过 Q 点作 $QG \perp BC$ ，垂足为点 G ，则 $QC=2\sqrt{2}t$ 。

又 $\because DH=HC$ ， $DH \perp BC$ ，

$\therefore \angle C=45^\circ$ 。

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle QCG$ 中， $QG=QC \cdot \sin \angle C=2\sqrt{2}t \times \sin 45^\circ=2t$ 。

又 $\because BP=BC-PC=14-t$ ，

$$\therefore S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2}BP \times QG = \frac{1}{2}(14-t) \times 2t = 14t - t^2.$$

当 Q 运动到 D 点时所需要的时间 $t = \frac{CD}{2\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 4$ 。

$\therefore S=14t-t^2$ ($0 < t \leq 4$)，

当 $S=24$ 时， $14t-t^2=24$ ，

解得： $t_1=2$ ， $t_2=12$ (舍)。

②如图 2，当点 Q 在 DA 上时，过 Q 点作 $QG \perp BC$ ，垂足为点 G ，

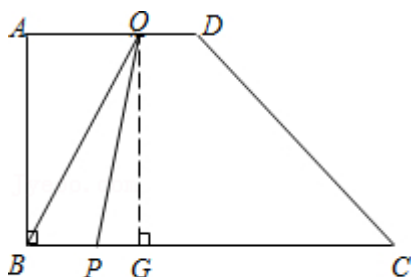


图2

则： $QG=AB=8\text{cm}$ ， $BP=BC-PC=14-t$ ，

$$\therefore S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2}BP \times QG = \frac{1}{2}(14-t) \times 8 = 56 - 4t.$$

当 Q 运动到 A 点时所需要的时间 $t = \frac{CD+AD}{2\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}+6}{2\sqrt{2}} = 4 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。

$\therefore S=56-4t$ ($4 < t \leq 4 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$)，

当 $S=24$ 时， $56-4t=24$ ，

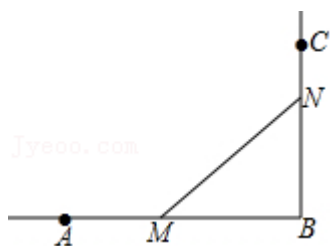
解得： $t=8 > 4 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，舍去，

综上，当 $t=2$ 时， $S=24$ ，

故答案为：2。

5. (2022 秋·惠来县月考) 如图，已知 $AB \perp BC$ ， $AB=12\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ 。一动点 N 从 C 点出发沿 CB 方向以 1cm/s 的速度向 B 点运动，同时另一动点 M 由点 A 沿 AB 方向以 2cm/s 的速度也向 B 点运动，其中一

点到达 B 点时另一点也随之停止，当 $\triangle MNB$ 的面积为 24cm^2 时运动的时间 t 为 2 秒.



【分析】根据题意可知 $CN = t\text{cm}$ ， $AM = 2t\text{cm}$ ，进而可得出 $BN = (8 - t)\text{cm}$ ， $BM = (12 - 2t)\text{cm}$ ，根据 $\triangle MNB$ 的面积为 24cm^2 ，即可得出关于 t 的一元二次方程，解之取其符合题意的值即可得出结论.

【解答】解：根据题意可知 $CN = t\text{cm}$ ， $AM = 2t\text{cm}$ ，

$$\therefore BN = (8 - t)\text{cm}, BM = (12 - 2t)\text{cm},$$

$$\because \triangle MNB \text{ 的面积为 } 24\text{cm}^2,$$

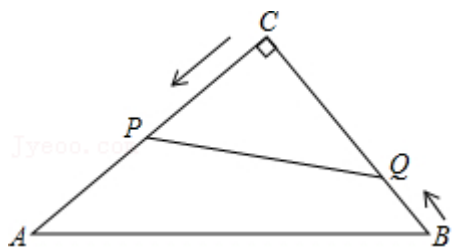
$$\therefore \frac{1}{2} \times (12 - 2t) \times (8 - t) = 24,$$

$$\text{整理得: } t^2 - 14t + 24 = 0,$$

$$\text{解得: } t_1 = 2, t_2 = 12 \text{ (不合题意, 舍去)}.$$

故答案为: 2.

