

## 5.1 认识二元一次方程组

### 教学目标

1. 了解二元一次方程(组)及其解的定义;(重点)
2. 会列二元一次方程组,并检验一组数是不是某个二元一次方程组的解.(难点)

### 教学过程

#### 一、情境导入

小红到邮局寄挂号信,需要邮资 3 元 8 角. 小红有票额为 6 角和 8 角的邮票若干张,问各需要多少张这两种票额的邮票?

这个问题中有几个未知数,能列一元一次方程求解吗? 如果设需要票额为 6 角的邮票  $x$  张,需要票额为 8 角的邮票  $y$  张,你能列出方程吗?

#### 二、合作探究

探究点一:二元一次方程及其解的定义

##### 【类型一】 利用二元一次方程的定义求字母的值

**例 1** 已知  $|m-1|x^{|m|} + y^{2n-1} = 3$  是二元一次方程,则  $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析:根据题意得  $|m|=1$  且  $|m-1| \neq 0$ ,  $2n-1=1$ , 解得  $m=-1$ ,  $n=1$ . 所以  $m+n=0$ , 故填 0.

方法总结:二元一次方程必须符合以下三个条件:(1)方程中只含有 2 个未知数;(2)含未知数的项的最高次数为一次;(3)方程是整式方程.

##### 【类型二】 二元一次方程的解

**例 2** 已知  $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$  是方程  $2x-ay=3$  的一个解,那么  $a$  的值是( )

- A. 1    B. 3  
C. -3    D. -1

解析:将  $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$  代入方程  $2x-ay=3$ , 得  $2+a=3$ , 所以  $a=1$ . 故选 A.

方法总结:根据方程的解的定义知,将  $x, y$  的值代入方程中,方程左右两边相等,即可求解.

探究点二:二元一次方程组及其解的定义

##### 【类型一】 识别二元一次方程组

**例 3** 有下列方程组: ①  $\begin{cases} xy=1, \\ x+y=2; \end{cases}$  ②  $\begin{cases} x-y=3, \\ \frac{1}{x}+y=1; \end{cases}$

③  $\begin{cases} 2x+z=0, \\ 3x-y=\frac{1}{5}; \end{cases}$  ④  $\begin{cases} x=5, \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7; \end{cases}$  ⑤  $\begin{cases} x+\pi=3, \\ x-y=1, \end{cases}$  其中二元一次方程组有( )

- A. 1个 B. 2个  
C. 3个 D. 4个

**解析:** ①方程组中第一个方程含未知数的项  $xy$  的次数不是 1; ②方程组中第二个方程不是整式方程; ③方程组中共有 3 个未知数, 只有④⑤满足, 其中⑤中的  $\pi$  是常数, 不是未知数. 故选 B.

**方法总结:** 识别一个方程组是否为二元一次方程组的方法: 一看方程组中的方程是否都是整式方程; 二看方程组中是不是共含两个未知数; 三看含未知数的项的次数是不是都为 1.

### 【类型二】 二元一次方程组的解

**例 4** 甲、乙两人共同解方程组  $\begin{cases} ax+5y=15; & \text{①} \\ 4x-by=-2. & \text{②} \end{cases}$  由于甲看错了方程①中的  $a$ , 得到方程组的解为  $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1; \end{cases}$  乙看错了方程②中的  $b$ , 得到方程组的解为  $\begin{cases} x=5, \\ y=4. \end{cases}$  试计算  $a^{2015} + (-\frac{1}{10}b)^{2016}$  的值.

**解析:** 由方程组解的定义知: 甲看错了方程①中的  $a$  得到方程组的解为  $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1, \end{cases}$  说明  $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1 \end{cases}$  是方程②的解; 同样  $\begin{cases} x=5, \\ y=4 \end{cases}$  是方程①的解.

**解:** 把  $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1 \end{cases}$  代入②, 得  $-12+b=-2$ , 所以  $b=10$ ; 把  $\begin{cases} x=5, \\ y=4 \end{cases}$  代入①, 得  $5a+20=15$ , 所以  $a=-1$ ; 所以  $a^{2015} + (-\frac{1}{10}b)^{2016} = (-1)^{2015} + (-\frac{1}{10} \times 10)^{2016} = 0$ .

**方法总结:** 利用方程组的解确定字母参数的方法是将方程组的解代入它适合的方程中, 得到关于字母参数的新方程, 从而求解.

### 探究点三: 列二元一次方程组

**例 5** 小刘同学用 10 元钱购买两种不同的贺卡共 8 张, 单价分别是 1 元与 2 元. 设 1 元的贺卡为  $x$  张, 2 元的贺卡为  $y$  张, 那么  $x, y$  所适合的一个方程组是 ( )

- A.  $\begin{cases} x+\frac{y}{2}=10, \\ x+y=8 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{10}=8, \\ x+2y=10 \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} x+y=10, \\ x+2y=8 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x+y=8, \\ x+2y=10 \end{cases}$

**解析:** 根据题意可得到两个相等关系: (1) 1 元贺卡张数 + 2 元贺卡张数 = 8 (张); (2) 1 元贺卡钱数 + 2 元贺卡钱数 = 10 (元). 设 1 元的贺卡为  $x$  张, 2 元的贺卡为  $y$  张, 可列方程组为  $\begin{cases} x+y=8, \\ x+2y=10. \end{cases}$  故选 D.

**方法总结:** 要判断哪个方程组符合题意, 可从题目中找出两个相等关系, 然后代入未知数, 即可得到方程组, 进而得到正确答案.

### 三、板书设计

二元一次方程组  $\begin{cases} \text{二元一次方程及其解的定义} \\ \text{二元一次方程组及其解的定义} \\ \text{列二元一次方程组} \end{cases}$

---

## 教学反思

通过自主探究和合作交流，建立二元一次方程的数学模型，学会逐步掌握基本的数学知识和方法，形成良好的数学思维习惯和应用意识，提高解决问题的能力，感受数学创造的乐趣，增进学好数学的信心，增加对数学较全面的体验和理解。

## 第五章 二元一次方程组

### 5.1 认识二元一次方程组

#### 第一环节：情境引入

##### 内容：

##### （一）情境 1

实物投影，并呈现问题：在一望无际的呼伦贝尔大草原上，一头老牛和一

---

匹小马驮着包裹吃力地行走着，老牛喘着气吃力地说：“累死我了”，小马说：“你还累，这么大的个，才比我多驮 2 个。”老牛气不过地说：“哼，我从你背上拿来一个，我的包裹就是你的 2 倍！”，小马天真而不信地说：“真的？！”同学们，你们能否用数学知识帮助小马解决问题呢？

请每个学习小组讨论（讨论 2 分钟，然后发言）。教师注意引导学生设两个未知数，从而得出二元一次方程。

这个问题由于涉及到老牛和小马的驮包裹的两个未知数，我们设老牛驮  $x$  个包裹，小马驮  $y$  个包裹，老牛的包裹数比小马多 2 个，由此得方程  $x - y = 2$ ，若老牛从小马背上拿来 1 个包裹，这时老牛的包裹是小马的 2 倍，得方程： $x + 1 = 2(y - 1)$ 。

## （二）情境 2

实物投影，并呈现问题：昨天，有 8 个人去红山公园玩，他们买门票共花了 34 元。每张成人票 5 元，每张儿童票 3 元。那么他们到底去了几个成人、几个儿童呢？同学们，你们能否用所学的方程知识解决呢？

仍请每个学习小组讨论（讨论 2 分钟，然后发言），老师注意引导学生分析其中有几个未知量，如果分别设未知数，将得到什么样的关系式？

这个问题由于涉及到有几个成年人和几个儿童两个未知数，我们设他们中有  $x$  个成年人，有  $y$  个儿童，在题目的条件中，我们可以找到的等量关系为：成人人数 + 儿童人数 = 8，成人票款 + 儿童票款 = 34。由此我们可以得到方程  $x + y = 8$  和  $5x + 3y = 34$ 。

在这个问题中，可能会有学生认为用一元一次方程也可以解答，我们要肯定学生的做法，并将学生的答案保留下来，放到第二节二元一次方程组解法的学习中去，让学生更有学习的好奇心与积极性。同时告诉学生在某些有两个等量关系的实际问题中，列二元一次方程组比列一元一次方程更快捷、清楚。

**目的：**通过现实情景再现，让学生体会到方程是刻画现实世界的有效数学模型，培养学生良好的数学应用意识。

**设计效果：**学生通过前面的情景引入，在老师的引导下，列出关注两个未知数的方程，为后续关于二元一次方程的讨论提供了素材，同时，有趣的情境，

也激发了学生学习的兴趣.

