

# 重庆市部分区县 2023 年高三模拟测试（一）数学试题试卷

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

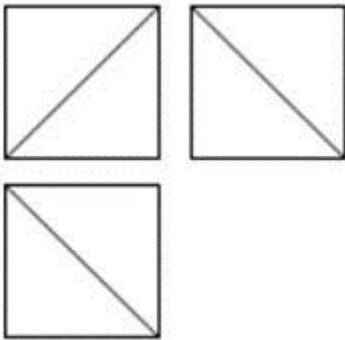
1. 已知圆  $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$  与抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线相切，则  $p$  的值为 ( )
 

A. 1                      B. 2                      C.  $\frac{1}{2}$                       D. 4
2. 已知奇函数  $f(x)$  是  $R$  上的减函数，若  $m, n$  满足不等式组  $\begin{cases} f(m) + f(n-2) \geq 0 \\ f(m-n-1) \geq 0 \\ f(m) \leq 0 \end{cases}$ ，则  $2m-n$  的最小值为 ( )
 

A. -4                      B. -2                      C. 0                      D. 4
3. 若函数  $f(x) = x^3 - mx^2 + 2x (m \in R)$  在  $x=1$  处有极值，则  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上的最大值为 ( )
 

A.  $\frac{14}{27}$                       B. 2                      C. 1                      D. 3
4. 生活中人们常用“通五经贯六艺”形容一个人才识技艺过人，这里的“六艺”其实源于中国周朝的贵族教育体系，具体包括“礼、乐、射、御、书、数”。为弘扬中国传统文化，某校在周末学生业余兴趣活动中开展了“六艺”知识讲座，每艺安排一节，连排六节，则满足“数”必须排在前两节，“礼”和“乐”必须分开安排的概率为 ( )
 

A.  $\frac{7}{60}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{13}{60}$                       D.  $\frac{1}{4}$
5. 一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如下图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为 ( )



- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{1}{7}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{5}$
6. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (x-2)(x-e^x) + 3, & (x \geq \ln 2) \\ 3-2x, & (x < \ln 2) \end{cases}$ ，当  $x \in [m, +\infty)$  时， $f(x)$  的取值范围为  $(-\infty, e+2]$ ，则实数  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $\left(-\infty, \frac{1-e}{2}\right]$     B.  $(-\infty, 1]$     C.  $\left[\frac{1-e}{2}, 1\right]$     D.  $[\ln 2, 1]$

7. 已知集合  $A = \{x | x > -1\}$ , 集合  $B = \{x | x(x+2) < 0\}$ , 那么  $A \cup B$  等于 ( )

A.  $\{x | x > -2\}$     B.  $\{x | -1 < x < 0\}$     C.  $\{x | x > -1\}$     D.  $\{x | -1 < x < 2\}$

8. 要得到函数  $y = \sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$  的图象, 只需将函数  $y = \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  图象上所有点的横坐标 ( )

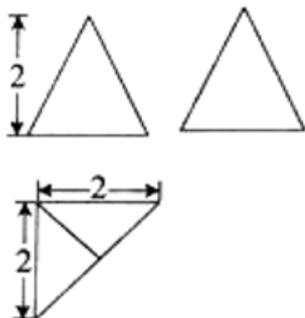
A. 伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再将得到的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度

B. 伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再将得到的图象向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度

C. 缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍 (纵坐标不变), 再将得到的图象向左平移  $\frac{5\pi}{24}$  个单位长度

D. 缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍 (纵坐标不变), 再将得到的图象向右平移  $\frac{11\pi}{24}$  个单位长度

9. 已知底面是等腰直角三角形的三棱锥  $P-ABC$  的三视图如图所示, 俯视图中的两个小三角形全等, 则 ( )



A.  $PA, PB, PC$  两两垂直

B. 三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $\frac{8}{3}$

C.  $|PA| = |PB| = |PC| = \sqrt{6}$

D. 三棱锥  $P-ABC$  的侧面积为  $3\sqrt{5}$

10. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $\frac{1}{\tan A}, \frac{1}{\tan B}, \frac{1}{\tan C}$  依次成等差数列, 则 ( )

A.  $a, b, c$  依次成等差数列

B.  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  依次成等差数列

C.  $a^2, b^2, c^2$  依次成等差数列

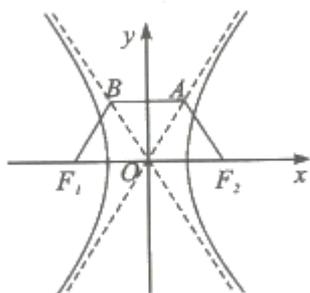
D.  $a^3, b^3, c^3$  依次成等差数列

11. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 圆  $x^2 + y^2 = b^2$  与双曲线在第一象限内的交点

