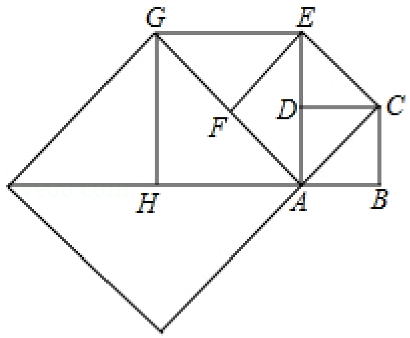
矩形菱形与正方形

一选择题

1 （2024•广西贺州•3 分）如图，正方形 ABCD 的边长为 1，以对角线 AC 为边作第二个正方形 ACEF，再以对角线 AE 为边作第三个正方形 AEGH，依此下去，第 n 个正方形的面积为（　　）



A $(\sqrt{2})^{n-1}$　B 2^{n-1}　　C $(\sqrt{2})^{n}$　　D 2^{n}

【解答】解：第一个正方形的面积为 $1=2^0$，

第二个正方形的面积为 $(\sqrt{2})^2=2=2^1$，

第三个正方形的边长为 2^2，

…

第 n 个正方形的面积为 2^{n-1}，

故选：B

2 （2024•湖北十堰•3 分）菱形不具备的性质是（　　）

A 四条边都相等　B 对角线一定相等

C 是轴对称图形　D 是中心对称图形

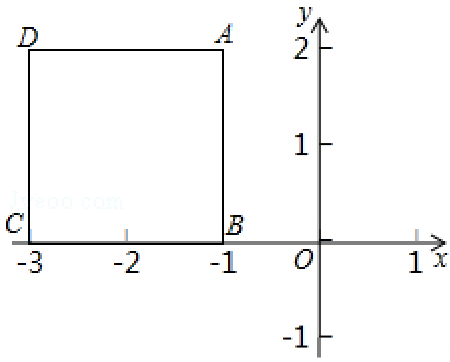
【分析】根据菱形的性质即可判断；

【解答】解：菱形的四条边相等，是轴对称图形，也是中心对称图形，对角线垂直不一定相等，

故选：B

【点评】本题考查菱形的性质，解题的关键是熟练掌握菱形的性质，属于中考基础题

3 （2024•广西梧州•3 分）如图，在正方形 ABCD 中，ABC 三点的坐标分别是（﹣1，2）（﹣1，0）（﹣3，0），将正方形 ABCD 向右平移 3 个单位，则平移后点 D 的坐标是（　　）



A（－6，2） B（0，2） C（2，0） D（2，2）

【分析】首先根据正方形的性质求出D点坐标，再将D点横坐标加上3，纵坐标不变即可

【解答】解：∵在正方形ABCD中，ABC三点的坐标分别是（－1，2）（－1，0）（－3，0），

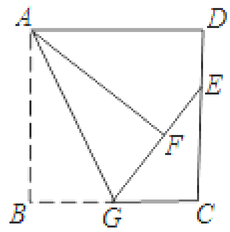
∴D（－3，2），

∴将正方形ABCD向右平移3个单位，则平移后点D的坐标是（0，2），

故选：B

【点评】本题考查了正方形的性质，坐标与图形变化－平移，是基础题，比较简单

4 （2024•湖北江汉•3分）如图，正方形ABCD中，AB=6，G是BC的中点将△ABG沿AG对折至△AFG，延长GF交DC于点E，则DE的长是（　　）



A1 B15 C2 D25

【分析】根据翻折变换的性质和正方形的性质可证Rt△AFE≌Rt△ADE；在直角△ECG中，根据勾股定理即可求出DE的长

【解答】解：∵AB=AD=AF，∠D=∠AFE=90°，

在Rt△ABG和Rt△AFG中，

∴$\begin{cases}AE=AE\\AF=AD\end{cases}$，

∴Rt△AFE≌Rt△ADE，

∴EF=DE，

设DE=FE=x，则EC=6－x

∵G为BC中点，BC=6，

∴CG=3，

在Rt△ECG中，根据勾股定理，得：$(6-x)^2+9=(x+3)^2$，

解得x=2

则 DE=2

故选：C

5（2024•四川省攀枝花•3 分）如图，在矩形 ABCD 中，E 是 AB 边的中点，沿 EC 对折矩形 ABCD，使 B 点落在点 P 处，折痕为 EC，连结 AP 并延长 AP 交 CD 于 F 点，连结 CP 并延长 CP 交 AD 于 Q 点给出以下结论：