## 第二环节：新课讲解，练习提高

### 内容：

#### (一) 二元一次方程概念的概括

提请学生思考：上面所列方程有几个未知数？所含未知数的项的次数是多少？从而归纳出二元一次方程的概念：**含有两个未知数，并且所含未知数的项的次数都是 1 的方程.**教师对概念进行解析，要求学生注意：这个定义有两个要求：

- ①含有两个未知数；
- ②所含未知数的项的最高次数是一次.

再呈现一些关于二元一次方程概念的辨析题，进行巩固练习：

1.下列方程有哪些是二元一次方程：

(1)  $x+3y-9=0$  , (2)  $3x^2-2y+12=0$  , (3)  $3a-4b=7$  ,

(4)  $3x-\frac{1}{y}=1$  , (5)  $3x(x-2y)=5$  , (6)  $\frac{m}{2}-5n=1$  .

2.如果方程  $2x^{m-1}-3y^{2m+n}=1$  是二元一次方程，那么  $m=$ \_\_\_\_，  $n=$ \_\_\_\_\_.

#### (二) 二元一次方程组概念的概括

师提请学生思考：上面的方程  $x-y=2$  ,  $x+1=2(y-1)$  中的  $x$  含义相同吗？ $y$  呢？（两个方程中  $x$  的表示老牛驮的包裹数， $y$  表示小马的包裹数， $x$ 、 $y$  的含义分别相同.）由于  $x$ 、 $y$  的含义分别相同，因而必同时满足  $x-y=2$  和  $x+1=2(y-1)$ ，我们把这两个方程用大括号联立起来，写成  $\begin{cases} x-y=2, \\ x+1=2(y-1). \end{cases}$ ，从

而得出二元一次方程组的概念：像这样共含有两个未知数的两个一次方程所组成

的一组方程.如： $\begin{cases} 2x+3y=3, \\ x-3y=0; \end{cases}$   $\begin{cases} 5x+3y=8, \\ x+y=8. \end{cases}$

**注意：**在方程组中的各方程中的同一个字母必须表示同一个对象.

再呈现一些辨析题，让学生进行巩固练习：

判断下列方程组是否是二元一次方程组：

$$(1) \begin{cases} x-2y=1, \\ 3x+5y=12; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x^2+y=1, \\ x-3y=5; \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x-7y=3, \\ 3y+5z=1; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=1, \\ y=2; \end{cases} \quad (5) \begin{cases} x-\frac{2}{y}=5, \\ 3x+8y=12; \end{cases} \quad (6) \begin{cases} 2a-3b=1, \\ 5ab+2b=3. \end{cases}$$

(三) 因承上面的情境, 得出有关方程的解的概念

1.  $x=6, y=2$  适合方程  $x+y=8$  吗?  $x=5, y=3$  呢?  $x=4, y=4$  呢? 你还能找到其他  $x, y$  值适合  $x+y=8$  方程吗?

2.  $x=5, y=3$  适合方程  $5x+3y=34$  吗?  $x=2, y=8$  呢?

3. 你能找到一组值  $x, y$  同时适合方程  $x+y=8$  和  $5x+3y=34$  吗? 各小组合作完成, 各同学分别代入验算, 教师巡回参与小组活动, 并帮助找到 3 题的结论.

由学生回答上面 3 个问题, 老师作出结论:

**适合一个二元一次方程的一组未知数的值, 叫做这个二元一次方程的解.**

如  $x=6, y=2$  是方程  $x+y=8$  的一个解, 记作  $\begin{cases} x=6, \\ y=2 \end{cases}$ ; 同样,  $\begin{cases} x=5, \\ y=3 \end{cases}$  也是方程

$x+y=8$  的一个解, 同时  $\begin{cases} x=5, \\ y=3 \end{cases}$  又是方程  $5x+3y=34$  的一个解.

**二元一次方程组中各个方程的公共解, 叫做二元一次方程组的解.**

例如,  $\begin{cases} x=5, \\ y=3 \end{cases}$  就是二元一次方程组  $\begin{cases} x+y=8, \\ 5x+3y=34 \end{cases}$  的解.

然后, 同样呈现一些辨析性练习: (投影)

1. 下列四组数值中, 哪些是二元一次方程  $x-3y=1$  的解?

$$(A) \begin{cases} x=2, \\ y=3; \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x=4, \\ y=1; \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x=10, \\ y=3; \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x=-5, \\ y=-2. \end{cases}$$

2. 二元一次方程  $2x+3y=28$  的解有:

$$\begin{cases} x=5, \\ y=_____. \end{cases} \quad \begin{cases} x=_____, \\ y=-2. \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2.5, \\ y=_____. \end{cases} \quad \begin{cases} x=_____, \\ y=\frac{7}{3}. \end{cases} \quad \dots$$

3.二元一次方程组  $\begin{cases} x+2y=10, \\ y=2x \end{cases}$  的解是 ( )

- (A)  $\begin{cases} x=4, \\ y=3; \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x=3, \\ y=6; \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x=2, \\ y=4; \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$

4.以  $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$  为解的二元一次方程组是 ( )

- (A)  $\begin{cases} x-y=3, \\ 3x-y=1; \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x-y=-1, \\ 3x+y=-5; \end{cases}$   
(C)  $\begin{cases} x-2y=-3, \\ 3x+5y=-5; \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x-y=-1, \\ 3x+y=5. \end{cases}$

5.二元一次方程  $x+y=6$  的正整数解为\_\_\_\_\_.

6.如果  $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$  是  $\begin{cases} x+2y=m, \\ 3x-y=n \end{cases}$  的解, 那么  $m=$ \_\_\_\_\_,  $n=$ \_\_\_\_\_.

7.写出一个以  $\begin{cases} x=2, \\ y=-3 \end{cases}$  为解的二元一次方程组为\_\_\_\_\_. (答案不唯一)

**目的:** 通过新课的讲解以及学生的练习, 充分做到讲练结合, 让学生更好巩固新知识.

**设计效果:** 通过本环节的讲解与训练, 让学生对利用新知识解决一些简单问题有更加明确的认识, 同时也尽量让学生明白知识点不是孤立的, 需要前后联系, 才能更好地处理一些新问题.

### 第三环节: 课堂小结

#### 内容:

1.含有两未知数, 并且含有未知数的项的次数都是 1 的整式方程叫做二元一次方程.

2.二元一次方程的解是一个互相关联的两个数值, 它有无数个解.

3.含有两个未知数的两个二元一次方程组成的一组方程, 叫做二元一次方程组, 它的解是两个方程的公共解, 是一组确定的值.

**目的:** 引导学生自己小结本节课的知识要点及数学方法, 从而将本节知识点进行很好的回顾以加深学生的印象, 同时使知识系统化.

---

**设计效果：**本环节虽然用时不多，却是必不可少的教学环节，对学生回顾与整理本节课的知识效果明显.

#### 第四环节：布置作业

习题 5.1

#### 教学设计反思

1.本节课充分体现了从问题情景中抽象数学问题、使用各种数学语言表达问题、建立数学关系式、获得合理的解答、理解并掌握相应的数学知识与技能的有意义的这一变化学习过程.在教学中力求体现“问题情景——建立数学模型——解释、应用与拓展”的模式，使学生在自主探索和合作交流的过程中建立二元一次方程的数学模型，学会逐步掌握基本的数学知识和方法，形成良好的数学思维习惯和应用意识，提高自己解决问题的能力，感受数学创造的乐趣，增进学好数学的信心，获得对数学较全面的体验和理解.

2.通过情境引入，让同学们体会到了生活中的数学无处不在，激发了学生强烈的求知欲望，学生的反应非常积极踊跃，丰富了学生们的情感与态度.充分利用小组合作交流，让同学们自己找出方程中的等量关系，启发同学们自己说出各个定义的理解.在同学们合作做题的时候，老师进一步强调小组合作交流、合理分配时间会取得更好的效果.教学过程各环节紧紧相扣，整个教学过程逻辑思维清晰，问题与问题之间衔接紧密，每一步都为下一步做了很好的铺垫.

3.这个案例主要针对中等生而设计，教师可根据学生学习能力再进行设计.上的侧重.比如，学生学习能力较强，可在实际问题中抽象二元一次方程组的模型环节、课后的拓展环节增加适当的深层次的内容，以满足学生的学习需要.

## 5.2 求解二元一次方程组

### 第1课时 代入法

#### 教学目标

1. 会用代入法解二元一次方程组. (重点)

## 教学过程

### 一、情境导入

《一千零一夜》中有这样一段文字:有一群鸽子,其中一部分在树上,另一部分在地上.树上的一只鸽子对地上的鸽子说:“若从你们中飞上来一只,则地上的鸽子为整个鸽群的三分之一;若从树上飞下去一只,则树上、地上的鸽子一样多.”你知道树上、地上各有多少只鸽子吗?

