2020-2021学年广东省广州市越秀区高二（上）期末数学试卷

试题数：22，总分：150

1.（单选题，5 分）$\frac{1+2i}{1-2i}$=（　　）

A. $-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$i

B. $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$

C. $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$

D. $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

2.（单选题，5 分）“x＞2”是“x^2-3x+2＞0”成立的（　　）

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

3.（单选题，5 分）设复数 z 满足|z-i|=1，z 在复平面内对应的点为（x，y），则（　　）

A.$(x+1)^2+y^2=1$

B.$(x-1)^2+y^2=1$

C.$x^2+(y-1)^2=1$

D.$x^2+(y+1)^2=1$

4.（单选题，5 分）已知$\overrightarrow{n}$为平面 α 的一个法向量，l 为一条直线，则“$l\perp\overrightarrow{n}$”是“l || α”的（　　）

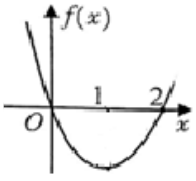
A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

5.（单选题，5 分）函数 f（x）的导函数 f'（x）的图象如图所示，则（　　）



A.x=2 是极小值点

B.x=1 是最小值点

C.x=0 是极小值点

D.函数 f（x）在（1，2）上单调递增

6.（单选题，5 分）在长方体 ABCD-$A_1B_1C_1D_1$ 中，AB=BC=a，$AA_1=\sqrt{3}a$，则异面直线 AC_1 与 CD_1 所成角的余弦值为（　　）

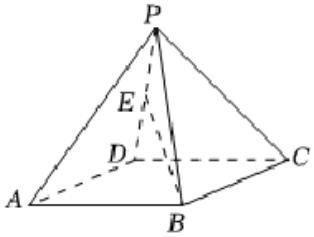
A.$\frac{1}{5}$

B.$\frac{\sqrt{5}}{6}$

C.$\frac{\sqrt{5}}{5}$

D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

7.（单选题，5 分）如图，在四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 是平行四边形，已知$\bar{PA}=\bar{a}$，$\bar{PB}=\bar{b}$，$\bar{PC}=\bar{c}$，$\bar{PE}=\frac{1}{2}\bar{PD}$，则$\bar{BE}=$（　　）



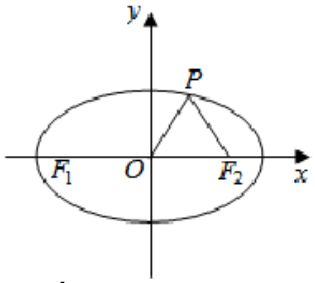
A.$\frac{1}{2}\bar{a}-\frac{3}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}\bar{c}$

B.$\frac{1}{2}\bar{a}-\frac{1}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}\bar{c}$

C.$\frac{1}{2}\bar{a}+\frac{3}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}\bar{c}$

D.$\frac{1}{2}\bar{a}-\frac{1}{2}\bar{b}+\frac{3}{2}\bar{c}$

8.（单选题，5 分）如图，F_1、F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点，点 P 在椭圆上，$\triangle POF_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，则 b^2 的值为（　　）



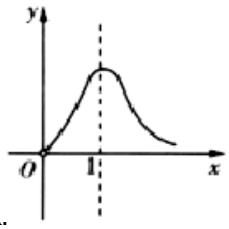
A.$4\sqrt{3}$

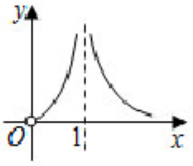
B.$3\sqrt{3}$

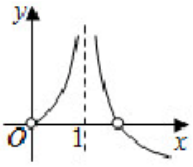
C.$2\sqrt{3}$

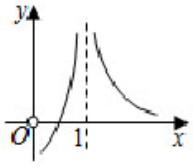
D.$\sqrt{3}$

9.（单选题，5 分）函数 f（x）=$\frac{1}{x-lnx-1}$ 的图象大致是（　　）

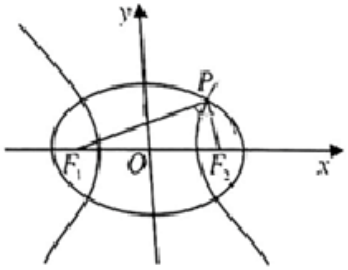
A. 

B. 

C. 

D. 

