

攀枝花市七中 2024 年高三下第一次测试数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

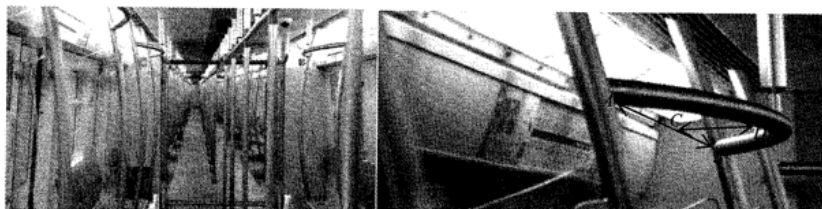
1. 设变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x+y \leq 2 \\ 2x-3y \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
, 则目标函数 $z=2x+y$ 的最大值是 ()

- A. 7 B. 5 C. 3 D. 2

2. 已知函数 $f(x)=\ln x$, 若 $F(x)=f(x)-3kx^2$ 有 2 个零点, 则实数 k 的取值范围为 ()

- A. $\left(-\frac{1}{6e^2}, 0\right)$ B. $\left(-\frac{1}{6e}, 0\right)$ C. $\left(0, \frac{1}{6e}\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{6e^2}\right)$

3. 在很多地铁的车厢里, 顶部的扶手是一根漂亮的弯管, 如下图所示. 将弯管形状近似地看成是圆弧, 已知弯管向外的最大突出(图中 CD)有 15cm , 跨接了 6 个坐位的宽度(AB), 每个座位宽度为 43cm , 估计弯管的长度, 下面的结果中最接近真实值的是 ()



- A. 250cm B. 260cm C. 295cm D. 305cm

4. 从集合 $\{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ 中随机选取一个数记为 m , 从集合 $\{-2, -1, 2, 3, 4\}$ 中随机选取一个数记为 n , 则在方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示双曲线的条件下, 方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线的概率为 ()

- A. $\frac{9}{17}$ B. $\frac{8}{17}$ C. $\frac{17}{35}$ D. $\frac{9}{35}$

5. 将 4 名大学生分配到 3 个乡镇去当村官, 每个乡镇至少一名, 则不同的分配方案种数是 ()

- A. 18 种 B. 36 种 C. 54 种 D. 72 种

6. 过圆 $x^2 + y^2 = 4$ 外一点 $M(4, -1)$ 引圆的两条切线, 则经过两切点的直线方程是 ().

- A. $4x - y - 4 = 0$ B. $4x + y - 4 = 0$ C. $4x + y + 4 = 0$ D. $4x - y + 4 = 0$

7. 设 $\vec{m}, \vec{n}$ 均为非零的平面向量, 则“存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的两个焦点, 过点 F_1 且垂直于 x 轴的直线与 C 相交于 A, B 两点, 若

$|AB| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABF_2$ 的内切圆半径为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{3\sqrt{2}}{3}$
D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

9. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} | (x+1)(x-3) \leq 0\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 则 $C_U A =$ ()

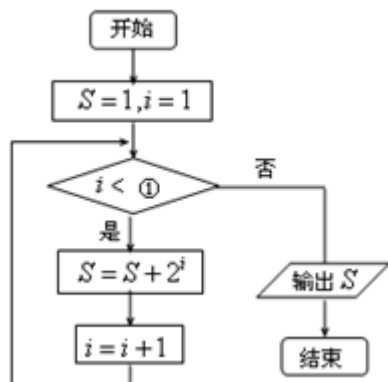
- A. $\{-1, 3\}$
B. $\{-1, 0\}$
C. $\{0, 3\}$
D. $\{-1, 0, 3\}$

10. 把函数 $f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) (A \neq 0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数

$g(x-m) (m > 0)$ 是偶函数, 则实数 m 的最小值是 ()

- A. $\frac{5\pi}{12}$
B. $\frac{5\pi}{6}$
C. $\frac{\pi}{6}$
D. $\frac{\pi}{12}$

11. 阅读下侧程序框图, 为使输出的数据为 31, 则①处应填的数字为



- A. 4
B. 5
C. 6
D. 7

12. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + y \leq 2, \\ x + 1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 4x + y$ 的取值范围为 ()

