

2025 届高三数学模拟综合试卷及解析答案（九）

注：本卷满分 150 分，用时 120 分钟，题型为 8 道单选题，4 道多选题，4 道填空题，6 道解答题。

一、单选题（每小题 5 分，共 8 小题，满分 40 分）

1. 已知集合 $A = \{-2, -3, -4, 4, 5\}$, $B = \{x \mid |x-1| < \pi\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A.** $\{-2, -3, 4\}$ **B.** $\{-2, 4, 5\}$
C. $\{-1, -2, -3, -4, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ **D.** $\{-2, 4\}$

【答案】 D

【解析】

【分析】

首先求出集合 $B = \{x | -\pi < x < \pi + 1\}$, 然后利用集合的交运算即可求解.

【详解】

由 $A = \{-2, -3, -4, 4, 5\}$, $B = \{x \mid |x-1| < \pi\} = \{x \mid 1-\pi < x < \pi+1\}$,

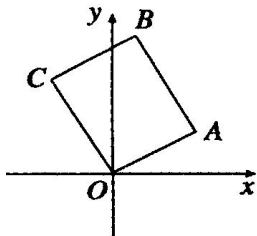
所以 $A \cap B = \{-2, 4\}$.

故选：D

【点睛】

本题考查了集合的交运算、绝对值的几何意义解不等式，属于基础题.

2. 如图, 在平行四边形 $OABC$ 中, 顶点 O, A, C 在复平面内分别表示 $0, 3+2i, -2+4i$, 则点 B 对应的复数为 ()



- A.** $1+6i$ **B.** $5-2i$
C. $1+5i$ **D.** $-5+6i$

【答案】 A

【解析】

【分析】

利用平行四边形法则，求得 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ ，利用复数的运算法则求得结果.

【详解】

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC},$$

所以 $\overrightarrow{OB}$ 对应的复数为 $(3+2i) + (-2+4i) = 1+6i$,

即点 B 对应的复数为 $1+6i$,

故选：A.

【点睛】

该题考查的是有关复数的问题，涉及到的知识点有复数在复平面内对应点的坐标的求解，属于基础题目.

3. 为了得到函数 $y = \cos 2x$ 的图象，只需把函数 $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象 ()

- A. 向右平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 B. 向左平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

【答案】B

【解析】

【分析】

利用二倍角公式及诱导公式，将 $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 化简为

$$y = \cos 2\left(x - \frac{\pi}{12}\right), \text{ 即可判断.}$$

【详解】

由题意可得，

$$y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$$

，所以只需把函数 $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向左平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长

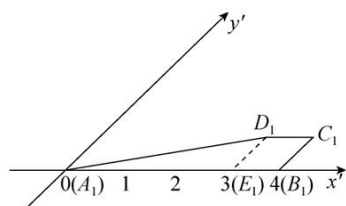
度，可得到函数 $y = \cos 2x$ 的图象.

故选：B

【点睛】

本题主要考查三角函数的恒等变换及诱导公式、三角函数图象的平移变换，属于基础题.

4. 如图是梯形 $ABCD$ 用斜二测画法画出的直观图，已知直观图中 $|A_1B_1| = 4$ ，四边形 $B_1C_1D_1E_1$ 是菱形且 $\angle B_1E_1D_1 = 45^\circ$ ，则梯形 $ABCD$ 的面积等于()



A. 4

B. 5

C. 8

D. 10

【答案】B

【解析】

【分析】

由斜二测画法法则，可得对应梯形 $ABCD$ 中， $|AB| = 4$ ， $|CD| = 1$ ，梯形 $ABCD$ 的高为 2，利用梯形面积公式即得解

【详解】

由图可知， $|A_1B_1| = 4$ ， $|C_1D_1| = 1$ ，

则对应梯形 $ABCD$ 中， $|AB| = 4$ ， $|CD| = 1$ ，

又知与 y' 平行的线段 B_1C_1 的长度为 1，则对应梯形 $ABCD$ 的高为 2，

所以 $S_{\text{梯形 } ABCD} = \frac{(1+4) \times 2}{2} = 5$.

故选：B

【点睛】

本题考查了直观图的还原和面积计算，考查了学生概念理解，转化划归，数学运算能力，属于基础题.

