

2024 年上海市中考数学试题【含答案、解析】

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. 若 a, b 都是实数, 且 $a < b$, 则下列不等式的变形正确的是 ()

A. $a + x > b + x$

B. $-a + 1 > -b + 1$

C. $3a > 3b$

D. $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$

2. 若分式 $\frac{x}{x-6}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 0$

B. $x \neq 6$

C. $x \neq 0$ 且 $x \neq 6$

D. $x \neq -6$

3. 一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根的情况 ()

A. 有两个相等的实数根

B. 有两个不相等的实数根

C. 没有实数根

D. 无法确定

4. 为庆祝神舟十六号载人飞船发射成功, 学校计划开展航天知识竞赛活动. 八年(1)班进行了几轮班内筛选, 其中甲、乙、丙、丁四名同学的成绩统计如表所示:

	甲	乙	丙	丁
平均数	98	98	95	95
方差	0.8	1.5	0.8	1.5

如果要从中选择一名成绩较好且发挥相对稳定的同学代表班级参赛, 那么最适合参赛选手是 ()

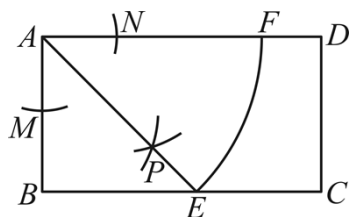
A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

5. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\sqrt{2}$, 以 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 交 AB, AD 边于点 M, N , 分别以 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 P , 作射线 AP 交 BC 边于点 E , 再以 A 为圆心, AE 长为半径画弧, 交 AD 边于点 F , 将扇形 AEF 剪下来做成圆锥, 则该圆锥底面半径为 ()



A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D. $\frac{5}{2}$

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 5, BC = 12$, 当平行四边形 $ABCD$ 的面积最大时, 下列结论正确的有 ()

① $AC = 13$; ② $\angle A + \angle C = 180^\circ$; ③ $AC \perp BD$; ④ $AC = BD$

A. ①②③

B. ①②④

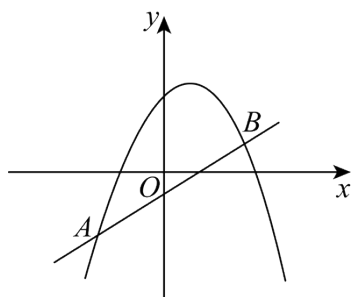
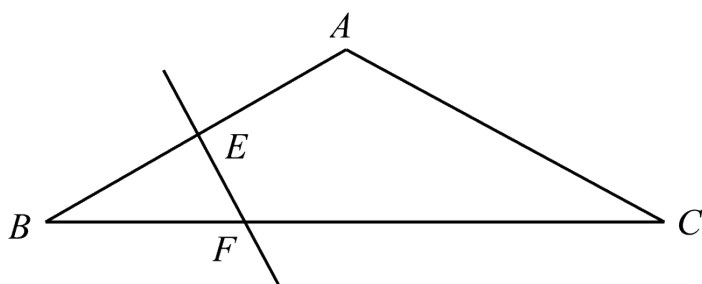
C. ②③④

D. ①③④

二、填空题

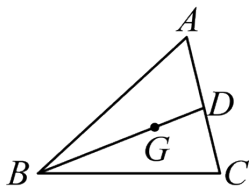
7. 已知 $a^m = 2, a^n = 4, a^k = 32$, 则 $a^{3m+2n-k}$ 的值为_____.8. 若一个直角三角形两条直角边的长分别是一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的两个实数根, 则这个直角三角形的面积是_____.9. 在式子① $\sqrt{-2}$, ② $\sqrt{-3^2}$, ③ $\sqrt{x+1} (x > -1)$, ④ $\sqrt{(2a-1)^2}$, ⑤ $\sqrt[3]{4}$, ⑥ $\sqrt{a^2+b^2}$ 中, 是二次根式的有_____ (填写序号).