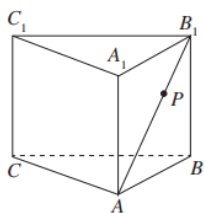
- A. $[-5, -1]$
B. $[-5, 5]$
C. $[-1, 5]$
D. $[-7, 3]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 若 $x + 2y > m^2 + 2m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{3}$ 对任意 $n \geq 2, n \in N^*$, 若 $a_n(a_{n-1} + 2a_{n+1}) = 3a_{n-1}a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

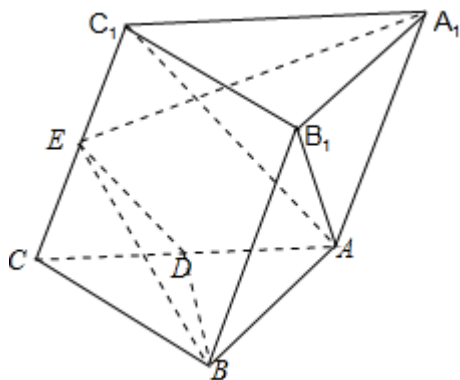
15. 如图在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $AB = AC = \sqrt{6}$, $BC = 2BB_1 = 2\sqrt{2}$, 点 P 为线段 AB_1 上一动点, 则 $C_1P + BP$ 的最小值为_____.



16. 设 $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$, 若关于 x 的方程 $f(x) = x^2 - 2x + k$ 有实数解, 则实数 k 的取值范围_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 已知 $\triangle ABC$ 为正三角形, D, E 分别是 AC, CC_1 的中点, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC , $A_1E \perp AC_1$.



(1) 求证: $DE \parallel$ 平面 AB_1C_1 ;

(2) 求证: $A_1E \perp$ 平面 BDE .

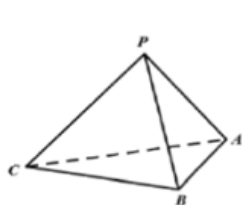
18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = 1 + r \cos \theta, \\ y = \sqrt{3} + r \sin \theta, \end{cases}$ (θ 为参数, $r > 0$), 曲线 $C_2: \begin{cases} x = 5 + \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = \sqrt{3} + \frac{1}{2}t, \end{cases}$

(t 为参数). 若曲线 C_1 和 C_2 相切.

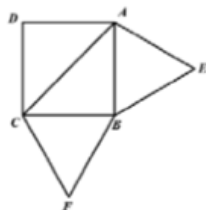
(1) 在以 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴的极坐标系中, 求曲线 C_1 的普通方程;

(2) 若点 M, N 为曲线 C_1 上两动点, 且满足 $\angle MON = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle MON$ 面积的最大值.

19. (12 分) 已知三棱锥 $P-ABC$ (如图一) 的平面展开图 (如图二) 中, 四边形 $ABCD$ 为边长等于 $\sqrt{2}$ 的正方形, $\triangle ABE$ 和 $\triangle VBCF$ 均为正三角形, 在三棱锥 $P-ABC$ 中:



图一



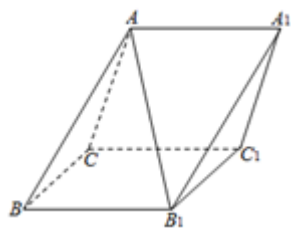
图二

(1) 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC ;

(2) 若点 M 在棱 PA 上运动, 当直线 BM 与平面 PAC 所成的角最大时, 求直线 MA 与平面 MBC 所成角的正弦值.

20. (12 分) 如图, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 ACC_1A_1 与侧面 CBB_1C_1 都是菱形,

$\angle ACC_1 = \angle CC_1B_1 = 60^\circ$, $AC = 2$.



(I) 求证: $AB_1 \perp CC_1$;

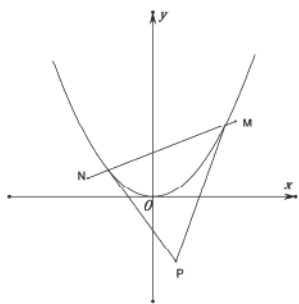
(II) 若 $AB_1 = \sqrt{6}$, 求平面 CAB_1 与平面 A_1AB_1 所成的锐二面角的余弦值.

21. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$, (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 8 = 0$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若点 P 是直线 l 的一点, 过点 P 作曲线 C 的切线, 切点为 Q , 求 $|PQ|$ 的最小值.