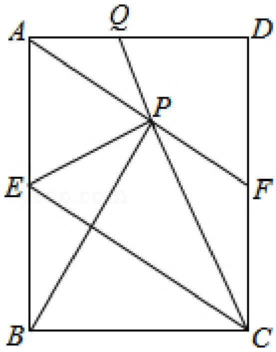
①四边形 AECF 为平行四边形；

②∠PBA=∠APQ；

③△FPC 为等腰三角形；

④△APB≌△EPC

其中正确结论的个数为（　　）



A1　　　　　　B2　　　　　　C3　　　　　　D4

解：①如图，EC，BP 交于点 G；

∵点 P 是点 B 关于直线 EC 的对称点，∴EC 垂直平分 BP，∴EP=EB，∴∠EBP=∠EPB

∵点 E 为 AB 中点，∴AE=EB，∴AE=EP，∴∠PAB=∠PBA

∵∠PAB+∠PBA+∠APB=180°，即∠PAB+∠PBA+∠APE+∠BPE=2（∠PAB+∠PBA）=180°，

∴∠PAB+∠PBA=90°，∴AP⊥BP，∴AF∥EC；

∵AE∥CF，∴四边形 AECF 是平行四边形，故①正确；

②∵∠APB=90°，∴∠APQ+∠BPC=90°，由折叠得：BC=PC，∴∠BPC=∠PBC

∵四边形 ABCD 是正方形，∴∠ABC=∠ABP+∠PBC=90°，∴∠ABP=∠APQ，故②正确；

③∵AF∥EC，∴∠FPC=∠PCE=∠BCE

∵∠PFC 是钝角，当△BPC 是等边三角形，即∠BCE=30°时，才有∠FPC=∠FCP，如右图，△PCF 不一定是等腰三角形，故③不正确；

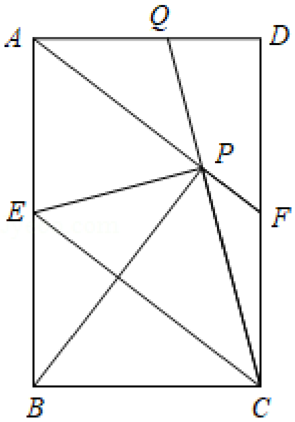
④∵AF=EC，AD=BC=PC，∠ADF=∠EPC=90°，∴Rt△EPC≌△FDA（HL）

∵∠ADF=∠APB=90°，∠FAD=∠ABP，当 BP=AD 或△BPC 是等边三角形时，△APB≌△FDA，

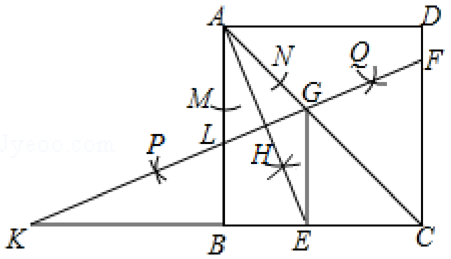
∴△APB≌△EPC，故④不正确；

其中正确结论有①②，2 个

故选 B



6（2024•云南省曲靖•4 分）如图，在正方形 ABCD 中，连接 AC，以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，交 ABAC 于点 M，N，分别以 M，N 为圆心，大于 MN 长的一半为半径画弧，两弧交于点 H，连结 AH 并延长交 BC 于点 E，再分别以 AE 为圆心，以大于 AE 长的一半为半径画弧，两弧交于点 P，Q，作直线 PQ，分别交 CD，AC，AB 于点 F，G，L，交 CB 的延长线于点 K，连接 GE，下列结论：①∠LKB=225°，②GE∥AB，③tan∠CGF=$\frac{KB}{LB}$，④$S_{\triangle CGE}$：$S_{\triangle CAB}$=1：4 其中正确的是（　　）