10. 今年国庆假期沪宁高速公路流量突破历史峰值, 车流量最高峰出现在 10 月 5 日达到了 263000 辆, 其中“263000 辆”用科学记数法表示为_____辆.

11. 如图, 直线 $y = \frac{3}{4}x - m$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交于 $A(-1, -2)$, $B\left(n, \frac{7}{4}\right)$ 两点, 如果 $\frac{3}{4}x - m > ax^2 + bx + c$, 那么 x 的取值范围是_____.12. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 E , 交 BC 于点 F , 若 $BF = 3.5$, 则 $CF =$ _____.13. 用 20cm 长的绳子围成一个等腰三角形, 设它的底长为 $y\text{cm}$, 腰长为 $x\text{cm}$, 则 y 与 x 之间的函数关系式为_____ (写出自变量 x 的取值范围)

14. 某服装的进价为 400 元, 出售时标价为 600 元, 由于换季, 商场准备打折销售, 但要保证利润率不低于 5%, 那么该服装至多打_____折.

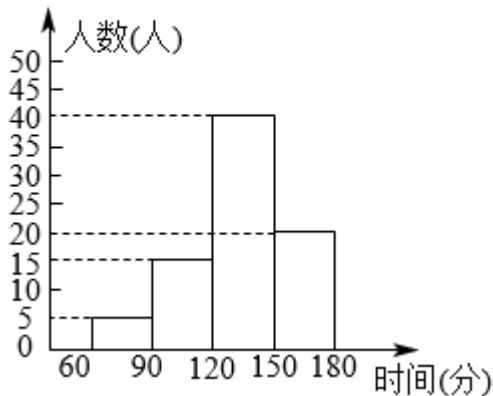
15. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$, 那么向量 $\vec{BG}$ 用向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示为_____.



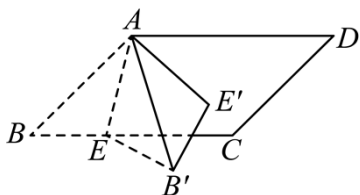
16. 为了解九年级课业负担情况，某校随机抽取 80 名九年级学生进行问卷调查，在整理并汇总这 80 张有效问卷的数据时发现，每天完成课外作业时间，最长不超过 180 分钟，最短不少于 60 分钟，并将调查结果绘制成如图所示的频数分布直方图。

- (1) 被调查的 80 名学生每天完成课外作业时间的中位数在____组（填时间范围）。
- (2) 该校九年级共有 800 名学生，估计大约有____名学生每天完成课外作业时间在 120 分钟以上（包括 120 分钟）

某校80名九年级学生每天完成
课外作业时间的频数分布直方图



17. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD = 2$ ， $AB = \sqrt{2}$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ ，点 E 是线段 BC 上一个动点，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠到 $\triangle AB'E$ 位置、再将 $\triangle AB'E$ 沿行 AB' 折叠到 $\triangle AB'E'$ 位置，当 E' 落在平行四边形 $ABCD$ 边上时，则 BE 的长度为_____。



18. 若一个各数位均不为 0 的四位自然数 M 满足千位与十位相同，百位与个位相同，我们称这个数为“如意数”。将“如意数” M 的千位与百位交换位置，十位与个位交换位置后得到一个新的“如意数” M' ，记 $F(M) = \frac{M - M'}{101}$ ，则 $F(9696) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若 P 、 Q 都是“如意数”，其中 $P = \overline{xyxy}$ ， $Q = \overline{zxzx}$ ($1 \leq y < x \leq 9$ ， $1 \leq z < x \leq 9$ 且 x ， y ， z 均为整数)，若 P 能被 5 整除，且 $F(P) - F(Q) = 27$ ，则 $P - Q$ 的最大值为_____。