5. 十二生肖，又称十二属相，与中国传统文化中的十二地支呈现一一对应关系，

分别为子鼠、丑牛、寅虎、卯兔、辰龙、巳蛇、午马、未羊、申猴、酉鸡、戌狗、亥猪。现有十二生肖吉祥物各一件，甲、乙、丙三位同学分别随机抽取一件作为礼物。甲同学喜欢马、牛、乙同学喜欢马、龙、狗，丙同学除了鼠不喜欢外其他的都喜欢，则这三位同学恰好都抽到各自喜欢的礼物的概率是（ ）

- A. $\frac{3}{88}$ B. $\frac{3}{44}$ C. $\frac{1}{20}$ D. $\frac{9}{44}$

【答案】A

【解析】

【分析】

由题意按照甲同学选马、甲同学选牛分类，结合分步乘法、组合的知识可得符合要求的基本情况数，再由排列的知识可得所有情况数，最后由古典概型概率公式即可得解.

【详解】

依题意可分类：

①甲同学选马，则有 $C_2^1 C_9^1 = 18$ 种情况符合要求；

②甲同学选牛，则有 $C_3^1 C_9^1 = 27$ 种情况符合要求；

三位同学抽取礼物的所有情况有 A_{12}^3 种，

则这三位同学恰好都抽到各自喜欢的礼物的概率 $P = \frac{18+27}{A_{12}^3} = \frac{3}{88}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查分类加法、分步乘法计数原理及排列组合的应用，考查了古典概型概率的求解，属于中档题.

6. 已知奇函数 $f(x)$ 是 R 上增函数, $g(x) = xf(x)$ 则()

A. $g\left(\log_3 \frac{1}{4}\right) > g\left(2^{-\frac{3}{2}}\right) > g\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)$

B. $g\left(\log_3 \frac{1}{4}\right) > g\left(2^{-\frac{2}{3}}\right) > g\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)$

$$\text{C. } g\left(2^{-\frac{3}{2}}\right) > g\left(2^{-\frac{2}{3}}\right) > g\left(\log_3 \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{D. } g\left(2^{-\frac{2}{3}}\right) > g\left(2^{-\frac{3}{2}}\right) > g\left(\log_3 \frac{1}{4}\right)$$

【答案】 B

【解析】

【分析】

根据定义，可判断出 $g(x)$ 为偶函数，根据其导数可得出， $x > 0$ 时，函数 $g(x)$ 单调递增， $x < 0$ 时，函数 $g(x)$ 单调递减，再利用奇偶性将三个函数值转化到同一个单调区间上的函数值，即可比较出大小.

【详解】

由奇函数 $f(x)$ 是 R 上的增函数，可得 $f'(x) \geq 0$ ，以及

当 $x > 0$ 时， $f(x) > 0$ ，当 $x < 0$ 时， $f(x) < 0$ ，

由 $g(x) = xf(x)$ ，则 $g(-x) = -xf(-x) = xf(x) = g(x)$ ，即 $g(x)$ 为偶函数.

因为 $g'(x) = f(x) + xf'(x)$ ，所以当 $x > 0$ 时， $g'(x) > 0$ ，当 $x < 0$ 时， $g'(x) < 0$.

故 $x > 0$ 时，函数 $g(x)$ 单调递增， $x < 0$ 时，函数 $g(x)$ 单调递减.

$$\text{因为 } g\left(\log_3 \frac{1}{4}\right) = g(\log_3 4), \quad 2^{-\frac{3}{2}} < 2^{-\frac{2}{3}} < 2^0 = 1 < \log_3 4$$

$$\text{所以 } g\left(\log_3 \frac{1}{4}\right) > g\left(2^{-\frac{2}{3}}\right) > g\left(2^{-\frac{3}{2}}\right).$$

故选：B.

【点睛】

本题主要考查利用函数的奇偶性和单调性，比较大小，涉及指数函数，对数函数的性质以及利用导数研究函数单调性，意在考查学生的转化能力和逻辑推理能力，属于中档题.

7. 九连环是我国古代至今广为流传的一种益智游戏，它由九个铁丝圆环相连成串，按一定规则移动圆环的次数决定解开圆环的个数. 在某种玩法中，用 a_n 表示

解下 $n(n \leq 9, n \in N^*)$ 个圆环所需的最少移动次数，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，且

$$a_n = \begin{cases} 2a_{n-1} - 1, n \text{ 为偶数} \\ 2a_{n-1} + 2, n \text{ 为奇数} \end{cases}, \text{ 则解下 5 个环所需的最少移动次数为 ()}$$

A. 7

B. 10

C. 16

D. 31

【答案】C

【解析】

【分析】

根据题意，由 a_5 逐项地推到 a_1 ，再利用 a_1 的值即可算出结果.