我们可以设树上有  $x$  只鸽子, 地上有  $y$  只鸽子, 得到方程组  $\begin{cases} x+y=3(y-1), \\ x-1=y+1. \end{cases}$  可是这

个方程组怎么解呢? 有几种解法?

### 二、合作探究

探究点: 用代入法解二元一次方程组

#### 【类型一】 用代入法解二元一次方程组

**例1** 用代入法解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} 2x+3y=-19, & \text{①} \\ x+5y=1; & \text{②} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x-3y=1, & \text{①} \\ \frac{y+1}{4}=\frac{x+2}{3}. & \text{②} \end{cases}$$

**解析:** 对于方程组(1), 比较两个方程系数的特点可知应将方程②变形为  $x=1-5y$ , 然后代入①求解; 对于方程组(2), 应将方程组变形为  $\begin{cases} 2x-3y=1, & \text{③} \\ 4x-3y=-5, & \text{④} \end{cases}$  观察③和④中未知数的系数, 绝对值最小的是2, 一般应选取方程③变形, 得  $x=\frac{3y+1}{2}$ .

**解:** (1)由②, 得  $x=1-5y$ . ③

把③代入①, 得  $2(1-5y)+3y=-19$ ,

$$2-10y+3y=-19, \quad -7y=-21, \quad y=3.$$

把  $y=3$  代入③, 得  $x=-14$ . 所以原方程组的解是  $\begin{cases} x=-14, \\ y=3. \end{cases}$

(2)将原方程组整理, 得  $\begin{cases} 2x-3y=1, & \text{③} \\ 4x-3y=-5. & \text{④} \end{cases}$

由③, 得  $x=\frac{3y+1}{2}$ . ⑤

把⑤代入④, 得  $2(3y+1)-3y=-5$ ,

$$3y=-7, \quad y=-\frac{7}{3}.$$

把  $y=-\frac{7}{3}$  代入⑤, 得  $x=-3$ .

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x=-3, \\ y=-\frac{7}{3}. \end{cases}$

**方法总结:** 用代入法解二元一次方程组, 关键是观察方程组中未知数的系数的特点, 尽可能选择变形后比较简单的或代入后容易消元的方程进行变形.

**【类型二】 整体代入法解二元一次方程组**

**例2** 解方程组: 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} = 2y, & \text{①} \\ 2(x+1) - y = 11. & \text{②} \end{cases}$$

**解析:** 把  $(x+1)$  看作一个整体代入求解.

**解:** 由①, 得  $x+1=6y$ . 把  $x+1=6y$  代入②, 得  $2 \times 6y - y = 11$ . 解得  $y=1$ . 把  $y=1$  代入①, 得  $\frac{x+1}{3} = 2 \times 1$ ,  $x=5$ . 所以原方程组的解为  $\begin{cases} x=5, \\ y=1. \end{cases}$

**方法总结:** 当所给的方程组比较复杂时, 应先化简, 但若两方程中含有未知数的部分相等时, 可把这一部分看作一个整体求解.

**【类型三】 已知方程组的解, 用代入法求待定系数的值**

**例3** 已知  $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$  是二元一次方程组  $\begin{cases} ax+by=7, \\ ax-by=1 \end{cases}$  的解, 则  $a-b$  的值为( )

A. 1    B. -1    C. 2    D. 3

**解析:** 把解代入原方程组得  $\begin{cases} 2a+b=7, \\ 2a-b=1, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} a=2, \\ b=3, \end{cases}$  所以  $a-b=-1$ . 故选 B.

**方法总结:** 解这类题就是根据方程组解的定义求, 即将解代入方程组, 得到关于字母系数的方程组, 解方程组即可.

**三、板书设计**

解二元一次方程组)  $\begin{cases} \text{基本思路是“消元”} \\ \text{代入法解二元一次方程组的一般步骤} \end{cases}$

**教学反思**

回顾一元一次方程的解法, 借此探索二元一次方程组的解法, 使得学生的探究有很好的认知基础, 探究显得十分自然流畅. 充分体现了转化与化归思想. 引导学生充分思考和体验转化与化归思想, 增强学生的观察归纳能力, 提高学生的学习能力.

---

## 5.2 求解二元一次方程组

### 第 1 课时 代入法

#### 第一环节：情境引入

##### 内容：

教师引导学生共同回忆上一节课讨论的“买门票”问题，想一想当时是怎么获得二元一次方程组的解的。

设他们中有  $x$  个成人， $y$  个儿童，我们得到了方程组  $\begin{cases} x + y = 8, \\ 5x + 3y = 34. \end{cases}$  成人和儿

童到底去了多少人呢？在上一节课的“做一做”中，我们通过检验  $\begin{cases} x = 5, \\ y = 3 \end{cases}$  是不

---

是方程  $x+y=8$  和方程  $5x+3y=34$  的解，从而得知这个解既是  $x+y=8$  的解，也是  $5x+3y=34$  的解，根据二元一次方程组的解的定义，得出  $\begin{cases} x=5, \\ y=3 \end{cases}$  是方程组

$\begin{cases} x+y=8, \\ 5x+3y=34 \end{cases}$  的解. 所以成人和儿童分别去了 5 人和 3 人.

提出问题：每一个二元一次方程的解都有无数多个，而方程组的解是方程组中各个方程的公共解，前面的方法中我们找到了这个公共解，但如果数据不巧，这可没那么容易，那么，有什么方法可以获得任意一个二元一次方程组的解呢？

**目的：**“温故而知新”，培养学生养成时时回顾已有知识的习惯，并在回顾的过程中学会思考和质疑，通过质疑，自然地引出我们要研究和解决的问题.

**设计效果：**通过对已有知识的回顾和思考，学生知识获得既感到自然又倍添新奇，有跃跃欲试的心情.

## 第二环节：探索新知

### 内容：

回顾七年级第一学期学习的一元一次方程，是不是也曾碰到过类似的问题，能否利用一元一次方程求解该问题？（由学生独立思考解决，教师注意指导学生规范表达）

解：设去了  $x$  个成人，则去了  $(8-x)$  个儿童，根据题意，得：

$$5x+3(8-x)=34$$

$$\text{解得： } x=5$$

$$\text{将 } x=5 \text{ 代入 } 8-x,$$

$$\text{解得： } 8-5=3.$$

答：去了 5 个成人， 3 个儿童.

在学生解决的基础上，引导学生进行比较：列二元一次方程组和列一元一次方程设未知数有何不同？列出的方程和方程组又有何联系？对你解二元一次方程组有何启示？

（先让学生独立思考，然后在学生充分思考的前提下，进行小组讨论，在此

---

基础上由学生代表回答，老师适时地引导与补充，力求通过学生观察、思考与讨论后能得出以下的一些要点。）

1. 列二元一次方程组设有两个未知数： $x$  个成人， $y$  个儿童. 列一元一次方程只设了一个未知数： $x$  个成人，儿童去的个数等于去的总人数与去的成人数的差，得出  $(8-x)$  个. 因此  $y$  应该等于  $(8-x)$ . 而由二元一次方程组的一个方程  $x+y=8$ ，根据等式的性质可以推出  $y=8-x$ .

2. 发现一元一次方程中  $5x+3(8-x)=34$  与方程组中的第二个方程  $5x+3y=34$  相类似，只需把  $5x+3y=34$  中的“ $y$ ”用“ $(8-x)$ ”代替就转化成了一元一次方程.

教师引导学生发现了新旧知识之间的联系，便可寻求到解决新问题的方法——即将新知识（二元一次方程组）转化为旧知识（一元一次方程）便可.

（由学生来回答）上一节课我们就已知道方程组中相同的字母表示的是同一个未知量. 所以将  $\begin{cases} x+y=8, & \textcircled{1} \\ 5x+3y=34 & \textcircled{2} \end{cases}$  中的  $\textcircled{1}$  变形，得  $y=8-x$   $\textcircled{3}$ ，我们把  $y=8-x$  代入方程  $\textcircled{2}$ ，即将  $\textcircled{2}$  中的  $y$  用  $(8-x)$  代替，这样就有  $5x+3(8-x)=34$ . “二元”化成“一元”.

教师总结：同学们很善于思考. 这就是我们在数学研究中经常用到的“化未知为已知”的化归思想，通过它使问题得到完美解决. 下面我们完整地解一下这个二元一次方程组.