为  $M$ , 若  $|MF_1| = 3|MF_2|$ . 则该双曲线的离心率为

- A. 2                      B. 3                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{3}$

12. 如图, 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左, 右焦点分别是  $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ , 直线  $y = \frac{bc}{2a}$  与双曲线  $C$  的两条渐近线分别相交于  $A, B$  两点. 若  $\angle BF_1F_2 = \frac{\pi}{3}$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 ( )



- A. 2                      B.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$   
 C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 点  $(2, 1)$  到直线  $3x + 4y = 0$  的距离为\_\_\_\_\_

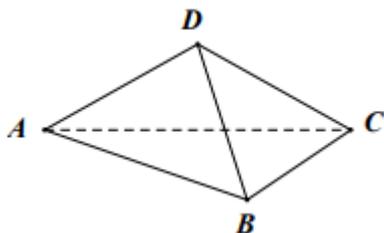
14. 已知椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  的左焦点为  $F$ , 点  $P$  在椭圆上且在  $x$  轴的上方, 若线段  $PF$  的中点在以原点  $O$  为圆心,  $|OF|$  为半径的圆上, 则直线  $PF$  的斜率是\_\_\_\_\_.

15. 已知无盖的圆柱形桶的容积是  $12\pi$  立方米, 用来做桶底和侧面的材料每平方米的价格分别为 30 元和 20 元, 那么圆桶造价最低为\_\_\_\_\_元.

16. 不等式  $ax + 1 + \ln x \leq xe^x$  对于定义域内的任意  $x$  恒成立, 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在四面体  $DABC$  中,  $AB \perp BC, DA = DC = DB$ .



(1) 求证:平面  $ABC \perp$  平面  $ACD$ ;

(2) 若  $AD = 2, AB = 2BC, \angle CAD = 30^\circ$ , 求四面体  $ABCD$  的体积.

18. (12分) 已知向量  $\vec{a} = (2 \sin x, -\sqrt{3}), \vec{b} = (\cos x, 2 \cos^2 x - 1), f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ .

(1) 求  $f(x)$  的最小正周期;

(2) 若  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a = \sqrt{3}, b = 1, f(A) = \sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

19. (12分) 已知  $F_1, F_2$  为椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 离心率为  $\frac{1}{2}$ , 点  $P(2, 3)$  在椭圆上.

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 过  $F_1$  的直线  $l_1, l_2$  分别交椭圆于  $A, C$  和  $B, D$ , 且  $l_1 \perp l_2$ , 问是否存在常数  $\lambda$ , 使得  $\frac{1}{|AC|}, \lambda, \frac{1}{|BD|}$  成等差数列?

若存在, 求出  $\lambda$  的值; 若不存在, 请说明理由.

20. (12分) 已知函数  $f(x) = |x+1| - 2|x-a|, a > 0$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) > 1$  的解集;

(2) 若  $f(x)$  的图象与  $x$  轴围成的三角形面积大于 6, 求  $a$  的取值范围.

21. (12分) 某调查机构对某校学生做了一个是否同意生“二孩”抽样调查, 该调查机构从该校随机抽查了 100 名不同性别的学生, 调查统计他们是同意父母生“二孩”还是反对父母生“二孩”, 现已得知 100 人中同意父母生“二孩”占 60%, 统计情况如下表:

	同意	不同意	合计
男生	$a$	5	
女生	40	$d$	
合计			100

(1) 求  $a, d$  的值, 根据以上数据, 能否有 97.5% 的把握认为是否同意父母生“二孩”与性别有关? 请说明理由;

(2) 将上述调查所得的频率视为概率, 现在从所有学生中, 采用随机抽样的方法抽取 4 位学生进行长期跟踪调查, 记被抽取的 4 位学生中持“同意”态度的人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列及数学期望.

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(k^2 \geq k_0)$	0.15	0.100	0.050	0.025	0.010
-------------------	------	-------	-------	-------	-------

$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635
-------	-------	-------	-------	-------	-------

22. (10分) 已知函数  $f(x) = |x - a|$  ( $a \in R$ ).

(1) 当  $a = 2$  时, 若  $f(x) + |3x - 2| \geq M$  恒成立, 求  $M$  的最大值;

(2) 记  $f(x) \leq |2x + 1| - |2x - 1|$  的解集为集合  $A$ , 若  $\left[\frac{1}{2}, 1\right] \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. B

【解析】

因为圆  $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$  与抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的准线相切, 则圆心为  $(3, 0)$ , 半径为 4, 根据相切可知, 圆心到直线的距离等于半径, 可知  $p$  的值为 2, 选 B.