10.（单选题，5 分）如图，椭圆与双曲线共焦点 F_1，F_2，它们的交点为 P，且 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$．若椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，则双曲线的离心率为（　　）



A. $\sqrt{3}$

B.2

C. $\frac{13\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

11.（单选题，5 分）方程（2-t）x^2+（t-1）y^2=1 的图象表示曲线 C，有以下四个结论：

① 当 $t = \frac{3}{2}$时，曲线 C 是圆；

② 当 1＜t＜2 时，曲线 C 是椭圆；

③ 当 t＞2 时，曲线 C 是双曲线；

④ 当 t=2 时，曲线 C 是抛物线．

其中结论正确的个数为（　　）

A.1 个

B.2 个

C.3 个

D.4 个

12.（单选题，5 分）已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & x<0\\ lnx, & x>0\end{cases}$，g（x）=f（x）-x-a，若 g（x）恰有 3 个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A.a＜-2

B.a＜-1

C.a＞1

D.a＞2

13.（填空题，5 分）已知向量 $\vec{a}$=（2，-1，1），$\vec{b}$=（t，2，-1），t∈R，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 t=___ .

14.（填空题，5 分）有一机器人的运动方程为 $s=t^2+\frac{3}{t}$（t 是时间，s 是位移），则该机器人在时刻 t=2 时的瞬时速度为___ .

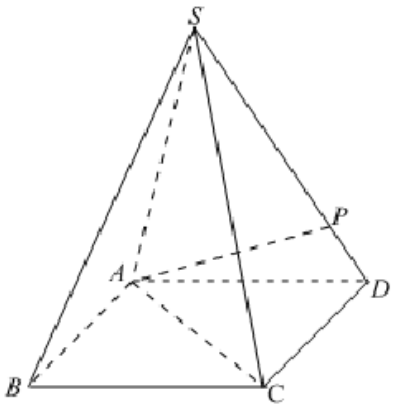
15.（填空题，5 分）在平面直角坐标系中，经过点 $P(2\sqrt{2},\ -\sqrt{2})$，渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$ 的双曲线的标准方程为___ .

16.（填空题，5 分）若 $g(x)=ax-\frac{a}{x}-5lnx(a\in R)$ 在其定义域内为增函数，则实数 a 的取值范围是___ .

17.（问答题，10 分）如图，四棱锥 S-ABCD 的底面是正方形，每条侧棱的长都是底面边长的 $\sqrt{2}$ 倍，P 为侧棱 SD 的中点．用向量法解决下面的问题：

（1）求证：AC⊥SD；

（2）若 BC=2，求线段 BP 的长．



18.（问答题，12 分）已知焦点在 x 轴上的双曲线 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{15}}{3}$，且过点 $(\sqrt{6},\ \sqrt{2})$.

（1）求双曲线 C 的标准方程；

（2）若直线 l：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$ 与双曲线 C 交于 A，B 两点，求弦长|AB|.

19.（问答题，12 分）已知函数 $f(x)=2x+\frac{a}{x}(x>0)$.

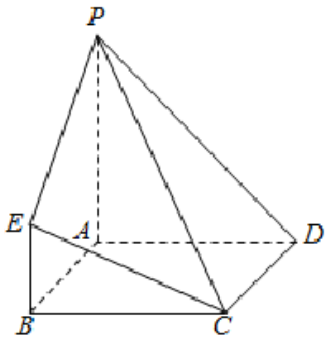
（1）若 a=-2，求函数 f（x）的零点；

（2）若 f（x）≥0 在[1，+∞）恒成立，求 a 的取值范围.

20.（问答题，12 分）在如图所示的几何体中，四边形 ABCD 为正方形，PA⊥平面 ABCD，PA || BE，BE=2，AB=PA=4.

（1）求直线 PD 与平面 PCE 所成角的正弦值；

（2）在棱 AB 上是否存在一点 F，使得二面角 E-PC-F 的大小为 60°？如果存在，确定点 F 的位置；如果不存在，说明理由.



21.（问答题，12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的两个焦点是 F_1，F_2，点 P（$\sqrt{2}$，1）在椭圆 C 上，且$|PF_1|+|PF_2|=4$

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设点 P 关于 x 轴的对称点为 Q，M 是椭圆 C 上一点，直线 MP 和 MQ 与 x 轴分别相交于点 E，F，O 为原点．证明：|OE|•|OF|为定值.