A①②③ B②③④ C①③④ D①②④

【解答】解：①∵四边形 ABCD 是正方形，

∴∠BAC=$\frac{1}{2}$∠BAD=45°，

由作图可知：AE 平分∠BAC，

∴∠BAE=∠CAE=225°，

∵PQ 是 AE 的中垂线，

∴AE⊥PQ，

∴∠AOL=90°，

∵∠AOL=∠LBK=90°，∠ALO=∠KLB，

∴∠LKB=∠BAE=225°；

故①正确；

②∵OG 是 AE 的中垂线，

∴AG=EG，

∴$\angle AEG=\angle EAG=225°=\angle BAE$，

∴$EG\parallel AB$，

故②正确；

③∵$\angle LAO=\angle GAO$，$\angle AOL=\angle AOG=90°$，

∴$\angle ALO=\angle AGO$，

∵$\angle CGF=\angle AGO$，$\angle BLK=\angle ALO$，

∴$\angle CGF=\angle BLK$，

在 Rt△BKL 中，$\tan\angle CGF=\tan\angle BLK=\frac{BK}{BL}$，

故③正确；

④连接 EL，

∵$AL=AG=EG$，$EG\parallel AB$，

∴四边形 ALEG 是菱形，

∴$AL=EL=EG>BL$，

∴$\frac{EG}{AB}\neq\frac{1}{2}$，

∵$EG\parallel AB$，

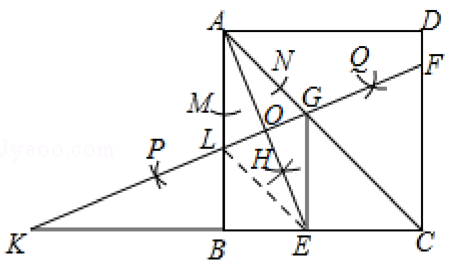
∴$\triangle CEG\backsim\triangle CBA$，

∴$\frac{S_{\triangle CEG}}{S_{\triangle CBA}}=(\frac{EG}{AB})^2\neq\frac{1}{4}$，

故④不正确；

本题正确的是：①②③，

故选：A



7（2024•浙江省台州•4 分）下列命题正确的是（　　）

A 对角线相等的四边形是平行四边形

B 对角线相等的四边形是矩形

C 对角线互相垂直的平行四边形是菱形

D 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【分析】根据平行四边形矩形菱形正方形的判定定理判断即可

【解答】解：对角线互相平分的四边形是平行四边形，A 错误；

对角线相等的平行四边形是矩形，B 错误；

对角线互相垂直的平行四边形是菱形，C 正确；

对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形；

故选：C

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理

8 （2024•莱芜•3 分）如图，在矩形 ABCD 中，∠ADC 的平分线与 AB 交于 E，点 F 在 DE 的延长线上，∠BFE=90°，连接 AFCF，CF 与 AB 交于 G 有以下结论：

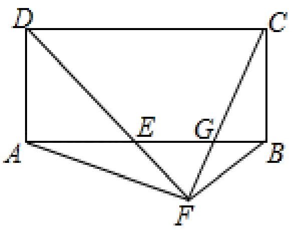
①AE=BC

②AF=CF

③BF^2=FG•FC

④EG•AE=BG•AB

其中正确的个数是（　　）



A1　B2　C3　D4

【分析】①只要证明△ADE 为直角三角形即可

②只要证明△AEF≌△CBF（SAS）即可；

③假设 BF^2=FG•FC,则△FBG∽△FCB,推出∠FBG=∠FCB=45°,由∠ACF=45°,推出∠ACB=90°，显然不可能，故③错误，

④由△ADF∽△GBF，可得$\frac{AD}{BG}=\frac{DF}{BF}=\frac{DF}{EF}$，由 EG∥CD，推出$\frac{EF}{DF}=\frac{EG}{CD}=\frac{EG}{AB}$，推出$\frac{AD}{BG}=\frac{EG}{AB}$，由 AD=AE，EG•AE=BG•AB，故④正确，