【详解】

请在此输入详解!

2. B

【解析】

根据函数的奇偶性和单调性得到可行域, 画出可行域和目标函数, 根据目标函数的几何意义平移得到答案.

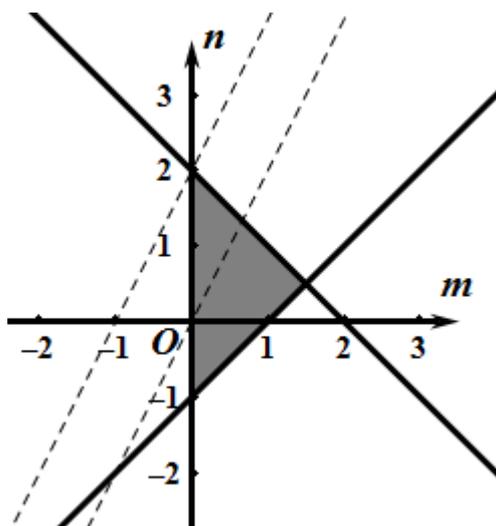
【详解】

奇函数  $f(x)$  是  $R$  上的减函数, 则  $f(0) = 0$ , 且  $\begin{cases} m \leq 2 - n \\ m - n - 1 \leq 0 \\ m \geq 0 \end{cases}$ , 画出可行域和目标函数,

$z = 2m - n$ , 即  $n = 2m - z$ ,  $z$  表示直线与  $y$  轴截距的相反数,

根据平移得到: 当直线过点  $(0, 2)$ , 即  $m = 0, n = 2$  时,  $z = 2m - n$  有最小值为  $-2$ .

故选: B.



**【点睛】**

本题考查了函数的单调性和奇偶性，线性规划问题，意在考查学生的综合应用能力，画出图像是解题的关键。

3. B

**【解析】**

根据极值点处的导数为零先求出  $m$  的值，然后再按照求函数在连续的闭区间上最值的求法计算即可。

**【详解】**

解：由已知得  $f'(x) = 3x^2 - 2mx + 2$ ， $\therefore f'(1) = 3 - 2m + 2 = 0$ ， $\therefore m = \frac{5}{2}$ ，经检验满足题意。

$\therefore f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x$ ， $f'(x) = 3x^2 - 5x + 2$ 。

由  $f'(x) < 0$  得  $\frac{2}{3} < x < 1$ ；由  $f'(x) > 0$  得  $x < \frac{2}{3}$  或  $x > 1$ 。

所以函数  $f(x)$  在  $\left[0, \frac{2}{3}\right]$  上递增，在  $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$  上递减，在  $[1, 2]$  上递增。

则  $f(x)_{\text{极大值}} = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{14}{27}$ ， $f(2) = 2$ ，

由于  $f(2) > f(x)_{\text{极大值}}$ ，所以  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上的最大值为 2。

故选：B。

**【点睛】**

本题考查了导数极值的性质以及利用导数求函数在连续的闭区间上的最值问题的基本思路，属于中档题。

4. C

**【解析】**

分情况讨论，由间接法得到“数”必须排在前两节，“礼”和“乐”必须分开的事件个数，不考虑限制因素，总数有  $A_6^6$  种，进而得到结果。

**【详解】**

当“数”位于第一位时，礼和乐相邻有 4 种情况，礼和乐顺序有 2 种，其它剩下的有  $A_3^3$  种情况，由间接法得到满足条件的情况有  $A_5^5 - C_4^1 A_2^2 A_3^3$

当“数”在第二位时，礼和乐相邻有 3 种情况，礼和乐顺序有 2 种，其它剩下的有  $A_3^3$  种，

由间接法得到满足条件的情况有  $A_5^5 - C_3^1 A_2^2 A_3^3$

共有： $A_5^5 - C_3^1 A_2^2 A_3^3 + A_5^5 - C_4^1 A_2^2 A_3^3$  种情况，不考虑限制因素，总数有  $A_6^6$  种，

故满足条件的事件的概率为： $\frac{A_5^5 - C_3^1 A_2^2 A_3^3 + A_5^5 - C_4^1 A_2^2 A_3^3}{A_6^6} = \frac{13}{60}$

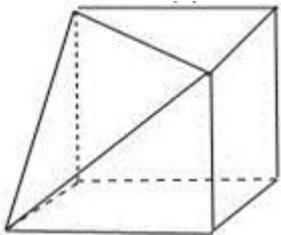
故答案为：C.