（教师把解答的详细过程板书在黑板上，并要求学生一起来完成）

解：  $\begin{cases} x+y=8, & \textcircled{1} \\ 5x+3y=34. & \textcircled{2} \end{cases}$

由  $\textcircled{1}$  得：  $y=8-x$ .  $\textcircled{3}$

将  $\textcircled{3}$  代入  $\textcircled{2}$  得：

$$5x+3(8-x)=34$$

解得：  $x=5$ .

把  $x=5$  代入  $\textcircled{3}$  得：  $y=3$ .

---

所以原方程组的解为：
$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$$

（提醒学生进行检验，即把求出的解代入原方程组，必然使原方程组中的每个方程都同时成立，如不成立，则可知解有误）

下面我们试着用这种方法来解答上一节的“谁的包裹多”的问题.

（放手让学生用已经获取的经验去解决新的问题，由学生自己完成，让两个学生在黑板上规范的板书，教师巡视：发现学生的闪光点以及存在的问题并适时的加以辅导，以期学生在解答的过程中领会“代入消元法”的真实含义和“化归”的数学思想.）

**目的：**通过学生自己对比、思考、发现，让学生惊喜的发现“温故而知新”，将新知融入旧知，体会“化未知为已知”的化归思想的神奇，培养学生独立获取知识的愿望和能力.

**设计效果：**通过学生自己的观察、比较、总结出二元一次方程组的解法，从中体会到解方程组中“消元”的本质.

### 第三环节：巩固新知

**内容：**

1. 例：解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 14, \\ x = y + 3; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + 3y = 16, \\ x + 4y = 13. \end{cases}$$

（根据学生的情况可以选择学生自己完成或教师指导完成）

(1)解：将②代入①，得： $3(y+3)+2y=14$ .

解得： $y=1$ .

把 $y=1$ 代入②，得： $x=4$ .

所以原方程组的解为：
$$\begin{cases} x = 4, \\ y = 1. \end{cases}$$

(2)由②，得： $x=13-4y$ . ③

将③代入①，得： $2(13-4y)+3y=16$ .

---

解得： $y=2$ 。

将  $y=2$  代入③，得： $x=5$ 。

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x=5, \\ y=2. \end{cases}$

(2)题需先进行恒等变形，教师要鼓励学生通过自主探索与交流获得求解，在求解过程中学生消元的具体方法可能不同，所以教学中不必强求解答过程的统一，但要提出如何选择将哪个方程恒等变形、消去哪个未知数能使运算较为简单。让学生在解题中进行思考)

(教师在解完后要引导学生再次就解出的结果进行思考，判断它们是否是原方程组的解，促使学生进一步理解方程组解的含义以及学会检验方程组解的方法。)

**2. 思考总结：**(教师根据学生的实际情况进行生与生、师与生之间的相互补充与评价，并提出下面的问题)

(1)给这种解方程组的方法取个什么名字好？

(2)上面解方程组的基本思路是什么？

(3)主要步骤有哪些？

(4)我们观察例题的解法会发现，我们在解方程组之前，首先要观察方程组中未知数的特点，尽可能地选择变形后的方程较简单和代入后化简比较容易的方程变形，这是关键的一步。你认为选择未知数有何特点的方程变形好呢？

(由学生分组讨论，教师深入参与到学生讨论中，发现学生在自主探索、讨论过程中的独特想法，请学生小组的代表回答或学生举手回答，其余学生可以补充，力求让学生能够回答出以下的要点，教师要板书要点，在学生回答时注意进行积极评价)

1. 在解上面两个二元一次方程组时，我们都是将其中的一个方程变形，即用含其中一个未知数的代数式表示另一个未知数，然后代入另一个未变形的方程，从而由“二元”转化为“一元”，达到消元的目的。我们将这种方法叫代入消元法。

2. 解二元一次方程组的基本思路是消元，把“二元”变为“一元”。

3. 解上述方程组的步骤：

第一步：在已知方程组的两个方程中选择一个适当的方程，将它的某个未知

---

数用含有另一个未知数的代数式表示出来.

第二步: 把此代数式代入没有变形的另一个方程中, 可得一个一元一次方程.

第三步: 解这个一元一次方程, 得到一个未知数的值.

第四步: 把求得的未知数的值代回到原方程组中的任意一个方程或变形后的方程(一般代入变形后的方程), 求得另一个未知数的值.

第五步: 把方程组的解表示出来.

第六步: 检验(口算或笔算在草稿纸上进行), 即把求得的解代入每一个方程看是否成立.

4. 用代入消元法解二元一次方程组时, 尽量选取一个未知数的系数的绝对值是 1 的方程进行变形; 若未知数的系数的绝对值都不是 1, 则选取系数的绝对值较小的方程变形.

**目的:** 进一步熟悉解二元一次方程组的基本思路, 熟练解二元一次方程组的基本步骤和过程, 并能对二元一次方程组的解进行检验.

**设计效果:** 通过本环节的学习, 学生能够独立地运用代入消元法解二元一次方程组.

## 第四环节: 练习提高

### 内容:

1. 教材随堂练习(在随堂练习中, 可以鼓励学生通过自主探索与交流, 各个学生消元的具体方法可能不同, 可以不必强调解答过程统一. 可能会出现整体代换的思想, 若有条件可以提出, 为下一课做点铺垫也可以)

2. 补充练习: 用代入消元法解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} x+2y=4, \\ 2x-y=3; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x-4y=19, \\ x+2y=3; \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 3x-2y=7, \\ \frac{x+3}{2}-y=0. \end{cases}$$

(注: [2]题可以用整体代入法来解, 把第二个方程变为 $2y=3-x$ , 再将它代入第一个方程, 得 $3x-2(x-3)=19$ ; [3]题分数线有括号功能; [4]题如果有

---

时间, 学生学有余力可作为补充题目.)

**目的:** 对本节知识进行巩固练习.

**设计效果:** 通过练习, 巩固和熟练了运用代入消元法解二元一次方程组的方法.

### 第五环节: 课堂小结

**内容:**

师生相互交流总结解二元一次方程组的基本思路是“消元”, 即把“二元”变为“一元”; 解二元一次方程组的第二种解法——代入消元法, 其主要步骤是: 将其中的一个方程中的某个未知数用含有另一个未知数的代数式表示出来, 并代入另一个方程中, 从而消去一个未知数, 化二元一次方程组为一元一次方程. 解这个一元一次方程, 便可得到一个未知数的值, 再将所求未知数的值代入变形后的方程, 便求出了一对未知数的值, 即求得了方程组的解.

**目的:** 鼓励学生通过本节课的学习, 谈谈自己的收获与感受, 加深对“温故而知新”的体会, 知道“学而时习之”.

**设计效果:** 学生能够在课堂上畅所欲言, 并通过自己的归纳总结, 进一步巩固了所学知识.

### 第六环节: 布置作业

课本习题 5.2

### 教学设计反思

1. 引入自然. 二元一次方程组的解法是学习二元一次方程组的重要内容. 教材通过上一小节的实际问题, 比较一元一次方程的列法和解法, 从而自然引入二元一次方程组的代入消元解法.

2. 探究有序. 回顾一元一次方程的解法, 借此探索二元一次方程组的解法, 使得学生的探究有了很好的认知基础, 探究显得十分自然流畅.

3. 充分体现了转化与化归思想. 引导学生充分思考和体验转化与化归思想, 以利于总体目标中所提出的“获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的

---

基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验”的落实.

4. 值得注意的方面. 在学生总结解题步骤的环节, 一定要留给学生足够的观察、思考、总结、组织语言的时间, 训练学生的观察归纳能力, 提高学生学习能力.

## 第 2 课时 加减法

### 教学目标

1. 会用加减法解二元一次方程组. (重点)

### 教学过程

#### 一、情境导入

上节课我们学习了用代入消元法解二元一次方程组, 那么如何解方程组

$$\begin{cases} 2x+3y=-1, & \text{①} \\ 2x-3y=5 & \text{②} \end{cases} \text{ 呢?}$$

1. 用代入法解(消  $x$ ) 方程组.
2. 解完后思考:  
用“整体代换”的思想把  $2x$  作为一个整体代入消元求解.
3. 还有没有更简单的解法?  
由  $x$  的系数相等, 是否可以考虑①-②, 从而消去  $x$  求解?
4. 思考:
  - (1) 两方程相减的依据是什么?
  - (2) 目的是什么?
  - (3) 相减时要特别注意什么?