6. (2022 秋·兰山区期末) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 30\text{cm}$ ， $BC = 25\text{cm}$ ，动点 P 从点 C 出发，沿 CA 方向运动，速度是 2cm/s ；同时，动点 Q 从点 B 出发，沿 BC 方向运动，速度是 1cm/s ，则经过 10 s 后， P ， Q 两点之间相距 25cm .



【分析】设 x 秒后 P 、 Q 两点相距 25cm ，用 x 表示出 CP 、 CQ ，根据勾股定理列出方程，解方程即可.

【解答】解：设 x 秒后 P 、 Q 两点相距 25cm ，

$$\text{则 } CP = 2x\text{cm}, CQ = (25 - x)\text{cm},$$

$$\text{由题意得, } (2x)^2 + (25 - x)^2 = 25^2,$$

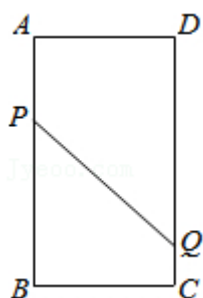
$$\text{解得, } x_1 = 10, x_2 = 0 \text{ (舍去)},$$

$$\text{则 } 10 \text{ 秒后 } P、Q \text{ 两点相距 } 25\text{cm}.$$

故答案是: 10.

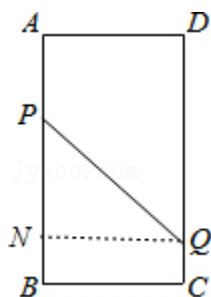
7. (2022 秋·渭滨区期中) 如图， A 、 B 、 C 、 D 是矩形的四个顶点， $AB = 16\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ，动点 P 从点 A

出发，以 3cm/s 的速度向点 B 运动，直到点 B 为止；动点 Q 同时从点 C 出发，以 2cm/s 的速度向点 D 运动，当时间为 $\frac{8}{5}\text{s}$ 或 $\frac{24}{5}\text{s}$ 时，点 P 和点 Q 之间的距离是 10cm 。



【分析】设当 t 秒时 $PQ=10\text{cm}$ ，利用勾股定理得出即可。

【解答】解：设当时间为 t 时，点 P 和点 Q 之间的距离是 10cm ，



过点 Q 作 $QN \perp AB$ 于点 N ，

则 $QC=2t\text{cm}$ ， $PN=(16-5t)\text{cm}$ ，

故 $6^2 + (16-5t)^2 = 100$ ，

解得： $t_1 = \frac{8}{5}$ ， $t_2 = \frac{24}{5}$ ，

即当时间为 $\frac{8}{5}\text{s}$ 或 $\frac{24}{5}\text{s}$ 时，点 P 和点 Q 之间的距离是 10cm ，

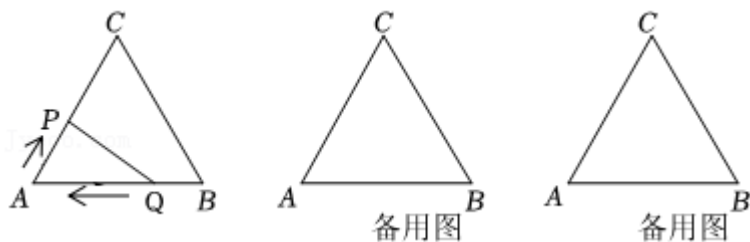
故答案为： $\frac{8}{5}\text{s}$ 或 $\frac{24}{5}\text{s}$ 。

二．解答题（共 23 小题）

8. （2022 秋•方城县期末）如图，已知等边三角形 ABC 的边长为 6cm ，点 P 从点 A 出发，沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 的方向以 2cm/s 的速度向终点 B 运动，同时点 Q 从点 B 出发，沿 $B \rightarrow A$ 的方向以 1cm/s 的速度向终点 A 运动。当点 P 运动到点 B 时，两点均停止运动。运动时间记为 $t\text{s}$ ，请解决下列问题：

（1）若点 P 在边 AC 上，当 t 为何值时， $\triangle APQ$ 为直角三角形？

（2）是否存在这样的 t 值，使 $\triangle APQ$ 的面积为 $2\sqrt{3}\text{cm}^2$ ？若存在，请求出 t 的值，若不存在，请说明理由。



【分析】（1）当点 P 在边 AC 上时，由题意知 $AP=2t$ ， $AQ=6-t$ ，再分 $\angle APQ=90^\circ$ 和 $\angle AQP=90^\circ$ 两种情况分别求解即可；