【详解】

$$\text{解: } \because a_n = \begin{cases} 2a_{n-1} - 1, n \text{ 为偶数} \\ 2a_{n-1} + 2, n \text{ 为奇数} \end{cases},$$

$$a_5 = 2a_4 + 2 = 2(2a_3 - 1) + 2 = 4a_3$$

$$= 4(2a_2 + 2) = 8a_2 + 8 = 8(2a_1 - 1) + 8$$

$$= 16a_1 = 16$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查数列的递推关系的应用，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

8. 函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，若满足：(1) $f(x)$ 在 D 内是单调函数；(2) 存在

$\left[\frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right] \subseteq D$ ，使得 $f(x)$ 在 $\left[\frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right]$ 上的值域为 $[m, n]$ ，那么就称函数 $f(x)$ 为“梦

想函数”.若函数 $f(x) = \log_a(a^x + t)$ ($a > 0, a \neq 1$) 是“梦想函数”，则 t 的取值范围是()

A. $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$

B. $\left[-\frac{1}{4}, 0\right]$

C. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

D. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$

【答案】A

【解析】

【分析】

根据“梦想函数”定义将问题改写为
$$\begin{cases} \log_a \left(a^{\frac{m}{2}} + t \right) = m \\ \log_a \left(a^{\frac{n}{2}} + t \right) = n \end{cases}, \text{ 等价转化为}$$

$a^x - a^{\frac{x}{2}} - t = 0$ 有 2 个不等的正实数根, 转化为二次方程, 利用根的分布求解.

【详解】

因为函数 $f(x) = \log_a(a^x + t) (a > 0, a \neq 1)$ 是“梦想函数”,

所以 $f(x)$ 在 $\left[\frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right]$ 上的值域为 $[m, n]$, 且函数是单调递增的.

$$\text{所以 } \begin{cases} \log_a \left(a^{\frac{m}{2}} + t \right) = m \\ \log_a \left(a^{\frac{n}{2}} + t \right) = n \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} a^{\frac{m}{2}} + t = a^m \\ a^{\frac{n}{2}} + t = a^n \end{cases}$$

$\therefore a^x - a^{\frac{x}{2}} - t = 0$ 有 2 个不等的正实数根, 令 $w = a^{\frac{x}{2}}$

即 $w^2 - w - t = 0$ 有两个不等正根,

$\therefore \Delta = 1 + 4t > 0$ 且两根之积等于 $-t > 0$,

解得 $-\frac{1}{4} < t < 0$.

故选: A.

【点睛】

此题以函数新定义为背景, 实际考查函数零点与方程的根的问题, 通过等价转化将问题转化为二次方程根的分布问题, 综合性比较强.

二、多选题 (每小题 5 分, 共 4 小题, 满分 20 分; 漏选得 3 分, 错选不得分)

9. 下列函数中既是定义域上的偶函数, 又是 $(0, +\infty)$ 上的增函数为 ()

A. $y = \frac{1}{|x|}$

B. $y = x^{\frac{2}{3}}$

C. $y = |\ln x|$

D. $y = e^{|x|}$

【答案】 BD

【解析】

【详解】

函数 $y = \frac{1}{|x|}$ 定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 是定义域上的偶函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时,

$y = \frac{1}{x}$ 为减函数, 故不合题意;

函数 $y = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$, 定义域为 R , 是定义域上的偶函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $y = x^{\frac{2}{3}}$ 为增函数;

函数 $y = |\ln x|$ 定义域为 $(0, +\infty)$ 不关于原点对称, 不是定义域上的偶函数, 不合题意;

函数 $y = e^{|x|}$ 定义域为 R , 是定义域上的偶函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $y = e^x$ 为增函数.

故选:BD

【点睛】

本题考查函数的奇偶性, 考查基本初等函数的单调性, 属于基础题.

10. 圆 $O_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 和圆 $O_2: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 的交点为 A, B , 则有()

A. 公共弦 AB 所在直线方程为 $x - y = 0$

B. 线段 AB 中垂线方程为 $x + y - 1 = 0$

C. 公共弦 AB 的长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. P 为圆 O_1 上一动点, 则 P 到直线 AB 距离的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

【答案】 ABD

【解析】

【分析】

两圆作差即可求解公共弦 AB 所在直线方程, 可判断 A; 由公共弦所在直线的斜率以及其中圆 O_1 的圆心即可线段 AB 中垂线方程, 可判断 B; 求出圆心 O_1 到公共弦所在的直线方程的距离, 利用几何法即可求出弦长, 可判断 C; 求出圆心 O_1 到

公共弦 AB 所在直线方程的距离，加上半径即可判断 D.