**【点睛】**

解排列组合问题要遵循两个原则：①按元素(或位置)的性质进行分类；②按事情发生的过程进行分步. 具体地说，解排列组合问题常以元素(或位置)为主体，即先满足特殊元素(或位置)，再考虑其他元素(或位置).

5. D

**【解析】**



试题分析：如图所示，截去部分是正方体的一个角，其体积是正方体体积的  $\frac{1}{6}$ ，剩余部分体积是正方体体积的  $\frac{5}{6}$ ，所以截去部分体积与剩余部分体积的比值为  $\frac{1}{5}$ ，故选 D.

考点：本题主要考查三视图及几何体体积的计算.

6. C

**【解析】**

求导分析函数在  $x \geq \ln 2$  时的单调性、极值，可得  $x \geq \ln 2$  时， $f(x)$  满足题意，再在  $x < \ln 2$  时，求解  $f(x) \leq e+2$  的  $x$  的范围，综合可得结果.

**【详解】**

当  $x \geq \ln 2$  时， $f'(x) = -(x-1)(e^x - 2)$ ，

令  $f'(x) > 0$ ，则  $\ln 2 < x < 1$ ； $f'(x) < 0$ ，则  $x > 1$ ，

∴函数  $f(x)$  在  $(\ln 2, 1)$  单调递增, 在  $(1, +\infty)$  单调递减.

∴函数  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极大值为  $f(1)=e+2$ ,

∴ $x \geq \ln 2$  时,  $f(x)$  的取值范围为  $(-\infty, e+2]$ ,

∴ $\ln 2 \leq m \leq 1$

又当  $x < \ln 2$  时, 令  $f(x)=3-2x \leq e+2$ , 则  $x \geq \frac{1-e}{2}$ , 即  $\frac{1-e}{2} \leq x < \ln 2$ ,

∴ $\frac{1-e}{2} \leq m < \ln 2$

综上所述,  $m$  的取值范围为  $\left[\frac{1-e}{2}, 1\right]$ .

故选 C.

### 【点睛】

本题考查了利用导数分析函数值域的方法, 考查了分段函数的性质, 属于难题.

7. A

### 【解析】

求出集合  $B$ , 然后进行并集的运算即可.

### 【详解】

∴ $A = \{x | x > -1\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < 0\}$ ,

∴ $A \cup B = \{x | x > -2\}$ .

故选: A.

### 【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法, 考查集合并集的概念和运算, 属于基础题.

8. B

### 【解析】

分析: 根据三角函数的图象关系进行判断即可.

详解: 将函数  $y = \sqrt{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变),

得到  $y = \sqrt{3}\sin\left(\frac{1}{2} \times 2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ ,

再将得到的图象向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度得到  $y = \sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ ,

故选 B.

点睛：本题主要考查三角函数的图象变换，结合  $\omega$  和  $\varphi$  的关系是解决本题的关键.

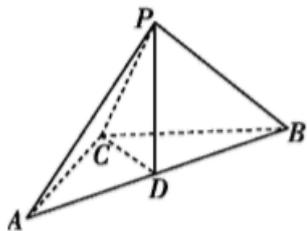
9. C

【解析】

根据三视图，可得三棱锥  $P-ABC$  的直观图，然后再计算可得.

【详解】

解：根据三视图，可得三棱锥  $P-ABC$  的直观图如图所示，



其中  $D$  为  $AB$  的中点， $PD \perp$  底面  $ABC$ .

所以三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$ ,

$\therefore |AC| = |BC| = |PD| = 2$ ,  $\therefore |AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2} = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore |DA| = |DB| = |DC| = \sqrt{2}$ ,

$\therefore |PA| = |PB| = |PC| = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$ ,

Q  $|PA|^2 + |PB|^2 \neq |AB|^2$ ,  $\therefore PA$ 、 $PB$  不可能垂直，

即  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$  不可能两两垂直，

Q  $S_{\Delta PBA} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$ , Q  $S_{\Delta PBC} = S_{\Delta PAC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{(\sqrt{6})^2 - 1^2} \times 2 = \sqrt{5}$ .

$\therefore$  三棱锥  $P-ABC$  的侧面积为  $2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ .

故正确的为 C.

故选：C.

【点睛】

本题考查三视图还原直观图，以及三棱锥的表面积、体积的计算问题，属于中档题.

10. C

【解析】

由等差数列的性质、同角三角函数的关系以及两角和的正弦公式可得  $2 \cos B = \frac{\sin^2 B}{\sin A \sin C}$ ，由正弦定理可得

$2a \cos B = b^2$ ，再由余弦定理可得  $a^2 + c^2 = 2b^2$ ，从而可得结果.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/975134041130012001>