（2）分点 P 在边 AC 上和点 P 在边 BC 上两种情况，表示出 $S_{\triangle APQ}$ ，再根据 $\triangle APQ$ 的面积为 $2\sqrt{3}cm^2$ 列出关于 t 的方程，解之即可．

【解答】解：（1） $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore AB=BC=CA=6, \angle A=\angle B=\angle C=60^\circ,$$

当点 P 在边 AC 上时，由题意知， $AP=2t$ ， $AQ=6-t$ ，

当 $\angle APQ=90^\circ$ 时， $AP=\frac{1}{2}AQ$ ，即 $2t=\frac{1}{2}(6-t)$ ，解得 $t=1.2$ ，

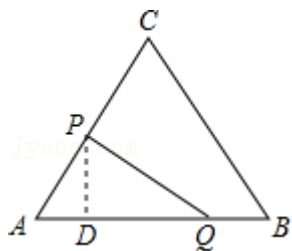
当 $\angle AQP=90^\circ$ 时， $AQ=\frac{1}{2}AP$ ，即 $6-t=\frac{1}{2} \times 2t$ ，解得 $t=3$ ，

所以，点 P 在边 AC 上，当 t 为 $1.2s$ 或 $3s$ 时， $\triangle APQ$ 为直角三角形；

（2）存在，

①当点 P 在边 AC 上时，此时 $0 \leq t \leq 3$ ，

过点 P 作 $PD \perp AB$ 于点 D ，



在 $Rt\triangle APD$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $AP=2t$ ，

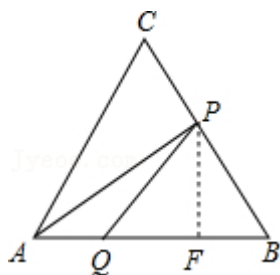
$$\therefore \sin A = \frac{PD}{AP}, \text{ 即 } \sin 60^\circ = \frac{PD}{2t} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore PD = \sqrt{3}t, S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2}AQ \cdot PD = \frac{1}{2}(6-t) \cdot \sqrt{3}t,$$

由 $\frac{1}{2}(6-t) \cdot \sqrt{3}t = 2\sqrt{3}$ 得 $t_1 = 3 + \sqrt{5}$ (不合题意，舍去)， $t_2 = 3 - \sqrt{5}$ ；

②当点 P 在边 BC 上时，此时 $3 \leq t \leq 6$ ，

如图，过点 P 作 $PF \perp AB$ 于点 F ，



在 $\text{Rt}\triangle BPF$ 中, $\angle B=60^\circ$, $BP=12-2t$,

$$\therefore \sin B = \frac{PF}{BP}, \text{ 即 } \sin 60^\circ = \frac{PF}{12-2t} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore PF = \sqrt{3}(6-t), S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2}AQ \cdot PF = \frac{1}{2}(6-t) \cdot \sqrt{3}(6-t),$$

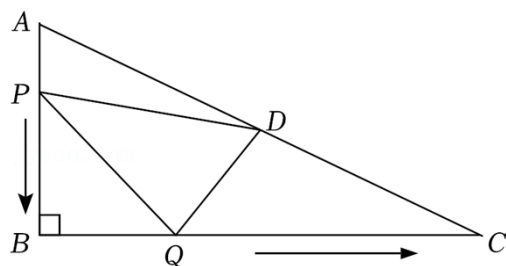
$$\text{由 } \frac{1}{2}(6-t) \cdot \sqrt{3}(6-t) = 2\sqrt{3} \text{ 得 } t_1=4, t_2=8 \text{ (不合题意, 舍去),}$$

因此, 当 t 的值是 $(3-\sqrt{5})s$ 或 $4s$ 时, $\triangle APQ$ 的面积为 $2\sqrt{3}cm^2$.

9. (2022 秋·泗阳县期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=12cm$, $BC=24cm$, 动点 P 从点 A 出发沿边 AB 向点 B 以 $2cm/s$ 的速度移动, 同时动点 Q 从点 B 出发沿边 BC 向点 C 以 $4cm/s$ 的速度移动, 当 P 运动到 B 点时 P 、 Q 两点同时停止运动, 设运动时间为 t s.