【详解】

对于 A，由圆 $O_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 与圆 $O_2: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 的交点为 A, B ,

两式作差可得 $4x - 4y = 0$,

即公共弦 AB 所在直线方程为 $x - y = 0$ ，故 A 正确；

对于 B，圆 $O_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 的圆心为 $(1, 0)$ ， $k_{AB} = 1$ ，

则线段 AB 中垂线斜率为 -1 ，

即线段 AB 中垂线方程为： $y - 0 = -1 \times (x - 1)$ ，整理可得 $x + y - 1 = 0$ ，故 B 正确；

对于 C，圆 $O_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ ，圆心 $O_1(1, 0)$ 到 $x - y = 0$ 的距离为

$$d = \frac{|1 - 0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 半径 } r = 1$$

所以 $|AB| = 2\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{2}$ ，故 C 不正确；

对于 D， P 为圆 O_1 上一动点，圆心 $O_1(1, 0)$ 到 $x - y = 0$ 的距离为

$$d = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 半径 } r = 1, \text{ 即 } P \text{ 到直线 } AB \text{ 距离的最大值为 } \frac{\sqrt{2}}{2} + 1,$$

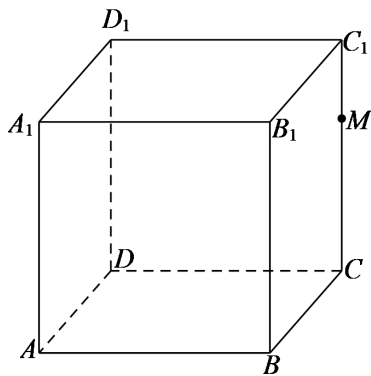
故 D 正确.

故选：ABD

【点睛】

本题考查了圆与圆的位置关系、求公共弦所在的直线方程、求公共弦、点到直线的距离公式，圆上的点到直线距离的最值，考查了基本运算求解能力，属于基础题.

11. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 2，如图， M 为 CC_1 上的动点， $AM \perp$ 平面 α . 下面说法正确的是 ()



- A. 直线 AB 与平面 α 所成角的正弦值范围为 $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
- B. 点 M 与点 C_1 重合时, 平面 α 截正方体所得的截面, 其面积越大, 周长就越大
- C. 点 M 为 CC_1 的中点时, 若平面 α 经过点 B , 则平面 α 截正方体所得截面图形是等腰梯形
- D. 已知 N 为 DD_1 中点, 当 $AM + MN$ 的和最小时, M 为 CC_1 的中点

【答案】AC

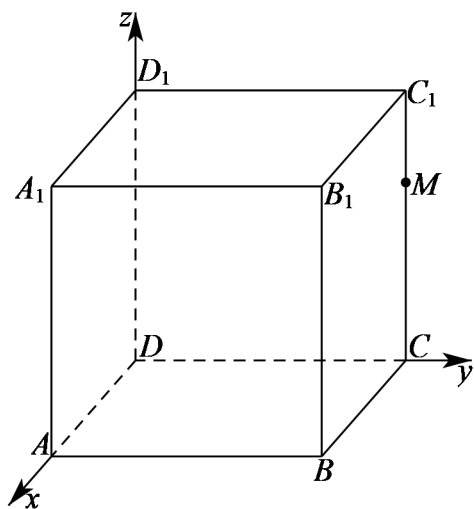
【解析】

【分析】

以点 D 为坐标原点, DA 、 DC 、 DD_1 所在直线分别为 x 、 y 、 z 轴建立空间直角坐标系 $D-xyz$, 利用空间向量法可判断 A 选项的正误; 证明出 $AC_1 \perp$ 平面 A_1BD , 分别取棱 A_1D_1 、 A_1B_1 、 BB_1 、 BC 、 CD 、 DD_1 的中点 E 、 F 、 Q 、 N 、 G 、 H , 比较 $\triangle A_1BD$ 和六边形 $EFQNGH$ 的周长和面积的大小, 可判断 B 选项的正误; 利用空间向量法找出平面 α 与棱 A_1D_1 、 A_1B_1 的交点 E 、 F , 判断四边形 $BDEF$ 的形状可判断 C 选项的正误; 将矩形 ACC_1A_1 与矩形 CC_1D_1D 延展为一个平面, 利用 A 、 M 、 N 三点共线得知 $AM + MN$ 最短, 利用平行线分线段成比例定理求得 MC , 可判断 D 选项的正误.