22. (10 分) 已知直线 l 与抛物线 $C: x^2 = 4y$ 交于 M, N 两点.



(1) 当点 M, N 的横坐标之和为 4 时, 求直线 l 的斜率;

(2) 已知点 $P(1, -2)$, 直线 l 过点 $Q(0, 1)$, 记直线 PM, PN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 当 $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ 取最大值时, 求直线 l 的方程.

参考答案

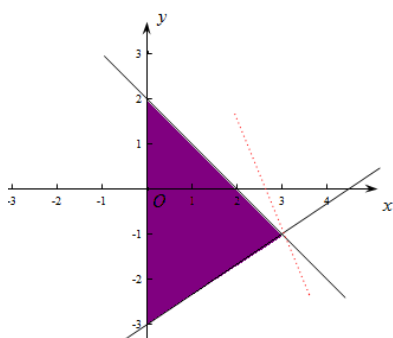
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由约束条件作出可行域, 化目标函数为直线方程的斜截式, 数形结合得到最优解, 联立方程组求得最优解的坐标, 把最优解的坐标代入目标函数得结论.

【详解】



画出约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 2 \\ 2x-3y \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 表示的可行域, 如图,

由 $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x-3y-9=0 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$,

将 $z = 2x + y$ 变形为 $y = -2x + z$,

平移直线 $y = -2x + z$,

由图可知当直 $y = -2x + z$ 经过点 $(3, -1)$ 时,

直线在 y 轴上的截距最大,

z 最大值为 $z = 2 \times 3 - 1 = 5$, 故选 B.

【点睛】

本题主要考查线性规划中, 利用可行域求目标函数的最值, 属于简单题. 求目标函数最值的一般步骤是“一画、二移、三求”: (1) 作出可行域 (一定要注意是实线还是虚线); (2) 找到目标函数对应的最优解对应点 (在可行域内平移变形后的目标函数, 最先通过或最后通过的顶点就是最优解); (3) 将最优解坐标代入目标函数求出最值.

2、C

【解析】

令 $F(x) = f(x) - 3kx^2 = 0$, 可得 $k = \frac{\ln x}{3x^2}$, 要使得 $F(x) = 0$ 有两个实数解, 即 $y = k$ 和 $g(x) = \frac{\ln x}{3x^2}$ 有两个交点, 结合已知, 即可求得答案.

【详解】

令 $F(x) = f(x) - 3kx^2 = 0$,

可得 $k = \frac{\ln x}{3x^2}$,

要使得 $F(x) = 0$ 有两个实数解, 即 $y = k$ 和 $g(x) = \frac{\ln x}{3x^2}$ 有两个交点,

Q $g'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{3x^3}$,

令 $1 - 2 \ln x = 0$,

可得 $x = \sqrt{e}$,

$\therefore$ 当 $x \in (0, \sqrt{e})$ 时, $g'(x) > 0$, 函数 $g(x)$ 在 $(0, \sqrt{e})$ 上单调递增;

当 $x \in (\sqrt{e}, +\infty)$ 时, $g'(x) < 0$, 函数 $g(x)$ 在 $(\sqrt{e}, +\infty)$ 上单调递减.

$\therefore$ 当 $x = \sqrt{e}$ 时, $g(x)_{\max} = \frac{1}{6e}$,

$\therefore$ 若直线 $y = k$ 和 $g(x) = \frac{\ln x}{3x^2}$ 有两个交点, 则 $k \in \left(0, \frac{1}{6e}\right)$.

$\therefore$ 实数 k 的取值范围是 $\left(0, \frac{1}{6e}\right)$.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了根据零点求参数范围，解题关键是掌握根据零点个数求参数的解法和根据导数求单调性的步骤，考查了分析能力和计算能力，属于中档题.

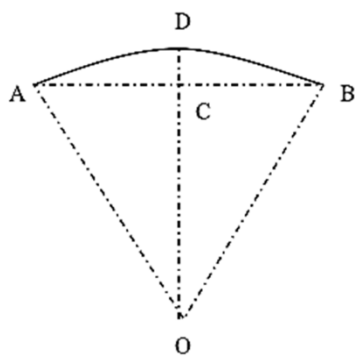
3、B

【解析】

$\widehat{AB}$ 为弯管， AB 为 6 个座位的宽度，利用勾股定理求出弧 AB 所在圆的半径为 r ，从而可得弧所对的圆心角，再利用弧长公式即可求解.