三、解答题

19. 计算： $9^{\frac{4}{3}} \div \sqrt{27} \times \sqrt[6]{3}$ （结果用含幂的形式）

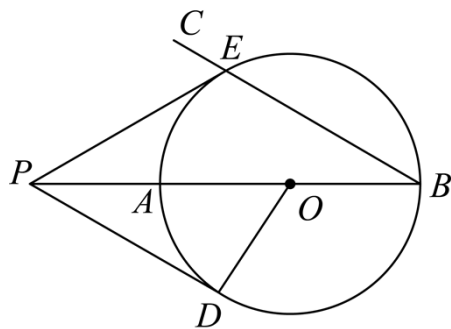
20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x + 2y = 6 \textcircled{2} \end{cases}.$$

21. 已知直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(0, -1)$, $B(-1, -2)$.

(1) 求此直线的解析式;

(2) 若 M 点在该直线上, M 到 y 轴的距离为 2, 求 M 的坐标.

22. 如图, $\angle PBC = 30^\circ$, 点 O 是线段 PB 的一个三等分点, 以点 O 为圆心, OB 为半径的圆交 PB 于点 A , 交 BC 于点 E , 连接 PE .



(1) 求证: PE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 点 D 为 $\odot O$ 上的一动点, 连接 OD .

① 当 $\angle AOD = \underline{\hspace{1cm}}$ 时, 四边形 $BEPD$ 是菱形;

② 当 $\angle AOD = \underline{\hspace{1cm}}$ 时, 四边形 $ADBE$ 是矩形.

23. 【问题初探】

(1) 如图 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 按如图位置放置, $AB = AC, DE = DC, \angle BAC = \angle EDC = 90^\circ$. 连接 AD, BE , 求 $\frac{BE}{AD}$ 的值;

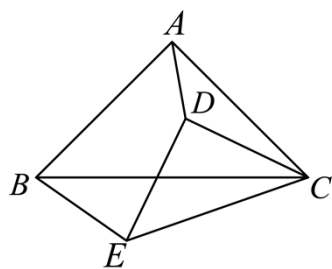


图1

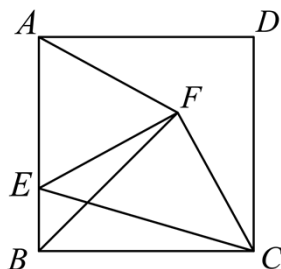
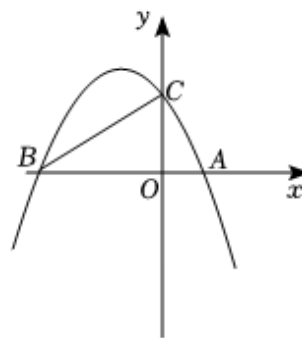
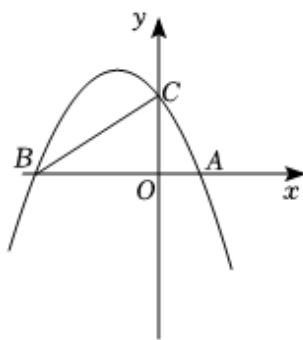
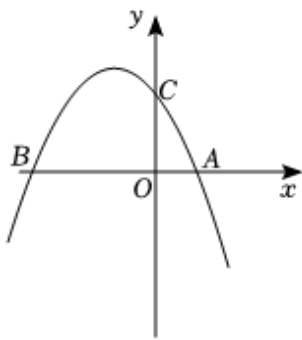


图2

【深入探究】

(2) 如图 2, 有一块边长为 2km 的正方形商业区 $ABCD$, 在正方形商业区 $ABCD$ 内部有一块三角形果蔬区 CEF , $\triangle CEF$ 区域是以 CE 为斜边的等腰直角三角形, $\angle CFE = 90^\circ$, 时令水果店 E 在边 AB 上, 为方便周围居民生活, 现沿着 AF, BF 修两条人形步道, 根据实际设计思路已知 $\angle AFE = \angle ABF$, 求时令水果店 E 到商业区的出口 B 的距离 BE .