【详解】

对于 A 选项，以点 D 为坐标原点， DA 、 DC 、 DD_1 所在直线分别为 x 、 y 、 z 轴建立空间直角坐标系 $D-xyz$ ，则点 $A(2,0,0)$ 、 $B(2,2,0)$ 、设点 $M(0,2,a)(0 \leq a \leq 2)$ ，



$\because AM \perp$ 平面 α ，则 $\overrightarrow{AM}$ 为平面 α 的一个法向量，且 $\overrightarrow{AM} = (-2, 2, a)$ ，
 $\overrightarrow{AB} = (0, 2, 0)$ ，

$$|\cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AM}|} = \frac{4}{2 \times \sqrt{a^2 + 8}} = \frac{2}{\sqrt{a^2 + 8}} \in \left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right],$$

所以，直线 AB 与平面 α 所成角的正弦值范围为 $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$ ，A 选项正确；

对于 B 选项，当 M 与 CC_1 重合时，连接 A_1D 、 BD 、 A_1B 、 AC ，

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $CC_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\because BD \subset$ 平面 $ABCD$ ，

$\therefore BD \perp CC_1$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，则 $BD \perp AC$ ， $\because CC_1 \cap AC = C$ ， $\therefore BD \perp$ 平面 ACC_1 ，

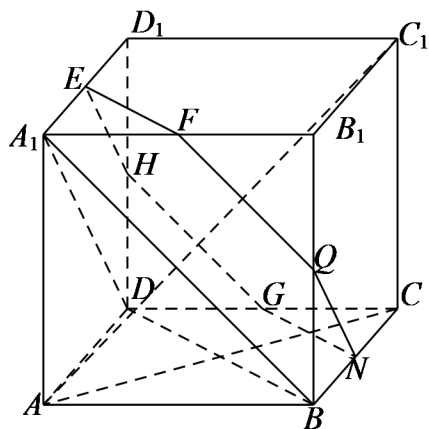
$\because AC_1 \subset$ 平面 ACC_1 ， $\therefore AC_1 \perp BD$ ，同理可证 $AC_1 \perp A_1D$ ，

$\therefore A_1D \cap BD = D$ ， $\therefore AC_1 \perp$ 平面 A_1BD ，

易知 $\triangle A_1BD$ 是边长为 $2\sqrt{2}$ 的等边三角形，其面积为 $S_{\triangle A_1BD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3}$ ，

周长为 $2\sqrt{2} \times 3 = 6\sqrt{2}$.

设 E 、 F 、 Q 、 N 、 G 、 H 分别为棱 A_1D_1 、 A_1B_1 、 BB_1 、 BC 、 CD 、 DD_1 的中点，

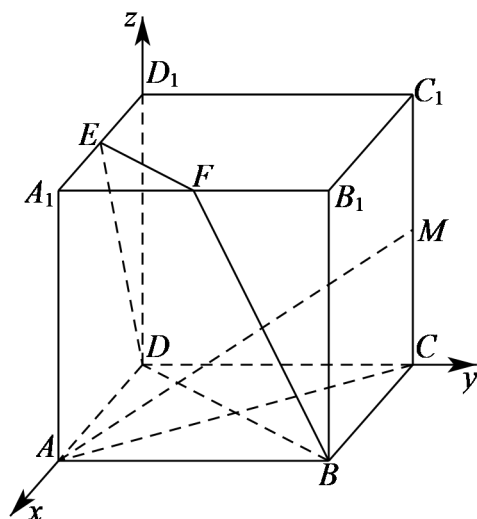


易知六边形 $EFQNGH$ 是边长为 $\sqrt{2}$ 的正六边形，且平面 $EFQNGH \parallel$ 平面 A_1BD ，

正六边形 $EFQNGH$ 的周长为 $6\sqrt{2}$ ，面积为 $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{3}$ ，

则 $\triangle A_1BD$ 的面积小于正六边形 $EFQNGH$ 的面积，它们的周长相等，B 选项错误；

对于 C 选项，设平面 α 交棱 A_1D_1 于点 $E(b, 0, 2)$ ，点 $M(0, 2, 1)$ ， $\overrightarrow{AM} = (-2, 2, 1)$ ，