22.（问答题，12 分）已知 $g(x)=\ln x+x-x^2$，$h(x)=xe^x-ax^2-ag(x)$.

（1）求 $g(x)$ 的单调区间；

（2）当 $a>0$ 时，$h(x)\geq 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

2020-2021学年广东省广州市越秀区高二（上）期末数学试卷
参考答案与试题解析

试题数：22，总分：150

1.（单选题，5 分）$\frac{1+2i}{1-2i}$=（　　）

A. $-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$i

B. $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$

C. $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$

D. $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

【正确答案】：D

【解析】：利用复数的除法的运算法则化简求解即可.

【解答】：解：$\frac{1+2i}{1-2i}=\frac{(1+2i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$.

故选：D.

【点评】：本题考查复数的代数形式的乘除运算，是基本知识的考查.

2.（单选题，5 分）“x＞2”是“x^2-3x+2＞0”成立的（　　）

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

【正确答案】：A

【解析】：先解不等式化简后者；判断前者和后者对应的集合的包含关系；利用集合的包含关系判断出前者是后者的什么条件.

【解答】：解：∵x^2-3x+2＞0⇔x＞2 或 x＜1

∵{x|x＞2}⫋{x|x＞2 或 x＜1}

∴“x＞2”是“x^2-3x+2＞0”成立的充分不必要条件

故选：A.

【点评】：本题考查解决条件问题一般先化简各命题、考查将判断条件问题转化为对应的集合的包含关系问题.

3.（单选题，5 分）设复数 z 满足|z-i|=1，z 在复平面内对应的点为（x，y），则（　　）

A.$(x+1)^2+y^2=1$

B.$(x-1)^2+y^2=1$

C.$x^2+(y-1)^2=1$

D.$x^2+(y+1)^2=1$

【正确答案】：C

【解析】：由 z 在复平面内对应的点为（x，y），可得 z=x+yi，然后根据|z-i|=1 即可得解.

【解答】：解：∵z 在复平面内对应的点为（x，y），

∴z=x+yi，∴z-i=x+（y-1）i，

∴|z-i|=$\sqrt{x^2+(y-1)^2}=1$，

∴$x^2+(y-1)^2=1$，

故选：C.

【点评】：本题考查复数的模、复数的几何意义，正确理解复数的几何意义是解题关键，属基础题.

4.（单选题，5 分）已知$\bar{n}$为平面 α 的一个法向量，l 为一条直线，则“$l\perp\bar{n}$”是“l || α”的（　　）

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

【正确答案】：B

【解析】：“$l\perp\bar{n}$”⇒“l || α 或 l⊂α”，“l || α”⇒“$l\perp\bar{n}$”，由此能求出结果.

【解答】：解：$\bar{n}$为平面 α 的一个法向量，l 为一条直线，

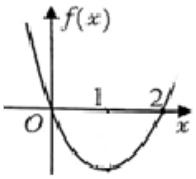
则“$l\perp\bar{n}$”⇒“l || α 或 l⊂α”，“l || α”⇒“$l\perp\bar{n}$”，

∴“$l\perp\bar{n}$”是“l || α”的必要不充分条件.

故选：B.

【点评】：本题考查充分条件、充要条件、必要条件的判断，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

5.（单选题，5 分）函数 f（x）的导函数 f'（x）的图象如图所示，则（　　）



A.x=2 是极小值点

B.x=1 是最小值点

C.x=0 是极小值点

D.函数 f（x）在（1，2）上单调递增

【正确答案】：A

【解析】：根据导函数的图象求出函数的单调区间和极值点即可.

【解答】：解：由导函数图象可知，

函数 f（x）在（-∞，0），（2，+∞）上递增，

在（0，2）上递减，

故 x=0 是极大值点，x=2 是极小值点，

故选：A.

【点评】：本题考查了函数的单调性，极值点问题，考查数形结合思想，转化思想，是基础题.

6.（单选题，5 分）在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=a$，$AA_1=\sqrt{3}a$，则异面直线 AC_1 与 CD_1 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【正确答案】：C

【解析】：以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出异面直线 AC_1 与 CD_1 所成角的余弦值.