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(1, 0), B(-3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .



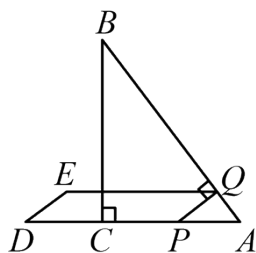
备用图

(1)求抛物线的表达式;

(2)连接 BC , 在 x 轴上求作一点 D , 使 $\frac{\sqrt{2}}{2}DB + CD$ 有最小值, 求出此时 $\angle BCD$ 的度数和点 D 的坐标;

(3) M 为线段 BC 中点, E 为抛物线上一点, 将点 E 绕着点 M 旋转 180° 后得点 N , 当四边形 $BECN$ 为菱形时, 求 N 点坐标.

25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 动点 P 以每秒 5 个单位长度的速度从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 的方向向终点 B 运动. 当点 P 不与 A 、 B 、 C 重合时, 过点 P 作 $PQ \perp AB$ 于点 Q , 点 P 关于点 C 的对称点为 D , 以 PD 、 PQ 为边作 YPDEQ . 设点 P 的运动时间为 $t(\text{s})$.



(1) $AB =$ _____;

(2)用含有 t 的代数式表示 PD 的长;

(3)当 YPDEQ 为菱形时, 求 t 的值;

(4)作点 E 关于直线 PQ 的对称点 G , 当点 G 落在 $\triangle ABC$ 内部时, 直接写出 t 的取值范围.

《初中数学中考试题》参考答案

题号	1	2	3	4	5	6				
答案	B	B	B	A	A	B				

1. B

【分析】根据不等式的性质，进行计算逐一判断即可.

【详解】解：A、不等式 $a < b$ 的两边同时加上 x ，不等号方向不变，即 $a + x < b + x$ ，原变形错误，故本选项不符合题意；

B、不等式 $a < b$ 的两边同时乘 -1 加上 1 ，不等号方向改变，即 $-a + 1 > -b + 1$ ，原变形正确，故本选项符合题意；

C、不等式 $a < b$ 的两边同时乘 3 ，不等号方向不变，即 $3a < 3b$ ，原变形错误，故本选项不符合题意；

D、不等式 $a < b$ 的两边同时除以 2 ，不等号方向不变，即 $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ ，原变形错误，故本选项不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查了不等式的性质，熟练掌握不等式的性质是解题的关键.

2. B

【分析】根据分式的分母不为 0 列出不等式，解不等式得到答案.

【详解】解：要使分式 $\frac{x}{x-6}$ 有意义，必须 $x-6 \neq 0$ ，

解得， $x \neq 6$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查的是分式有意义的条件，掌握分式的分母不为 0 是解题的关键.

3. B

【分析】根据判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 即可判断求解.

【详解】解：由题意可知： $a = 1, b = -3, c = 1$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0,$$

$\therefore$ 方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，

故选：B.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式：当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根.

4. A

【分析】首先比较平均数，平均数相同时选择方差较小的运动员参加.

【详解】解： $\because$ 丙和丁的平均数比甲和乙的平均数小，

$\therefore$ 从甲和乙中选择一人参加比赛，

$\because$ 甲的方差最小，即成绩比较稳定，

$\therefore$ 选择甲参赛；

故选：A.

【点睛】此题考查了平均数和方差，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

5. A

【分析】本题考查作图-基本作图、角平分线的定义、矩形的性质、圆锥的计算，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

由作图可知， AE 为 $\angle BAD$ 的平分线，结合矩形的性质可得 $\angle BAE = \angle DAE = \angle AEB = 45^\circ$ ，则 $AB = BE$ ，再利用勾股定理求出 AE 的长，利用弧长公式求出 $\widehat{EF}$ 的长，可知 $\widehat{EF}$ 的长即为该圆锥底面的周长，根据圆周长公式可得答案.