$\because AM \perp$ 平面 α ， $DE \subset$ 平面 α ， $\therefore AM \perp DE$ ，即 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DE} = -2b + 2 = 0$ ，得 $b = 1$ ，

$\therefore E(1, 0, 2)$ ，

所以，点 E 为棱 A_1D_1 的中点，同理可知，点 F 为棱 A_1B_1 的中点，则 $F(2,1,2)$ ，

$$\overrightarrow{EF} = (1,1,0),$$

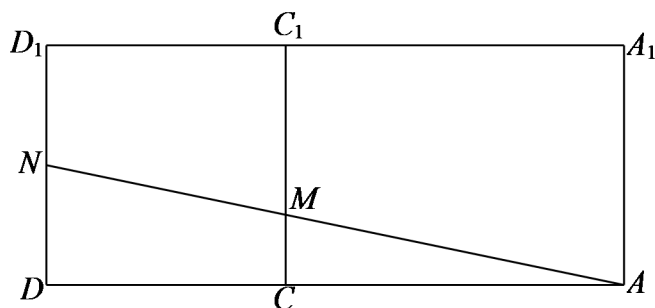
$$\text{而 } \overrightarrow{DB} = (2,2,0), \therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}, \therefore EF \parallel DB \text{ 且 } EF \neq DB,$$

$$\text{由空间中两点间的距离公式可得 } DE = \sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$BF = \sqrt{(2-2)^2 + (1-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}, \therefore DE = BF,$$

所以，四边形 $BDEF$ 为等腰梯形，C 选项正确；

对于 D 选项，将矩形 ACC_1A_1 与矩形 CC_1D_1D 延展为一个平面，如下图所示：



若 $AM + MN$ 最短，则 A 、 M 、 N 三点共线，

$$\because CC_1 \parallel DD_1, \therefore \frac{MC}{DN} = \frac{AC}{AD} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+2} = 2 - \sqrt{2},$$

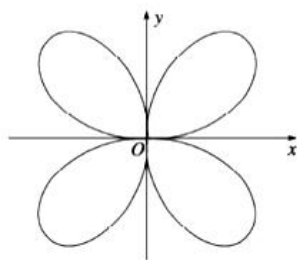
$$\because MC = 2 - \sqrt{2} \neq \frac{1}{2}CC_1, \text{ 所以，点 } M \text{ 不是棱 } CC_1 \text{ 的中点，D 选项错误.}$$

故选：AC.

【点睛】

本题考查线面角正弦值的取值范围，同时也考查了平面截正方体的截面问题以及折线段长的最小值问题，考查空间想象能力与计算能力，属于难题.

12. 数学中的数形结合，也可以组成世间万物的绚丽画面.一些优美的曲线是数学形象美、对称美、和谐美的结合产物，曲线 $C: (x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$ 恰好是四叶玫瑰线.给出下列结论正确的是（ ）



- A. 曲线 C 经过 5 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）
- B. 曲线 C 上任意一点到坐标原点 O 的距离都不超过 2
- C. 曲线 C 围成区域的面积大于 4π
- D. 方程 $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2 (xy > 0)$ 表示的曲线 C 在第一象限和第三象限

【答案】BD

【解析】

【分析】

先确定曲线 C 经过点 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ，再将 $x < \sqrt{2}$ ， $y < \sqrt{2}$ 的整点 $(1, 1)$ ， $(1, 2)$ 和 $(2, 1)$ 逐一代入曲线 C 的方程进行检验即可判断 A；利用基本不等式 $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ 即可判断 B；将以 O 为圆心、2 为半径的圆的面积与曲线 C 围成区域的面积进行比较即可判断 C；因为 $xy > 0$ ，所以 x 与 y 同号，仅限与第一和三象限，从而判断 D。

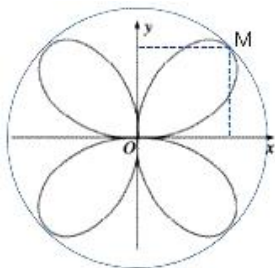
【详解】

解：把 $x = \sqrt{2}$ ， $y = \sqrt{2}$ 代入曲线 C ，

可知等号两边成立，

所以曲线 C 在第一象限过点 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ，

由曲线的对称性可知，该点的位置是图中的点 M ，



对于 A 选项，只需要考虑曲线在第一象限内经过的整点即可，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/976001214052010223>