## 二、合作探究

探究点一：用加减消元法解二元一次方程组

**例1** 用加减消元法解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 4x+3y=3, & \text{①} \\ 3x-2y=15; & \text{②} \end{cases}$$
$$(2) \begin{cases} 1-0.3(y-2)=\frac{x+1}{5}, & \text{①} \\ \frac{y-1}{4}=\frac{4x+9}{20}-1. & \text{②} \end{cases}$$

**解析：**(1) 观察  $x, y$  的两组系数， $x$  的系数的最小公倍数是 12， $y$  的系数的最小公倍数是 6，所以选择消去  $y$ ，把方程①的两边同乘以 2，得  $8x+6y=6$ ③，把方程②的两边同乘以 3，得  $9x-6y=45$ ④，把③与④相加就可以消去  $y$ ；(2) 先化简方程组，得  $\begin{cases} 2x+3y=14, & \text{③} \\ 4x-5y=6. & \text{④} \end{cases}$  观察其系数，方程④中  $x$  的系数恰好是方程③中  $x$  的系数的 2 倍，所以应选择消去  $x$ ，把方程③两边都乘以 2，得  $4x+6y=28$ ⑤，再把方程⑤与方程④相减，就可以消去  $x$ 。

**解：**(1) ① $\times$ 2，得  $8x+6y=6$ . ③

② $\times$ 3，得  $9x-6y=45$ . ④

③+④，得  $17x=51$ ， $x=3$ . 把  $x=3$  代入①，得  $4\times 3+3y=3$ ， $y=-3$ .

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x=3, \\ y=-3. \end{cases}$

(2) 先化简方程组，得  $\begin{cases} 2x+3y=14, & \text{③} \\ 4x-5y=6. & \text{④} \end{cases}$

③ $\times$ 2，得  $4x+6y=28$ . ⑤

⑤-④，得  $11y=22$ ， $y=2$ .

把  $y=2$  代入④，得  $4x-5\times 2=6$ ， $x=4$ .

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$

**方法总结：**用加减消元法解二元一次方程组时，决定消去哪个未知数很重要，一般选择消去两个方程中系数的最小公倍数的绝对值较小的未知数；复杂的方程组一定要先化简，再观察思考消元方案。

探究点二：用加减法整体代入求值

**例2** 已知  $x, y$  满足方程组  $\begin{cases} x+3y=5, \\ 3x+y=-1, \end{cases}$  求代数式  $x-y$  的值.

**解析：**观察两个方程的系数，可知两方程相减得  $2x-2y=-6$ ，从而求出  $x-y$  的值.

**解：**  $\begin{cases} x+3y=5, & \text{①} \\ 3x+y=-1, & \text{②} \end{cases}$

②-①：  $2x-2y=-1-5$ , ③

$\frac{\text{③}}{2}$ ：  $x-y=-3$ .

**方法总结：**解题的关键是观察两个方程相同未知数的系数关系，利用加减消元法求解.

探究点三：构造二元一次方程组求值

**例3** 已知  $x^{m-n+1}y$  与  $-2x^{n-1}y^{3m-2n-5}$  是同类项, 求  $m$  和  $n$  的值.

**解析:** 根据同类项的概念, 可列出含字母  $m$  和  $n$  的方程组, 从而求出  $m$  和  $n$ .

**解:** 因为  $x^{m-n+1}y$  与  $-2x^{n-1}y^{3m-2n-5}$  是同类项, 所以 
$$\begin{cases} m-n+1=n-1, & \text{①} \\ 3m-2n-5=1. & \text{②} \end{cases}$$

整理, 得 
$$\begin{cases} m-2n+2=0, & \text{③} \\ 3m-2n-6=0. & \text{④} \end{cases}$$

④-③, 得  $2m=8$ , 所以  $m=4$ . 把  $m=4$  代入③, 得  $2n=6$ , 所以  $n=3$ . 所以当 
$$\begin{cases} m=4, \\ n=3 \end{cases}$$
 时,

$x^{m-n+1}y$  与  $-2x^{n-1}y^{3m-2n-5}$  是同类项.

**方法总结:** 解这类题, 就是根据同类项的定义, 利用相同字母的指数分别相等, 列方程组求字母的值.

### 三、板书设计

用加减法解二元一次方程组的步骤:

- ①变形, 使某个未知数的系数绝对值相等;
- ②加减消元;
- ③解一元一次方程;
- ④求另一个未知数的值, 得方程组的解.

## 教学反思

进一步理解二元一次方程组的“消元”思想, 初步体会数学研究中“化未知为已知”的化归思想. 选择恰当的方法解二元一次方程组, 培养学生的观察、分析问题的能力.

## 5.2 求解二元一次方程组

### 第 2 课时 加减法

#### 第一环节：情境引入

内容：巩固练习，在练习中发现新的解决方法

怎样解下面的二元一次方程组呢？（学生在练习本上做，教师巡视、引导、解疑，注意发现学生在解答过程中出现的新的想法，可以让用不同方法解题的学生将他们的方法板演在黑板上，完后进行评析，并为加减消元法的出现铺路。）

$$\begin{cases} 3x + 5y = 21 \text{①} \\ 2x - 5y = -11 \text{②} \end{cases}$$

学生可能的解答方案 1：

解 1：把②变形，得： $x = \frac{5y - 11}{2}$ ， ③

把③代入①，得： $3 \times \frac{5y - 11}{2} + 5y = 21$ ，

解得： $y = 3$ 。

把  $y = 3$  代入②，得： $x = 2$ 。

所以方程组的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 。

学生可能的解答方案 2：

解 2：由②得  $5y = 2x + 11$ ， ③

把  $5y$  当做整体将③代入①，得： $3x + (2x + 11) = 21$ ，

---

解得： $x = 2$ .

把  $x = 2$  代入③，得： $y = 3$ .

所以方程组的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ .

（此种解法体现了整体的思想）

学生可能的解答方案 3：（观察发现：两个方程中一个含有  $5y$ ，而另一个是  $-5y$ ，两者互为相反数）

解 3：根据等式的基本性质

方程①+方程②得： $5x = 10$ ,

解得： $x = 2$ ,

把  $x = 2$  代入①，解得： $y = 3$ ,

所以方程组的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ .

通过上面的练习发现，同学们对代入消元法都掌握得很好了，基本上都能够按要求解出二元一次方程组的解（如方案 1），可是也有同学发现（方案 2）的解法比（方案 1）的解法简单，他是将  $5y$  作为一个整体代入消元，依然体现了代入法的核心是代入“消元”，通过“消元”，使“二元”转化为“一元”，从而使问题得以解决，那么（方案 3）的解法又如何？它达到“消元”的目的了吗？

（留些时间给学生观察，注意引导学生观察方程中某一未知数的系数，如  $x$  的系数或  $y$  的系数）

引导学生发现方程①和②中的  $5y$  和  $-5y$  互为相反数，根据相反数的和为零

（方案 3）将方程①和②的左右两边相加，然后根据等式的基本性质消去了未知数  $y$ ，得到了一个关于  $x$  的一元一次方程，从而实现了化“二元”为“一元”的目的.

这就是我们这节课要学习的二元一次方程组的解法中的第二种方法——加减消元法.

**目的：**在练习的过程中学会思考、分析，通过思考自然地得出我们要研究和解决的问题.

---

**设计效果：**通过学生练习、对比、讨论，既巩固了已学的用代入法解二元一次方程组的知识，又在此过程中发现了新的解二元一次方程组的方法——加减消元法.

**说明：**如果班级学生不能发现方法 3，教师可以适当引导，如在方法二中，我们直接解出  $5y$ ，代入另一式子从而消去一个未知数，是否可以不解出直接消去这个未知数呢？两个式子中  $y$  的系数有什么关系？能否通过等式性质进行加减直接消去这个未知数呢？

### 第二环节：讲授新知

#### 内容 1：（教师板书课题）

下面我们就用刚才的方法解下面的二元一次方程组。（教师规范表达解答过程，为学生作出示范）

**例 1** 解下列二元一次方程组（若学生先前的环节接受得好，可以让学生独立完成，教师再跟进讲授）

$$(1) \begin{cases} 2x - 5y = 7 & \text{①} \\ 2x + 3y = -1 & \text{②} \end{cases}$$

分析：观察到方程①、②中未知数  $x$  的系数相等，可以利用两个方程相减消去未知数  $x$ .

解：②-①，得： $8y = -8$ ,

解得： $y = -1$ ,

把  $y = -1$  代入①，得： $2x + 5 = 7$ ,

解得： $x = 1$ ,

所以方程组的解为  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ .

（解答完本题后，口算检验，让学生养成进行检验的习惯，同时教师需强调以下两点：

(1) 注意解此题的易错点是②-①时是  $(2x + 3y) - (2x - 5y) = -1 - 7$ ，方程左边去括号时注意符号. 另外解题时，①-②或②-①都可以消去未知数  $x$ ，不过在

①-②得到的方程中， $y$ 的系数是负数，所以在上面的解法中选择②-①；

(2)把 $y = -1$ 代入①或②，最后结果是一样的，但我们通常的做法是将所求出的一个未知数的值代入系数较简单的方程中求出另一个未知数的值。

**内容 2：过手训练：用加减消元法解下列方程组：**

$$(1) \begin{cases} 5x - 2y = 9 \\ 5x + y = 3 \end{cases}, \quad (2) \begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - y = 7 \end{cases}.$$

**目的：**由学生做练习，体会加减消元法的基本特点，熟悉加减消元法的基本步骤，提升学生用加减消元法解二元一次方程组的基本技能，积累解二元一次方程的活动经验。

**设计效果：**学生都能迅速、正确的表述解答过程，尝到解方程组成功的快乐，激发了学会解二元一次方程组的信心和热情，为后面问题的处理打下了心理基础。

师生一起分析上面的解答过程，归纳出下面的一些规律：

在方程组的两个方程中，若某个未知数的系数是相反数，则可直接把这两个方程的两边分别相加，消去这个未知数；若某个未知数的系数相等，可直接把这两个方程的两边分别相减，消去这个未知数得到一个一元一次方程，从而求出它的解，这种解二元一次方程组的方法叫做加减消元法，简称加减法）

**内容 3：例 2 解方程组** 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & \text{①} \\ 3x + 4y = 17 & \text{②} \end{cases}$$

（先留一定的时间让学生观察此方程组，让学生说明自己观察到方程有什么特点，能不能自己解决此方程组，用什么方法解决？如学生提出用代入消元法，可以让学生先按此法完成，然后再问能不能用刚学过的加减消元法解决？让学生讨论尝试，学生可能得到的结论如下。）

1. 对于 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$$
 用加减消元法解， $x$ 、 $y$ 的系数既不相同也不是相反数，

没有办法用加减消元法。

---

2. 是不是可以这样想, 将方程组  $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$  中的方程用等式的基本性质将

这个方程组中的  $x$  或  $y$  的系数化成相等 (或互为相反数) 的情形, 再用加减消元法, 达到消元的目的.

3. 只要在方程①和方程②的两边分别除以 2 和 3,  $x$  的系数不就变成“1”了吗? 这样就可以用加减消元法了.

4. 不同意 3 的做法. 如果这样做, 是可以解决这一问题, 但  $y$  的系数和常数项都变成了分数, 这样解是不是变麻烦了吗? 那还不如用代入消元法了. 不如找  $x$  的系数 2 和 3 的最小公倍数 6, 在方程①两边同乘以 3, 得  $6x + 9y = 36$  ③, 在方程②两边同乘以 2, 得  $6x + 8y = 34$  ④, 然后③-④, 就可以将  $x$  消去, 得  $y = 2$ ,

把  $y = 2$  代入①得,  $x = 3$ . 所以方程组的解为  $\begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$

(在引导的过程中, 肯定学生的好的想法.) 其实在我们学习数学的过程中, 二元一次方程组中未知数的系数不一定刚好是 1 或 -1, 或同一个未知数的系数刚好相同或相反. 我们遇到的往往就是这样的方程组, 我们要想比较简捷地把它解出来, 就需要转化为同一个未知数系数相同或相反的情形, 从而用加减消元法, 达到消元的目的. 请大家把解答过程写出来.

解: ① $\times$ 3, 得:  $6x + 9y = 36$ , ③

② $\times$ 2, 得:  $6x + 8y = 34$ , ④

③-④, 得:  $y = 2$ .

将  $y = 2$  代入①, 得:  $x = 3$ .

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ .

#### 内容 4: 议一议

根据上面几个方程组的解法, 请同学们思考下面两个问题:

(1) 加减消元法解二元一次方程组的基本思路是什么?

(2) 用加减消元法解二元一次方程组的主要步骤有哪些?

(由学生分组讨论、总结并请学生代表发言)

[师生共析]

(1)用加减消元法解二元一次方程组的基本思路仍然是“消元”.

(2)用加减法解二元一次方程组的一般步骤是:

①变形——找出两个方程中同一个未知数系数的绝对值的最小公倍数,然后分别在两个方程的两边乘以适当的数,使所找的未知数的系数相等或互为相反数.

②加减消元,得到一个一元一次方程.

③解一元一次方程.

④把求出的未知数的解代入原方程组中的任一方程,求出另一个未知数的值,从而得方程组的解.

过手训练: 用加减消元法解方程组: 
$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{4}{3} \\ 3(x-4) = 4(y+2) \end{cases} .$$

注意: 对于较复杂的二元一次方程组, 应先化简(去分母, 去括号, 合并同类项等). 通常要把每个方程整理成含未知数的项在方程的左边, 常数项在方程右边的形式, 再作如上加减消元的考虑.

**目的:** 使学生明确使用加减法的条件, 体会在某些条件下使用加减法的优越性.

**设计效果:** 通过本环节的学习, 加深和巩固了学生对加减消元法的认识.

### 第三环节: 巩固新知

**内容:**

(1)回忆上一节的练习和习题, 看哪些题用代入消元法解起来比较简单? 哪些题我们用加减消元法简单? 我们分组讨论, 并派一个代表阐述自己的意见, 试说明两种解方程组的方法的共同特点和各自的优势.

1. 关于二元一次方程组的两种解法: 代入消元法和加减消元法, 通过比较, 我们发现其实质都是消元, 即通过消去一个未知数, 化“二元”为“一元”.

2. 只有当方程组的某一方程中某一未知数的系数的绝对值是1时, 用代入消元法较简单, 其他的用加减消元法较简单.

(2)完成课本随堂练习

(3)补充练习:

①选择：二元一次方程组  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 5x - 2y = 6 \end{cases}$  的解是 ( ) .

A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$     C.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$     D.  $\begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

②  $|x + y - 2| + (2x + 3y - 5)^2 = 0$ ，求  $x, y$  的值.

③解方程组  $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$ .

**目的：**通过练习，使学生熟练地用加减法解二元一次方程组并能在练习中摸索运算技巧，培养能力.

**设计效果：**通过本环节的练习，学生能够较熟练地运用加减法解二元一次方程组.

#### 第四环节：课堂小结

**内容：**

1. 关于二元一次方程组的两种解法：代入消元法和加减消元法. 比较这两种解法我们发现其实质都是消元，即通过消去一个未知数，化“二元”为“一元”.

2. 用加减消元法解方程组的条件：某一未知数的系数的绝对值相等.

3. 用加减法解二元一次方程组的步骤：

①变形，使某个未知数的系数绝对值相等；

②加减消元；

③解一元一次方程；

④求另一个未知数的值，得方程组的解.

**目的：**巩固和加深对化归思想的理解和运用.

**设计效果：**学生能够在课堂上畅所欲言，并通过自己的归纳总结，进一步巩固了所学知识.

#### 第五环节：布置作业

1. 课本习题 5.3

2. 阅读“读一读”——你知道计算机是如何解方程组吗.

**目的：**让学生初步了解计算机求解二元一次方程组的基本思想和具体步骤，进一步体会消元思想，同时开阔学生视野，有兴趣的学生可能会利用计算机、计

---

计算器进行尝试求解、甚至有的学生还会对三元以上的方程进行尝试，这些活动经验对学生的发展十分重要。

## 教学设计反思

1. 本节课是让学生学习二元一次方程组的加减消元解法并能利用加减消元

2. 法解二元一次方程组，是提升学生求解二元一次方程的基本技能课，在例题的设置上充分体现化归思想。

2. 在学习二元一次方程组的解法中，关键是领会其本质思想——消元，体会“化未知为已知”的化归思想。因而在教学过程中教师通过对问题的创设，鼓励学生去观察方程的特点，在过手训练中提高学生的解答正确率和表达规范性，提升学生学会数学的信心，激发学习数学的兴趣。

3. 通过精心设计的问题，引导学生在已有知识的基础上，自己比较、分析得出二元一次方程组的解法，在巩固训练活动中，加深学生对“化未知为已知”的化归思想的理解。特别是如何由代入消元法到加减消元法，过渡自然。让学生深刻的体会到二元一次方程是一元一次方程的拓展，二元一次方程组又要通过“消元”，转化为一元一次方程求解，这样的转化，不仅有助于学生掌握知识、技能和方法，提高学习效率，而且还加深了对数学中通性和通法的认识，体会学习数学和研究数学的规律，提升数学思维能力。