【详解】解：由作图可知， AE 为 $\angle BAD$ 的平分线，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$\therefore AD \parallel BC, \angle B = \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE = \angle AEB = 45^\circ$,

$\therefore AB = BE = 4\sqrt{2}$,

由勾股定理得， $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = 8$,

$\therefore \widehat{EF} = \frac{45\pi \times 8}{180} = 2\pi$.

设该圆锥底面半径为 r ，

则 $2\pi r = 2\pi$ ，

解得 $r = 1$ ，

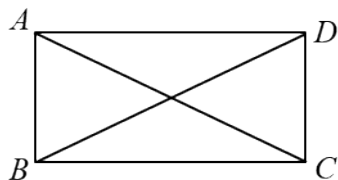
$\therefore$ 该圆锥底面半径为 1.

故选：A.

6. B

【分析】本题考查了平行四边形的性质、矩形的判定与性质以及勾股定理. 由当 $YABCD$ 的面积最大时， $AB \perp BC$ ，可判定 $YABCD$ 是矩形，由矩形的性质，可得②④正确，③错误，又由勾股定理求得 $AC = 13$.

【详解】解： $\because$ 当 $YABCD$ 的面积最大时， $AB \perp BC$ ，



$\therefore YABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle BAD = \angle BCD = 90^\circ, AC = BD$ ，故④正确；

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ ；故②正确；

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ，故①正确.

只有矩形 $ABCD$ 是正方形时， $AC \perp BD$ ，故③错误；

故选：B.

7. 4

【分析】根据幂的乘方，同底数幂的乘除法，可得答案.

【详解】解： $a^{3m} = 2^3 = 8$ ， $a^{2n} = 4^2 = 16$ ，

$$a^{3m+2n-k} = a^{3m} \cdot a^{2n} \div a^k = 8 \times 16 \div 32 = 4，$$

故答案为：4

【点睛】本题考查了幂的乘方，同底数幂的乘除法，解题的关键是掌握所学的知识，正确的进行计算

8. 2

【分析】由题意解一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 得到 $x = 3 + \sqrt{5}$ 或 $x = 3 - \sqrt{5}$ ，再根据三角形的面积公式求解即可.

【详解】解： $\because$ 一个直角三角形两条直角边的长分别是一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore \text{由公式法解一元二次方程 } x^2 - 6x + 4 = 0 \text{ 可得 } x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 3 \pm \sqrt{5}，$$

$$\therefore \text{这个直角三角形的面积是 } \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = \frac{1}{2}(9 - 5) = 2，$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查解一元二次方程，选择适当的方法解方程是解决问题的关键.

9. ①③④⑥

【分析】形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 这样的式子称为二次根式，根据这个定义去判断即可.

【详解】解： $\sqrt{-3^2}$ 中被开方数是负数，不是二次根式， $\sqrt[3]{4}$ 是立方根，也不是二次根式，其余均是二次根式；

故答案为：①③④⑥.

【点睛】本题考查了二次根式的识别，掌握二次根式的概念、立方根的概念是解题的关键.

10. 2.63×10^5

【分析】此题考查了科学记数法，关键是理解运用科学记数法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，据此求解即可.

【详解】解：“263000 辆”用科学记数法表示为 2.63×10^5 辆.

故答案为： 2.63×10^5 .

11. $x < -1$ 或 $x > 4$

【分析】本题考查了二次函数与不等式（组）：本题考查了二次函数与不等式（组）：对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ （ a 、 b 、 c 是常数， $a \neq 0$ ）