(1) $BP = \underline{(12-2t)} cm$; $BQ = \underline{4t} cm$; (用 t 的代数式表示)

(2) D 是 AC 的中点, 连接 PD 、 QD , t 为何值时 $\triangle PDQ$ 的面积为 $40cm^2$?



【分析】(1) 根据速度 $\times$ 时间 = 路程列出代数式即可;

(2) 如图, 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H , 利用三角形中位线定理求得 DH 的长度; 然后根据题意和三角形的面积列出方程, 求出方程的解即可.

【解答】解: (1) 根据题意得: $AP=2tcm$, $BQ=4tcm$,

所以 $BP = (12-2t) cm$,

故答案是: $(12-2t)$; $4t$;

(2) 如图, 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ,

$\because \angle B=90^\circ$, 即 $AB \perp BC$.

$\therefore AB \parallel DH$.

又 $\because D$ 是 AC 的中点,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BC = 12\text{cm}, DH \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线.}$$

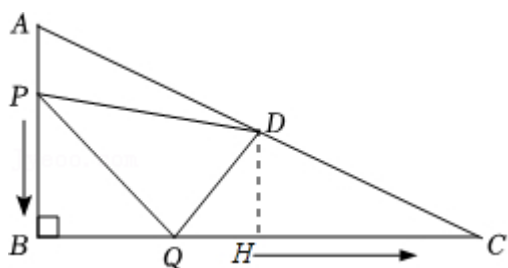
$$\therefore DH = \frac{1}{2}AB = 6\text{cm}.$$

根据题意, 得 $\frac{1}{2} \times 12 \times 24 - \frac{1}{2} \times 4t \times (12 - 2t) - \frac{1}{2} \times (24 - 4t) \times 6 - \frac{1}{2} \times 2t \times 12 = 40$,

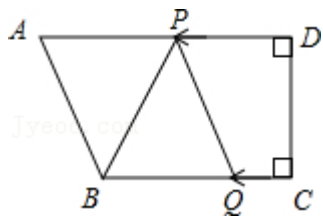
整理, 得 $t^2 - 6t + 8 = 0$.

解得: $t_1 = 2, t_2 = 4$,

即当 $t = 2$ 或 4 时, $\triangle PBQ$ 的面积是 40cm^2 .



10. (2022 春·淄川区期中) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $BC = 16$, $CD = 12$, $AD = 21$. 动点 P 从点 D 出发, 沿线段 DA 的方向以每秒 2 个单位长度的速度运动, 动点 Q 从点 C 出发, 在线段 CB 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 B 运动. 点 P, Q 分别从点 D, C 同时出发, 当点 P 运动到点 A 时, 点 Q 随之停止运动. 设运动时间为 t (s), 当 t 为何值时, 以 B, P, Q 三点为顶点的三角形为等腰三角形?



【分析】以 B, P, Q 为顶点的三角形为等腰三角形有三种情况: 当 $PB = PQ$ 时, 当 $PQ = BQ$ 时, 当 $BP = BQ$ 时, 由等腰三角形的性质就可以得出结论.

【解答】解: 如图 1, 当 $PB = PQ$ 时, 作 $PE \perp BC$ 于 E ,

$$\therefore EQ = \frac{1}{2}BQ,$$

$$\because CQ = t,$$

$$\therefore BQ = 16 - t,$$

$$\therefore EQ = 8 - \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore EC = 8 - \frac{1}{2}t + t = 8 + \frac{1}{2}t.$$

$$\therefore 2t = 8 + \frac{1}{2}t.$$

$$\text{解得: } t = \frac{16}{3}.$$

如图 2, 当 $PQ=BQ$ 时, 作 $QE \perp AD$ 于 E ,

$$\therefore \angle PEQ = \angle DEQ = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle D = \angle DEQ = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $DEQC$ 是矩形,

$$\therefore DE = QC = t,$$

$$\therefore PE = t, \quad QE = CD = 12.$$

在 $\text{Rt}\triangle PEQ$ 中, 由勾股定理, 得

$$PQ = \sqrt{t^2 + 144}.$$

$$16 - t = \sqrt{t^2 + 144},$$

$$\text{解得: } t = \frac{7}{2};$$

如图 3, 当 $BP=BQ$ 时, 作 $PE \perp BC$ 于 E ,

$$\because CQ = t,$$

$$\therefore BP = BQ = BC - CQ = 16 - t,$$

$$\because PD = 2t,$$

$$\therefore CE = 2t,$$

$$\therefore BE = 16 - 2t,$$

在 $\text{Rt}\triangle BEP$ 中,

$$(16 - 2t)^2 + 12^2 = (16 - t)^2,$$

$$3t^2 - 32t + 144 = 0,$$

$$\Delta = (-32)^2 - 4 \times 3 \times 144 = -704 < 0,$$

故方程无解.