4. 对于数学基础比较扎实的学生完成情况好，在数和整式运算上没有过关的学生，求解速度慢而且正确率较低，在教学过程中要注意这一点。

## 5.3 应用二元一次方程组——鸡兔同笼

### 教学目标

1. 能根据具体问题的数量关系，列出二元一次方程组解决简单的实际问题。（重点）

### 教学过程

#### 一、情境导入

古算题：“我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空。问有几客几房中？”题目大意：一些客人到李三公的店中住宿，若每间房里住 7 人，就会有 7 人没地方住；若是每间房住 9 人，就会空一间房。问有多少间房？多少客人？你能解答这个问题吗？

#### 二、合作探究

探究点一：二元一次方程组在古代问题中的应用

**例 1** 列方程组解古算题：

“巍巍古寺在山林，不知寺内几多僧。  
三百六十四只碗，看看用尽不差争。  
三人共食一碗饭，四人共吃一碗羹。  
请问先生明算者，算来寺内几多僧？”

**解析：**题目大意是：一座寺庙内不知有多少僧人，但饭碗和汤碗共有 364 只。如果 3 人共用一个饭碗吃饭，4 人共用一个汤碗喝汤，都正好用完所有的碗，问寺庙内共有多少僧人？本题如果直接将僧人的人数设为  $x$ ，则不易列方程组求解，因此需采用间接设法。

**解：**设饭碗有  $x$  只，汤碗有  $y$  只。由题意，得 
$$\begin{cases} x+y=364, \\ 3x=4y. \end{cases}$$
 解得 
$$\begin{cases} x=208, \\ y=156. \end{cases}$$
 则僧人数量

为  $3 \times 208 = 624$  (人)。

所以寺庙内共有僧人 624 人。

**方法总结：**古诗型问题是应用题中的一个常见类型，这种题型是通过诗歌的形式向大家说明几个量之间的关系，进而提出问题。解决这类问题的关键是要读懂题意，分清各量之间的关系，找出题中隐含的相等的量，列出方程组，从而解决实际问题。

探究点二：列二元一次方程组解决实际问题

**例 2** 某中学七年级甲、乙两班共有 93 人，其中参加数学课外兴趣小组的共有 27 人，

已知甲班有 $\frac{1}{4}$ 的学生，乙班有 $\frac{1}{3}$ 的学生参加数学课外兴趣小组，求这两个班各有多少人.

**解析：**本题的未知数有两个，即甲班的人数和乙班的人数；本题所含的等量关系有：①

甲班人数 + 乙班人数 = 93；②甲班人数 $\times\frac{1}{4}$  + 乙班人数 $\times\frac{1}{3}$  = 27.

**解：**设甲班的人数为  $x$  人，乙班的人数为  $y$  人，根据题意，得 
$$\begin{cases} x+y=93, \\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y=27, \end{cases}$$
 解得 
$$\begin{cases} x=48, \\ y=45. \end{cases}$$

**答：**甲班的人数为 48 人，乙班的人数为 45 人.

**方法总结：**设未知数时，一般是求什么，设什么，并且所列方程的个数与未知数的个数相等. 解这类问题的应用题，要抓住题中反映数量关系的关键词：和、差、倍、几分之几、比、大、小、多、少、增加、减少等，明确各种反映数量关系的关键词的含义.

### 三、板书设计

列方程组,解决问题)  $\begin{cases} \text{一般步骤: 审、设、列、解、验、答} \\ \text{关键: 找等量关系} \end{cases}$

## 教学反思

通过“鸡兔同笼”，把同学们带入古代的数学问题情景，学生体会到数学中的“趣”；进一步强调数学与生活的联系，突出显示数学教学的实际价值，培养学生的人文精神；进一步丰富学生数学学习的成功体验，激发学生对数学学习的好奇心，进一步形成积极参与数学活动、主动与他人合作交流的意识.

### 5.3 应用二元一次方程组——鸡兔同笼

#### 第一环节：引入课题

活动内容 1：例 1 今有雉（兔）同笼，上有三十五头，下有九十四足，问雉兔各几何？

提问：（1）“上有三十五头”的意思是什么？“下有九十四足”呢？

（2）你能解决这个有趣的问题吗？

（说明：多媒体展示“鸡兔同笼”问题后，说明该问题是古代著名的“难题”，以此激发学生解决问题的好奇心；提出问题后，让学生先思考，后讨论，然后找学生说出他的解题思路，

写出解题过程，让学生讨论对不对，有没有不同的思路 and 观点；最后在学生充分讨论的基础上，老师用多媒体课件，给出正确的答案。）

#### 1. 用一元一次方程求解

解：设有鸡  $x$  只，则有兔  $(35-x)$  只，得

$$2x + 4(35 - x) = 94.$$

$$2x + 140 - 4x = 94.$$

$$-2x = -46.$$

$$x = 23.$$

$$35 - x = 12.$$

所以有鸡 23 只，兔 12 只.

小结：一元一次方程解法优点：思维便捷些.

一元一次方程解法不足：计算较复杂.

#### 2. 用二元一次方程求解：

解：设有鸡  $x$  只，兔  $y$  只，则

$$\begin{cases} x+y=35, & \text{①} \\ 2x+4y=94. & \text{②} \end{cases}$$

①  $\times 2$ , 得  $2x+2y=70$ ,   ③

②  $-$  ③, 得  $2y=24$ ,

$y=12$ ,

---

把  $y=12$  代入①, 得  $x=23$ .

所以有鸡 23 只, 兔 12 只.

小结: 用二元一次方程组解答优点: 思维快速简单.

用二元一次方程组解答不足: 计算复杂些.

活动目的: 体会解决鸡兔同笼问题的不同思维过程, 通过比较算术方法、列一元一次方程方法、列二元一次方程组三种方法的优缺点, 从而感受方程模型思想的必要性和优越性, 并从列一元一次方程和列二元一次方程组的方法中, 领会列二元一次方程组, 思维方式的简洁明了性和在解一些等量关系较为复杂的应用题时体现的优越性.

活动实际效果: 这样, 一方面在列方程组的建模过程中, 强化了方程的模型思想, 并通过比较, 感受了列二元一次方程组的优越性, 培养了学生列方程(组)解决实际问题的意识和应用能力; 另一方面, 将解方程组的技能训练与实际问题的解决融为一体, 在实际问题的解决过程中, 进一步提高学生解方程组的技能.

活动内容 2: 随堂练习 1

列方程解古算题: “今有牛五、羊二, 值金十两; 有牛二、羊五, 值金八两. 牛、羊各值金几何?”

(在引例及例题的基础上, 学生已基本掌握了列二元一次方程组解决实际问题的方法, 此题可由学生独立完成. 当然由于本题是古文, 可以先找学生说出题目的大意: 5 头牛、2 只羊共价值 10 两“金”, 2 头牛、5 只羊共价值 8 两“金”, 每头牛、每只羊各价值多少“金”? 在题的结果上强调只要分数表示即可; 要学生板书整个解题过程.)

解: 设每头牛值“金”  $x$  两, 设每只羊值“金”  $y$  两, 则有方程:

$$\begin{cases} 5x+2y=10, & \text{①} \\ 2x+5y=8. & \text{②} \end{cases}$$

① $\times$ 2, 得  $10x+4y=20$ , ③

② $\times$ 5, 得  $10x+25y=40$ , ④

④-③, 得  $21y=20$ ,

解得  $y=\frac{20}{21}$ , 把  $y=\frac{20}{21}$  代入②得:  $x=\frac{34}{21}$ .

所以, 每头牛值“金”  $\frac{34}{21}$  两, 设每只羊值“金”  $\frac{20}{21}$  两.

活动意图：让学生通过练习巩固列二元一次方程组解应用题的技能。

活动实际效果：学生能用方程的思想简化思维过程，解决同类古算题。

## 第二环节：典型例题

活动内容 1： 例 1 以绳测井，若将绳三折测之，绳多五尺；若将绳四折测之，绳多一尺。绳长、井深各几何？

提问：1. “将绳三折测之，绳多五尺”，什么意思？

2. “若将绳四折测之，绳多一尺”，又是什么意思？可以让学生演示。

（此时课堂讨论可能很热烈，要注意引导，在充分讨论的基础上，显示完整的解题过程。）

解：设绳长  $x$  尺，井深  $y$  尺，则

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - y = 5, & \text{①} \\ \frac{x}{4} - y = 1. & \text{②} \end{cases} \quad \text{联列①, ②}$$

$$\text{①}-\text{②}, \text{得} \quad \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 4,$$

$$\frac{x}{12} = 4,$$

$$x = 48,$$

将  $x=48$  代入①，得  $y=11$ 。

答：绳长 48 尺，井深 11 尺。

活动内容 2：小结列二元一次方程组解应用题的步骤

根据上面几例，总结列二元一次方程组解应用题的步骤：

- 1) 审清题意，设未知数；
- 2) 弄清各个量之间的关系，找出等量关系；
- 3) 列出方程，联立方程，得二元一次方程组；
- 4) 解二元一次方程组；
- 5) 作答。

并指出：列二元一次方程组解决实际问题的关键是，找出等量关系列方程。

活动意图：此例用于巩固例一中用列二元一次方程组解应用题的思想以及掌握列

---

二元一次方程组解应用题的方法和步骤.