【解答】解：①DE 平分∠ADC，∠ADC 为直角，

∴∠ADE=$\frac{1}{2}$×90°=45°，

∴△ADE 为直角三角形

∴AD=AE，

又∵四边形 ABCD 矩形，

∴AD=BC，

∴AE=BC

②∵∠BFE=90°，∠BFE=∠AED=45°，

∴△BFE 为等腰直角三角形，

∴则有 EF=BF

又∵∠AEF=∠DFB+∠ABF=135°，∠CBF=∠ABC+∠ABF=135°，

∴∠AEF=∠CBF

在△AEF 和△CBF 中，AE=BC，∠AEF=∠CBF，EF=BF，

∴△AEF≌△CBF（SAS）

∴AF=CF

③假设 $BF^2=FG\cdot FC$，则△FBG∽△FCB，

∴∠FBG=∠FCB=45°，

∵∠ACF=45°，

∴∠ACB=90°，显然不可能，故③错误，

④∵∠BGF=180°－∠CGB，∠DAF=90°+∠EAF=90°+（90°－∠AGF）=180°－∠AGF，∠AGF=∠BGC，

∴∠DAF=∠BGF，∵∠ADF=∠FBG=45°，

∴△ADF∽△GBF，

∴$\frac{AD}{BG}=\frac{DF}{BF}=\frac{DF}{EF}$，

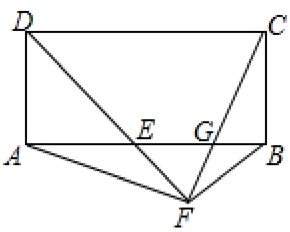
∵EG∥CD，

∴$\frac{EF}{DF}=\frac{EG}{CD}=\frac{EG}{AB}$，

∴$\frac{AD}{BG}=\frac{EG}{AB}$，∵AD=AE，

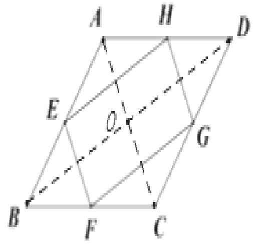
∴EG•AE=BG•AB，故④正确，

故选：C



【点评】本题考查相似三角形的判定和性质矩形的性质等腰直角三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型

9（2024•陕西•3 分）如图，在菱形 *ABCD* 中，点 *EFGH* 分别是边 *ABBCCD* 和 *DA* 的中点，连接 *EFFGGH* 和 *HE* 若 *EH*＝2*EF*，则下列结论正确的是



A $AB=\sqrt{2}EF$　　B $AB=2EF$　　C $AB=\sqrt{3}EF$　　D $AB=\sqrt{5}EF$

【答案】D

【解析】【分析】连接 ACBD 交于点 O，由菱形的性质可得 $OA=\frac{1}{2}AC$，$OB=\frac{1}{2}BD$，$AC\perp BD$，由中位线定理可得 $EH=\frac{1}{2}BD$，$EF=\frac{1}{2}AC$，根据 EH=2EF，可得 OA=EF，OB=2EF，在 Rt△AOB 中，根据勾股定理即可求得 $AB=\sqrt{5}EF$，由此即可得到答案

【详解】连接 ACBD 交于点 O，

∵四边形 ABCD 是菱形，∴$OA=\frac{1}{2}AC$，$OB=\frac{1}{2}BD$，$AC\perp BD$，

∵EFGH 分别是边 ABBCCD 和 DA 的中点，

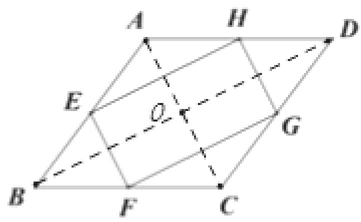
∴$EH=\frac{1}{2}BD$，$EF=\frac{1}{2}AC$，

∵EH=2EF，

∴OA=EF，OB=2OA=2EF，

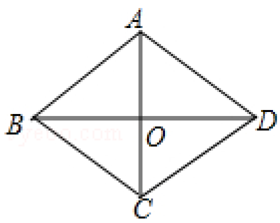
在 Rt△AOB 中，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{5}EF$，