综上所述, $t = \frac{16}{3}$ 或 $\frac{7}{2}$ 时, 以 B, P, Q 三点为顶点的三角形为等腰三角形.

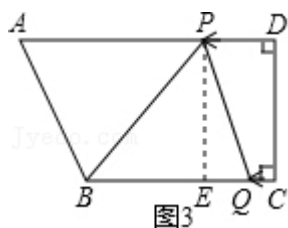


图3

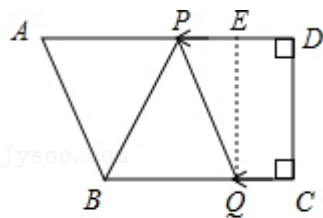


图2

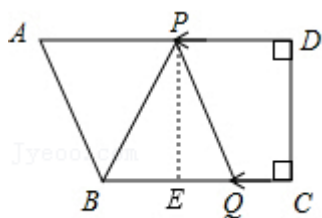


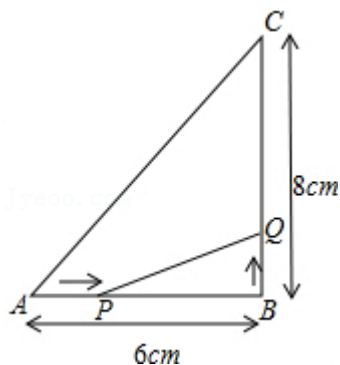
图1

11. (2022•红谷滩区校级模拟) 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$.

(1) 点 P 从点 A 开始沿 AB 边向 B 以 1cm/s 的速度移动, 点 Q 从 B 点开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动, 如果 P , Q 分别从 A , B 同时出发, 经过几秒, 点 P , Q 之间的距离为 $\sqrt{6}\text{cm}$?

(2) 点 P 从点 A 开始沿 AB 边向 B 以 1cm/s 的速度移动, 点 Q 从 B 点开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动, 如果 P , Q 分别从 A , B 同时出发, 经过几秒, 使 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 ?

(3) 若 P 点沿射线 AB 方向从 A 点出发以 1cm/s 的速度移动, 点 Q 沿射线 CB 方向从 C 点出发以 2cm/s 的速度移动, P , Q 同时出发, 几秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 1cm^2 ?



【分析】(1) 设经过 x 秒, 点 P , Q 之间的距离为 $\sqrt{6}\text{cm}$, 根据勾股定理列式求解即可;

(2) 设经过 y 秒, 使 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 , 由三角形的面积公式列式并求解即可;

(3) 分三种情况列方程求解即可: ①点 P 在线段 AB 上, 点 Q 在射线 CB 上; ②点 P 在线段 AB 上, 点

Q 在射线 CB 上；点 P 在射线 AB 上，点 Q 在射线 CB 上.

【解答】解：（1）设经过 x 秒，点 P, Q 之间的距离为 $\sqrt{6}cm$,

则 $AP=x (cm)$, $QB=2x (cm)$,

$$\because AB=6cm, BC=8cm$$

$$\therefore PB=(6-x) (cm) ,$$

$$\because \text{在} \triangle ABC \text{ 中, } \angle B=90^\circ$$

$$\therefore \text{由勾股定理得: } (6-x)^2 + (2x)^2 = 6$$

$$\text{化简得: } 5x^2 - 12x + 30 = 0$$

$$\therefore \Delta = (-12)^2 - 4 \times 5 \times 30 = 144 - 600 < 0$$

$\therefore$ 点 P, Q 之间的距离不可能为 $\sqrt{6}cm$.

（2）设经过 x 秒，使 $\triangle PBQ$ 的面积等于 $8cm^2$ ，由题意得：

$$\frac{1}{2} (6-x) \cdot 2x = 8$$

$$\text{解得: } x_1=2, x_2=4$$

检验发现 x_1, x_2 均符合题意

$\therefore$ 经过 2 秒或 4 秒， $\triangle PBQ$ 的面积等于 $8cm^2$.