【详解】

如图所示， $\widehat{AB}$ 为弯管， AB 为 6 个座位的宽度，



则 $AB = 6 \times 43 = 258cm$

$CD = 15cm$

设弧 AB 所在圆的半径为 r ，则

$$r^2 = (r - CD)^2 + AC^2$$

$$= (r - 15)^2 + 129^2$$

解得 $r \approx 562cm$

$$\sin \angle AOD = \frac{129}{562} \approx 0.23$$

可以近似地认为 $\sin x \approx x$ ，即 $\angle AOD \approx 0.23$

于是 $\angle AOB \approx 0.46$ ， $\widehat{AB}$ 长 $\approx 562 \times 0.46 \approx 258.5$

所以 $260cm$ 是最接近的，其中选项 A 的长度比 AB 还小，不可能，

因此只能选 B，260 或者由 $\cos x \approx 0.97$ ， $\sin 2x \approx 0.45 \Rightarrow 2x < \frac{\pi}{6}$

所以弧长 $< 562 \times \frac{\pi}{6} \approx 294$.

故选: B

【点睛】

本题考查了弧长公式, 需熟记公式, 考查了学生的分析问题的能力, 属于基础题.

4、A

【解析】

设事件 A 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示双曲线”, 事件 B 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线”, 分别计算出

$P(A), P(AB)$, 再利用公式 $P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ 计算即可.

【详解】

设事件 A 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示双曲线”, 事件 B 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线”, 由题意, $P(A) = \frac{3 \times 3 + 4 \times 2}{7 \times 5} = \frac{17}{35}$, $P(AB) = \frac{3 \times 3}{7 \times 5} = \frac{9}{35}$, 则所求的概率为

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{9}{17}.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查利用定义计算条件概率的问题, 涉及到双曲线的定义, 是一道容易题.

5、B

【解析】

把 4 名大学生按人数分成 3 组, 为 1 人、1 人、2 人, 再把这三组分配到 3 个乡镇即得.

【详解】

把 4 名大学生按人数分成 3 组, 为 1 人、1 人、2 人, 再把这三组分配到 3 个乡镇,

则不同的分配方案有 $C_4^2 A_3^3 = 36$ 种.

故选: B.

【点睛】

本题考查排列组合, 属于基础题.

6、A

【解析】

过圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 外一点 (m, n) ,

引圆的两条切线, 则经过两切点的直线方程为 $mx + ny - r^2 = 0$, 故选 A.

7、B

【解析】

根据充分条件、必要条件的定义进行分析、判断后可得结论.

【详解】

因为 $\vec{m}$, $\vec{n}$ 均为非零的平面向量, 存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$,

所以向量 $\vec{m}$, $\vec{n}$ 共线且方向相反,

所以 $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$, 即充分性成立;

反之, 当向量 $\vec{m}$, $\vec{n}$ 的夹角为钝角时, 满足 $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$, 但此时 $\vec{m}$, $\vec{n}$ 不共线且反向, 所以必要性不成立.

所以“存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的充分不必要条件.

故选 B.

【点睛】

判断 p 是 q 的什么条件, 需要从两方面分析: 一是由条件 p 能否推得条件 q; 二是由条件 q 能否推得条件 p, 定义法是判断充分条件、必要条件的最基本的方法, 解题时注意选择恰当的方法判断命题是否正确.

8、B

【解析】

首先由 $|AB| = \sqrt{2}$ 求得双曲线的方程, 进而求得三角形的面积, 再由三角形的面积等于周长乘以内切圆的半径即可求解.

【详解】

由题意 $b=1$ 将 $x=-c$ 代入双曲线 C 的方程, 得 $y = \pm \frac{1}{a}$ 则 $\frac{2}{a} = \sqrt{2}$, $a = \sqrt{2}$, $c = \sqrt{3}$, 由

$|AF_2| - |AF_1| = |BF_2| - |BF_1| = 2a = 2\sqrt{2}$, 得 $\triangle ABF_2$ 的周长为

$|AF_2| + |BF_2| + |AB| = 2a + |AF_1| + 2a + |BF_1| + |AB| = 4a + 2|AB| = 6\sqrt{2}$,

设 $\triangle ABF_2$ 的内切圆的半径为 r , 则 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2}r = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}$, $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

故选: B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/975110000122011222>