故选 D



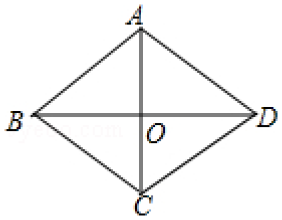
【点睛】本题考查了菱形的性质三角形中位线定理勾股定理等，正确添加辅助线是解决问题的关键

10（2024·辽宁大连·3 分）如图，菱形 ABCD 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，若 AB=5，AC=6，则 BD 的长是（　　）



A8　　　　　　B7　　　　　　C4　　　　　　D3

解：∵四边形 ABCD 是菱形，∴OA=OC=3，OB=OD，AC⊥BD 在 Rt△AOB 中，∠AOB=90°，根据勾股定理，得：OB=$\sqrt{AB^2-OA^2}$=$\sqrt{5^2-3^2}$=4，∴BD=2OB=8 故选 A



11（2024•江苏常州•2 分）下列命题中，假命题是（　　）

A 一组对边相等的四边形是平行四边形

B 三个角是直角的四边形是矩形

C 四边相等的四边形是菱形

D 有一个角是直角的菱形是正方形

【分析】根据矩形正方形平行四边形菱形的判定即可求出答案

【解答】解：A 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，是假命题；

B 三个角是直角的四边形是矩形，是真命题；

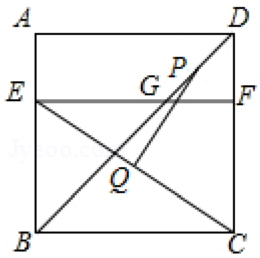
C 四边相等的四边形是菱形，是真命题；

D 有一个角是直角的菱形是正方形，是真命题；故选：A

【点评】本题考查菱形矩形和平行四边形的判定与命题的真假区别，关键是根据矩形正方形平行四边形菱形的判定解答

二填空题

1 （2024•广西贺州•3 分）如图，正方形 ABCD 的边长为 12，点 E 在边 AB 上，BE=8，过点 E 作 EF∥BC，分别交 BDCD 于 GF 两点若点 PQ 分别为 DGCE 的中点，则 PQ 的长为_______



【解答】解：作 QM⊥EF 于点 M，作 PN⊥EF 于点 N，作 QH⊥PN 交 PN 的延长线于点 H，如右图所示，

∵正方形 ABCD 的边长为 12，BE=8，EF∥BC，点 PQ 分别为 DGCE 的中点，

∴DF=4，CF=8，EF=12，

∴MQ=4，PN=2，MF=6，

∵QM⊥EF，PN⊥EF，BE=8，DF=4，

∴△EGB∽△FGD，

$\therefore \frac{EG}{FG}=\frac{BE}{DF}$，

即$\frac{12-FG}{FG}=\frac{8}{4}$，

解得，FG=4，

∴FN=2，

∴MN=6 - 2=4，

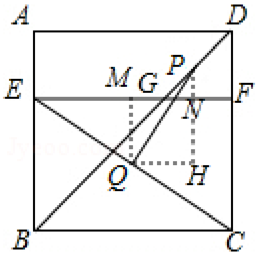
∴QH=4，

∵PH=PN+QM，

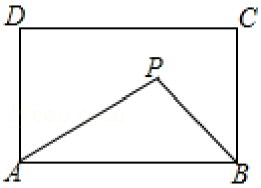
∴PH=6，

$\therefore PQ=\sqrt{PH^2+QH^2}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$，

故答案为：$2\sqrt{13}$

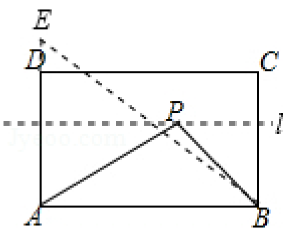


2（2024•四川省攀枝花•3 分）如图，在矩形 ABCD 中，AB=4，AD=3，矩形内部有一动点 P 满足 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{3}S_{矩形ABCD}$，则点 P 到 AB 两点的距离之和 PA+PB 的最小值为______