（3）①点 P 在线段 AB 上，点 Q 在线段 CB 上

设经过 m 秒， $0 < m \leq 4$ ，依题意有

$$\frac{1}{2} (6-m) (8-2m) = 1$$

$$\therefore m^2 - 10m + 23 = 0$$

$$\text{解得: } m_1 = 5 + \sqrt{2} \text{ (舍)}, m_2 = 5 - \sqrt{2}$$

$\therefore m = 5 - \sqrt{2}$ 符合题意；

②点 P 在线段 AB 上，点 Q 在射线 CB 上

设经过 n 秒， $4 < n \leq 6$ ，依题意有

$$\frac{1}{2} (6-n) (2n-8) = 1$$

$$\therefore n^2 - 10n + 25 = 0$$

$$\text{解得 } n_1 = n_2 = 5$$

$\therefore n = 5$ 符合题意；

③点 P 在射线 AB 上，点 Q 在射线 CB 上

设经过 k 秒, $k > 6$, 依题意有

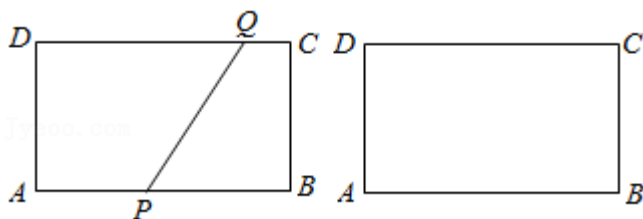
$$\frac{1}{2}(k-6)(2k-8)=1$$

解得 $k_1=5+\sqrt{2}$, $k_2=5-\sqrt{2}$ (舍)

$\therefore k=5+\sqrt{2}$ 符合题意;

$\therefore$ 经过 $(5-\sqrt{2})$ 秒, 5 秒, $(5+\sqrt{2})$ 秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 1cm^2 .

12. (2022 秋•射阳县期末) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, 动点 P 从点 A 出发, 以 2cm/s 的速度沿 AB 向点 B 移动, 同时, 点 Q 从点 C 出发, 以 1cm/s 的速度沿 CD 向点 D 移动 (点 P 到达点 B 停止时, 点 Q 也随之停止运动), 设点 P 运动时间为 t 秒.



(1) 试求当 t 为何值时四边形 $APQD$ 为矩形;

(2) P 、 Q 两点出发多长时间, 线段 PQ 的长度为 5cm .

【分析】(1) 根据矩形的对边相等得到 $AP=PQ$, 由时间 $\times$ 速度 = 路程求得线段 AP 、 PQ 的长度, 然后等量关系 $AP=PQ$ 列出方程并解答;

(2) 过点 P 作 $PE \perp CD$ 于点 E , 利用勾股定理列出关于 t 的方程, 通过解方程求得答案.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 $APQD$ 为矩形,

$$\therefore AP=PQ,$$

$$\therefore 2t=6-t,$$

$$\therefore 3t=6,$$

$$\therefore t=2.$$

(2) 过点 P 作 $PE \perp CD$ 于点 E ,

$$\because \angle A = \angle D = \angle DEP = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $APED$ 是矩形.

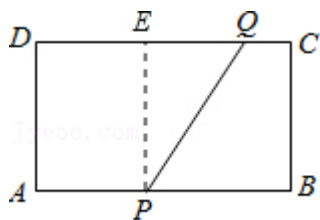
$$\therefore AP=DE=2t,$$

$$\therefore EQ=CD-DE-CQ=6-3t,$$

在 $\text{Rt}\triangle PQE$ 中, $PE^2+EQ^2=PQ^2$, 即 $(6-3t)^2=9$,

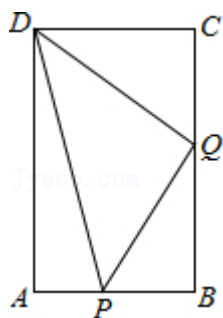
解得 $t_1=1$, $t_2=3$,

答：当出发 1s 或 3s 时，线段 PQ 的长度为 5cm.



13. (2022 春·铜山区期末) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6\text{cm}$ ， $BC=12\text{cm}$ ，点 P 从点 A 沿边 AB 向点 B 以 1cm/s 的速度移动；同时，点 Q 从点 B 沿边 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度移动. 问：

- (1) 几秒时 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 ；
- (2) 几秒时 $\triangle PDQ$ 的面积等于 28cm^2 ；
- (3) 几秒时 $PQ \perp DQ$.