活动实际效果：学生在列方程组的建模过程中，一方面强化了方程的模型思想和其优于算术方法的地方即简化了思维过程，培养了学生列方程（组）解决实际问题的意识和应用能力. 另一方面，将解方程组的技能训练与实际问题的解决融为一体，在实际问题的解决过程中，进一步提高学生解方程组的技能.

活动内容 3：随堂练习 2

古有一捕快，一天晚上他在野外的一个茅屋里，听到外边来了一群人，在分赃，在吵闹，他隐隐约约地听到几个声音，下面有这一古诗为证：

隔壁听到人分银，  
不知人数不知银.  
只知每人五两多六两，  
每人六两少五两，  
问你多少人数多少银？

活动意图：熟练有关“以绳测井”类似应用题的求解.

活动实际效果：熟练了学生列方程组解应用题的步骤.

### 第三环节：课堂小结

活动内容：

1. 通过前面几个题，你对列方程组解决实际问题的方法和步骤掌握的怎样？

2. 这里面应该注意的是什么？关键是什么？

3. 通过今天的学习，你能不能解决求两个量的问题？（可以用二元一次方程组解决的。

4. 列二元一次方程组解决实际问题的主要步骤是什么？

说明：通过以上四个问题，学生基本上掌握了列二元一次方程组解决实际问题的方法和步骤，可启发学生说出自己的心得体会及疑问.

活动意图：引导学生自己小结本节课的知识要点及数学方法，使知识系统化.

说明：还可以建议有条件的学生去读一读《孙子算经》，可以在网上查，找

---

出自己喜欢的问题，互相出题；同位的同学还可互相编题考察对方；还可以设置“我为老师出难题”活动，每人编一道题，给老师，老师再提出：“谁来帮我解难题”，以此激发学生的学习兴趣 and 信心。

#### **第四环节：布置作业**

习题 5.3 1, 2

## 5.4 应用二元一次方程组——增收节支

### 教学目标

1. 会利用列表分析题中所蕴含的数量关系, 列出二元一次方程组解决实际问题; (重点)
2. 进一步经历和体验列方程组解决实际问题的过程.

### 教学过程

#### 一、情境导入

- (1) 某工厂去年的总产值是  $x$  万元, 今年的总产值比去年增加了 20%, 则今年的总产值是\_\_\_\_\_万元;
- (2) 若该厂去年的总支出为  $y$  万元, 今年的总支出比去年减少了 10%, 则今年的总支出是\_\_\_\_\_万元;
- (3) 若该厂今年的利润为 780 万元, 那么由 (1), (2) 可得方程\_\_\_\_\_.

#### 二、合作探究

探究点一: 列二元一次方程组解决百分数、小数(增收节支)问题

##### 【类型一】 列二元一次方程组解决增长率问题

**例 1** 为了解决民工子女入学难的问题, 我市建立了一套进城民工子女就学的保障机制, 其中一项就是免交“借读费”. 据统计, 去年秋季有 5000 名民工子女进入主城区中小学学习, 预测今年秋季进入主城区中小学学习的民工子女将比去年有所增加, 其中小学增加 20%, 中学增加 30%, 这样今年秋季将新增 1160 名民工子女在主城区中小学学习.

(1) 如果按小学每年收“借读费”500 元、中学每年收“借读费”1000 元计算, 求今年秋季新增的 1160 名中小學生共免收多少“借读费”?

(2) 如果小学每 40 名学生配备 2 名教师, 中学每 40 名学生配备 3 名教师, 按今年秋季入学后, 民工子女在主城区中小学就读的学生人数计算, 一共需配备多少名中小学教师?

**解析:** 解决此题的关键是求出今年秋季入学的学生中, 小学生和初中生各有民工子女多少人. 欲求解这个问题, 先要求出去年秋季入学的学生中, 小学生和初中生各有民工子女多少人.

**解:** (1) 设去年秋季在主城区小学学习的民工子女有  $x$  人, 在主城区中学学习的民工子女有  $y$  人. 则 
$$\begin{cases} x+y=5000, \\ 20\%x+30\%y=1160. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x=3400, \\ y=1600. \end{cases}$$
$$20\%x=680, \quad 30\%y=480, \quad 500 \times 680 + 1000 \times 480 = 820000 \text{ (元)} = 82 \text{ (万元)}.$$

答: 今年秋季新增的 1160 名中小學生共免收 82 万元“借读费”.

(2) 今年秋季入学后, 在小学就读的民工子女有  $3400 \times (1+20\%) = 4080$  (人), 在中学就读的民工子女有  $1600 \times (1+30\%) = 2080$  (人), 需要配备的中小学教师  $(4080 \div 40) \times 2 + (2080 \div 40) \times 3 = 360$  (名).

答: 一共需配备 360 名中小学教师.

**方法总结:**在解决与增长相关的问题中,应注意原来的量与增加后的量之间的换算关系:  
增长率 = (增长后的量 - 原来的量) ÷ 原来的量.

**【类型二】 列二元一次方程组解决利润问题**

**例2** 某商场购进甲、乙两种商品后,甲商品加价 50%、乙商品加价 40%作为标价,适逢元旦,商场举办促销活动,甲商品打八折销售,乙商品打八五折酬宾,某顾客购买甲、乙商品各 1 件,共付款 538 元,已知商场共盈利 88 元,求甲、乙两种商品的进价各是多少元?

**解析:**本题中所含的等量关系有:①甲商品的售价 + 乙商品的售价 = 538 元;②甲商品的利润 + 乙商品的利润 = 88 元. 其中甲商品的售价 = 甲商品的进价 × (1 + 50%) × 80%,乙商品的售价 = 乙商品的进价 × (1 + 40%) × 85%, 利润 = 售价 - 进价.

**解:**设甲商品的进价为  $x$  元,乙商品的进价为  $y$  元,根据题意,得

$$\begin{cases} x + y + 88 = 538, \\ x(1 + 50\%) \times 80\% + y(1 + 40\%) \times 85\% = 538. \end{cases}$$

化简,得  $\begin{cases} x + y = 450, \\ 1.2x + 1.19y = 538. \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x = 250, \\ y = 200. \end{cases}$

答:甲商品的进价为 250 元,乙商品的进价为 200 元.

**方法总结:**销售问题中进价、利润、售价、折扣等量之间的关系:利润 = 售价 - 进价, 售价 = 标价 × 折扣, 售价 = 进价 + 利润等.

**探究点二: 列方程组解决方案问题**

**例3** 某商场计划用 40000 元从厂家购进若干部新型手机,以满足市场需求. 已知该厂家生产三种不同型号的手机,出厂价分别为甲型号手机每部 1200 元,乙型号手机每部 400 元,丙型号手机每部 800 元.

(1)若全部资金只用来购进其中两种不同型号的手机共 40 部,请你研究一下商场的进货方案;

(2)商场每销售一部甲型号手机可获利 120 元,每销售一部乙型号手机可获利 80 元,每销售一部丙型号手机可获利 120 元,那么在同时购进两种不同型号手机的几种方案中,哪种进货方案获利最多?

**解析:**根据题意有三种购买方案:①甲、乙;②甲、丙;③乙、丙. 然后根据所含等量关系求出每种方案的进货数.

**解:**(1)①若购甲、乙两种型号:设购进甲型号手机  $x_1$  部,乙型号手机  $y_1$  部. 根据题意,得  $\begin{cases} x_1 + y_1 = 40, \\ 1200x_1 + 400y_1 = 40000. \end{cases}$

解得  $\begin{cases} x_1 = 30, \\ y_1 = 10. \end{cases}$  所以购进甲型号手机 30 部,乙型号手机 10 部.

②若购甲、丙两种型号:设购进甲型号手机  $x_2$  部,丙型号手机  $y_2$  部.

根据题意,得  $\begin{cases} x_2 + y_2 = 40, \\ 1200x_2 + 800y_2 = 40000. \end{cases}$

解得  $\begin{cases} x_2 = 20, \\ y_2 = 20. \end{cases}$

所以购进甲型号手机 20 部,丙型号手机 20 部.

③若购乙、丙两种型号:设购进乙型号手机  $x_3$  部,丙型号手机  $y_3$  部.

根据题意,得  $\begin{cases} x_3 + y_3 = 40, \\ 400x_3 + 800y_3 = 40000. \end{cases}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/968143141116006133>