与不等式的关系，利用两个函数图象在直角坐标系中的上下位置关系求自变量的取值范围，可作图利用交点直观求解，也可把两个函数解析式列成不等式求解。

先利用 A 点坐标确定直线解析式，再确定 B 点坐标，然后写出直线在抛物线上方所对应的自变量的范围即可。

【详解】解：Q 直线 $y = \frac{3}{4}x - m$ 经过点 $A(-1, -2)$,

$$\therefore -2 = \frac{3}{4} \times (-1) - m,$$

$$\therefore m = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \text{直线的解析式为 } y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}.$$

$$\text{Q } B\left(n, \frac{7}{4}\right) \text{ 过直线 } y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4},$$

$$\therefore \frac{7}{4} = \frac{3}{4}n - \frac{5}{4},$$

$$\therefore n = 4,$$

$$\therefore B\left(4, \frac{7}{4}\right),$$

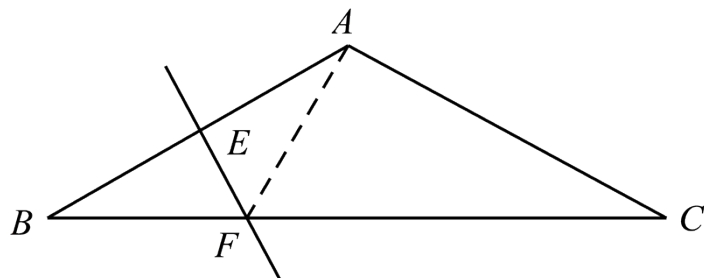
由图象可知，当 $x < -1$ 或 $x > 4$ 时， $\frac{3}{4}x - m > ax^2 + bx + c$ 。

故答案为： $x < -1$ 或 $x > 4$ 。

12. 7

【分析】连接 AF ，先求出 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$ ，再根据 EF 垂直平分线段 AB ， $BF = 3.5$ ，可得 $BF = AF = 3.5$ ，即有 $\angle B = \angle BAF = 30^\circ$ ，进而可得 $\angle FAC = 90^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中，根据 $\angle C = 30^\circ$ 即可作答。

【详解】连接 AF ，如图，



$$\because AB = AC, \angle BAC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ,$$

$$\because EF \text{ 垂直平分线段 } AB, BF = 3.5,$$

$$\therefore BF = AF = 3.5,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle BAC - \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AFC \text{ 中, } \angle C = 30^\circ, \text{ 有 } FC = 2AF = 7,$$

故答案为: 7.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质, 垂直平分线的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质以及三角形内角和定理等知识, 掌握垂直平分线的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质是解答本题的关键.

$$13. y=20-2x(5<x<10)$$

【分析】根据三角形的周长写成 y 与 x 的函数关系式, 根据三角形两边之和大于第三边即可确定 x 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 三角形的周长为 20

$$\therefore y+2x=20,$$

$$\therefore y=20-2x, \text{ 即 } x<10$$

$\because$ 三角形两边之和大于第三边

$$\therefore x>5$$

$$\therefore 5<x<10.$$

故填 $y=20-2x(5<x<10)$.

【点睛】本题主要考查了根据实际问题列一次函数关系式、等腰三角形的性质及三角形三边关系等知识点; 根据三角形三边关系求得 x 的取值范围是解答本题的关键.

$$14. \text{ 七/7}$$

【分析】设打 x 折, 根据“利润率不低于 5%”列出不等式, 解之即可.

【详解】解: 设打 x 折, 则

$$600 \times \frac{x}{10} - 400 \geq 400 \times 5\%$$

$$\text{解得: } x \geq 7,$$

答: 该服装至多打七折.

故答案为: 七

【点睛】本题考查一元一次不等式的应用, 解题关键是找到不等关系, 列出不等式.

$$15. \frac{1}{3}\hat{b} - \frac{2}{3}\hat{a} / -\frac{2}{3}\hat{a} + \frac{1}{3}\hat{b}$$

【分析】由 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 推出 $AD = DC$, $BG = 2DG$, 求出 $\overrightarrow{BD}$, 可得结论.

【详解】解: $\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore AD = DC, \quad BG = 2DG,$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{b} - \frac{2}{3}\overrightarrow{a},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要
下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/976101035214011103>