【分析】(1) 表示出 PB ， QB 的长，利用 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 列式求值即可；

(2) 设出发秒 x 时 $\triangle DPQ$ 的面积等于 28 平方厘米，根据三角形的面积公式列出方程，再解方程即可；

(3) 如果 $PQ \perp DQ$ ，则 $\angle DQP$ 为直角，得出 $\triangle BPQ \sim \triangle CQD$ ，即可得出 $\frac{BP}{CQ} = \frac{BQ}{CD}$ ，再设 $AP=x$ ， $QB=2x$ ，得出 $\frac{6-x}{12-2x} = \frac{2x}{6}$ ，求出 x 即可.

【解答】解：

(1) 设 x 秒后 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 .

则 $AP=x$ ， $QB=2x$.

$$\therefore PB=6-x.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (6-x) \cdot 2x=8,$$

解得 $x_1=2$ ， $x_2=4$,

答：2 秒或 4 秒后 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 ；

(2) 设出发秒 x 时 $\triangle DPQ$ 的面积等于 28cm^2 .

$$\because S_{\text{矩形}ABCD} - S_{\triangle APD} - S_{\triangle BPQ} - S_{\triangle CDQ} = S_{\triangle DPQ}$$

$$\therefore 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 12x - \frac{1}{2} \times 2x(6-x) - \frac{1}{2} \times 6 \times (12-2x) = 28,$$

化简整理得 $x^2 - 6x + 8 = 0$,

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 4$,

答: 2 秒或 4 秒后 $\triangle PDQ$ 的面积等于 28cm^2 ;

(3) 设 x 秒后 $PQ \perp DQ$ 时, 则 $\angle DQP$ 为直角,

$$\therefore \triangle BPQ \sim \triangle CQD,$$

$$\therefore \frac{BP}{CQ} = \frac{BQ}{CD},$$

设 $AP = x$, $QB = 2x$.

$$\therefore \frac{6-x}{12-2x} = \frac{2x}{6},$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 18 = 0,$$

解得: $x = \frac{3}{2}$ 或 6,

经检验 $x = \frac{3}{2}$ 是原分式方程的根, $x = 6$ 不是原分式方程的根,

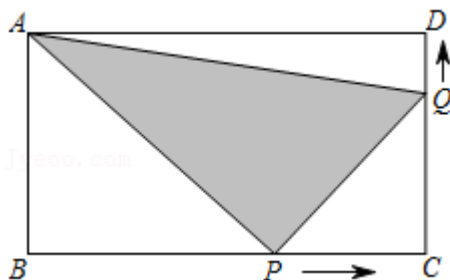
当 $x = 6$ 时, P 点到达 B 点、 Q 点到达 C 点, 此时 $PQ \perp DQ$.

答: $\frac{3}{2}$ 秒或 6 秒后 $PQ \perp DQ$.

14. (2022·宿迁三模) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, 点 P 从点 B 出发沿线段 BC 、 CD 以 2cm/s 的速度向终点 D 运动; 同时, 点 Q 从点 C 出发沿线段 CD 、 DA 以 1cm/s 的速度向终点 A 运动 (P 、 Q 两点中, 只要有一点到达终点, 则另一点运动立即停止).

(1) 运动停止后, 哪一点先到终点? 另一点离终点还有多远?

(2) 在运动过程中, $\triangle APQ$ 的面积能否等于 22cm^2 ? 若能, 需运动多长时间? 若不能, 请说明理由.



【分析】（1）根据题意可以分别计算出两个点运动到终点的时间，从而可以解答本题；

（2）先判断，然后计算出相应的时间即可解答本题．

【解答】解：（1）点 P 从开始到运动停止用的时间为： $(12+6) \div 2 = 9s$ ，

点 Q 从开始到运动停止用的时间为： $(6+12) \div 1 = 18s$ ，

$\because 9 < 18$ ，只要有一点到达终点，则另一点运动立即停止，

$\therefore$ 点 P 先到终点，此时点 Q 离终点的距离是： $(6+12) - 1 \times 9 = 9cm$ ，

答：点 P 先到终点，此时点 Q 离终点的距离是 $9cm$ ；

（2）在运动过程中， $\triangle APQ$ 的面积能等于 $22cm^2$ ，

当点 P 从点 B 运动到点 C 的过程中，设点 P 运动时间为 as ，

$\therefore \triangle APQ$ 的面积能否等于 $22cm^2$ ，

$$\therefore 12 \times 6 - \frac{2a \times 6}{2} - \frac{(12-2a) \times a}{2} - \frac{(6-a) \times 12}{2} = 22,$$