【解答】：解：以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

则 A（a，0，0），C_1（0，a，$\sqrt{3}a$），C（0，a，0），D_1（0，0，$\sqrt{3}a$），

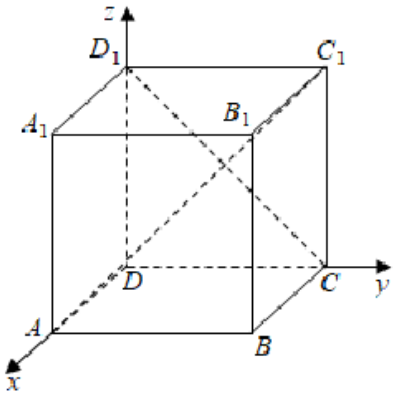
$\bar{AC}_1$=（-a，a，$\sqrt{3}a$），$\bar{CD}_1$=（0，a，$-\sqrt{3}a$），

设异面直线 AC_1 与 CD_1 所成角为 θ，

则 $\cos\theta=\frac{|\bar{AC}_1\cdot\bar{CD}_1|}{|\bar{AC}_1|\cdot|\bar{CD}_1|}=\frac{2a^2}{\sqrt{5}a\cdot\sqrt{4}a}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

∴异面直线 AC_1 与 CD_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：C.



【点评】：本题考查异面直线所成角的余弦值的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想，是中档题.

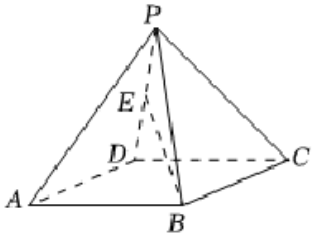
7.（单选题，5 分）如图，在四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 是平行四边形，已知 $\bar{PA}=a$，$\bar{PB}=\bar{b}$，$\bar{PC}=c$，$\bar{PE}=\frac{1}{2}\bar{PD}$，则 $\bar{BE}=$（　　）

A. $\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}c$

B. $\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}c$

C. $\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}c$

D. $\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}\bar{b}+\frac{3}{2}c$



【正确答案】：A

【解析】：利用空间向量加法法则直接求解.

【解答】：解：在四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 是平行四边形，

∵$\bar{PA}=a$，$\bar{PB}=\bar{b}$，$\bar{PC}=c$，$\bar{PE}=\frac{1}{2}\bar{PD}$，

∴$\bar{BE}=\bar{BP}+\frac{1}{2}\bar{PD}$

$=-\vec{b}+\frac{1}{2}(\vec{PA}+\vec{AD})$

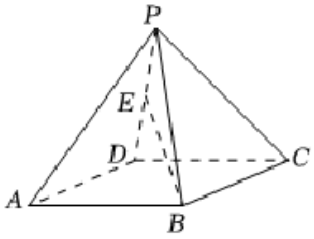
$=-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{PA}+\frac{1}{2}\vec{BC}$

$=-\vec{b}+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}(\vec{PC}-\vec{PB})$

$=-\vec{b}+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}\vec{PC}-\frac{1}{2}\vec{PB}$

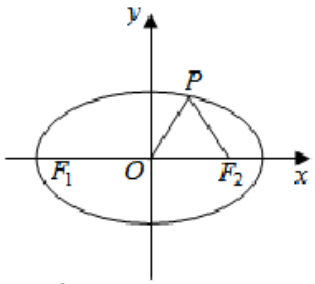
$=\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}c$.

故选：A.



【点评】：本题考查向量的求法，考查空间向量加法法则等基础知识，考查空间想象能力，考查数形结合思想，是基础题.

8.（单选题，5 分）如图，F_1、F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点，点 P 在椭圆上，$\triangle POF_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，则 b^2 的值为（　　）



A.$4\sqrt{3}$

B.$3\sqrt{3}$

C.$2\sqrt{3}$

D.$\sqrt{3}$

【正确答案】：C

【解析】：由$\triangle POF_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，可得 $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2=\sqrt{3}$，解得 c．把 P（1，$\sqrt{3}$）代入椭圆方程可得：$\frac{1}{a^2}+\frac{3}{b^2}=1$，与 $a^2=b^2+4$ 联立解得即可得出.

【解答】：解：∵$\triangle POF_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，

∴$\frac{\sqrt{3}}{4}c^2=\sqrt{3}$，

解得 c=2.

∴P（1，$\sqrt{3}$）代入椭圆方程可得：$\frac{1}{a^2}+\frac{3}{b^2}=1$，与 $a^2=b^2+4$ 联立解得：$b^2=2\sqrt{3}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/975111141224011113