解得，此方程无解；

当点 P 从 C 到 D 的过程中，设点 P 运动的时间为 $(b+6)s$ ，

$\therefore \triangle APQ$ 的面积能否等于 $22cm^2$ ，

$$\therefore 12 \times 6 - \frac{(6+2b) \times 12}{2} - \frac{b(6-2b)}{2} = 22,$$

解得， $b_1 = 1$ ， $b_2 = 14$ （舍去），

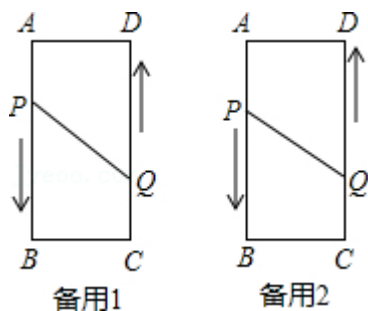
即需运动 $6+1=7s$ ， $\triangle APQ$ 的面积能等于 $22cm^2$ ．

15. （2022 春•嘉兴期末）如图，长方形 $ABCD$ （长方形的对边相等，每个角都是 90° ）， $AB=6cm$ ， $AD=2cm$ ，动点 P 、 Q 分别从点 A 、 C 同时出发，点 P 以 2 厘米/秒的速度向终点 B 移动，点 Q 以 1 厘米/秒的速度向 D 移动，当有一点到达终点时，另一点也停止运动．设运动的时间为 t ，问：

（1）当 $t=1$ 秒时，四边形 $BCQP$ 面积是多少？

（2）当 t 为何值时，点 P 和点 Q 距离是 $3cm$ ？

（3）当 $t = \underline{\frac{3+\sqrt{7}}{2}}, \underline{\frac{3-\sqrt{7}}{2}}, \underline{\frac{6}{5}}, \underline{\frac{-6+2\sqrt{33}}{3}}}$ 以点 P 、 Q 、 D 为顶点的三角形是等腰三角形．（直接写出答案）



【分析】（1）如图 1，当 $t=1$ 时，就可以得出 $CQ=1\text{cm}$ ， $AP=2\text{cm}$ ，就有 $PB=6-2=4\text{cm}$ ，由梯形的面积就可以得出四边形 $BCQP$ 的面积；

（2）如图 1，作 $QE \perp AB$ 于 E ，在 $\text{Rt}\triangle PEQ$ 中，由勾股定理建立方程求出其解即可，如图 2，作 $PE \perp CD$ 于 E ，在 $\text{Rt}\triangle PEQ$ 中，由勾股定理建立方程求出其解即可；

（3）分情况讨论，如图 3，当 $PQ=DQ$ 时，如图 4，当 $PD=PQ$ 时，如图 5，当 $PD=QD$ 时，由等腰三角形的性质及勾股定理建立方程就可以得出结论．

【解答】解：（1）如图 1， $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AB=CD=6, AD=BC=2, \angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ.$$

$$\because CQ=1\text{cm}, AP=2\text{cm},$$

$$\therefore AB=6-2=4\text{cm}.$$

$$\therefore S = \frac{2(1+4)}{2} = 5\text{cm}^2.$$

答：四边形 $BCQP$ 面积是 5cm^2 ；

（2）如图 1，作 $QE \perp AB$ 于 E ，

$$\therefore \angle PEQ=90^\circ,$$

$$\because \angle B=\angle C=90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BCQE$ 是矩形，

$$\therefore QE=BC=2\text{cm}, BE=CQ=t.$$

$$\because AP=2t,$$

$$\therefore PE=6-2t-t=6-3t.$$

在 $\text{Rt}\triangle PQE$ 中，由勾股定理，得

$$(6-3t)^2+4=9,$$

$$\text{解得：} t = \frac{6 \pm \sqrt{5}}{3}.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/968132142042007024>