解：设△ABP 中 AB 边上的高是 h

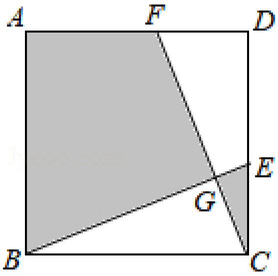
∵$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{3}S_{矩形ABCD}$，∴$\frac{1}{2}$ AB•h=$\frac{1}{3}$AB•AD，∴h=$\frac{2}{3}$AD=2，∴动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直线 l 上，如图，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，连接 BE，则 BE 的长就是所求的最短距离



在 Rt△ABE 中，∵AB=4，AE=2+2=4，∴$BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，即 PA+PB 的最小值为 $4\sqrt{2}$

故答案为：$4\sqrt{2}$

3（2024•浙江省台州•5分）如图，在正方形ABCD中，AB=3，点E，F分别在CD，AD上，CE=DF，BE，CF相交于点G若图中阴影部分的面积与正方形ABCD的面积之比为2：3，则△BCG的周长为__$\sqrt{15}+3$___



【分析】根据面积之比得出△BGC的面积等于正方形面积的$\frac{1}{6}$，进而依据△BCG的面积以及勾股定理，得出BG+CG的长，进而得出其周长

【解答】解：∵阴影部分的面积与正方形ABCD的面积之比为2：3，

∴阴影部分的面积为$\frac{2}{3}\times 9=6$，

∴空白部分的面积为$9-6=3$，

由CE=DF，BC=CD，∠BCE=∠CDF=90°，可得△BCE≌△CDF，

∴△BCG的面积与四边形DEGF的面积相等，均为$\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$，

设BG=a，CG=b，则$\frac{1}{2}ab=\frac{3}{2}$，

又∵$a^2+b^2=3^2$，

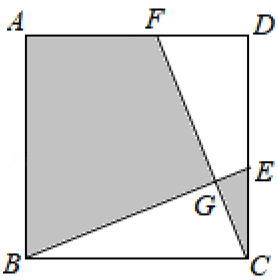
∴$a^2+2ab+b^2=9+6=15$，

即$(a+b)^2=15$，

∴$a+b=\sqrt{15}$，即$BG+CG=\sqrt{15}$，

∴△BCG的周长$=\sqrt{15}+3$，

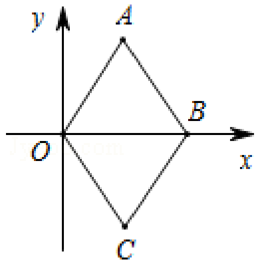
故答案为：$\sqrt{15}+3$



【点评】此题考查了全等三角形的判定与性质正方形的性质以及三角形面积问题解题时注意数形结合思想与方程思想的应用

4(2024•辽宁省葫芦岛市)

如图，在菱形 OABC 中，点 B 在 x 轴上，点 A 的标为（2，3），则点 C 的坐标为___（2，－3）

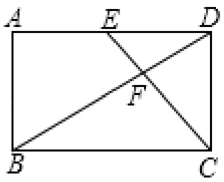


【解答】解：∵四边形 OABC 是菱形，∴AC 关于直线 OB 对称

∵A（2，3），∴C（2，－3）

故答案为：（2，－3）

5（2024·辽宁省阜新市）如图，在矩形 ABCD 中，点 E 为 AD 中点，BD 和 CE 相交于点 F，如果 DF=2，那么线段 BF 的长度为___4___

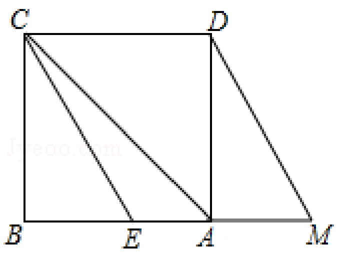


【解答】解：∵四边形 ABCD 是矩形，∴AD∥BC，AD=BC，∴△DEF∽△BCF，∴$\frac{DF}{BF}=\frac{DE}{BC}$

∵点 E 为 AD 中点，∴DE=$\frac{1}{2}$AD，∴DE=$\frac{1}{2}$BC，∴$\frac{DF}{BF}=\frac{1}{2}$，∴BF=2DF=4

故答案为：4

6 （2024•呼和浩特•3 分）如图，已知正方形 ABCD，点 M 是边 BA 延长线上的动点（不与点 A 重合），且 AM＜AB，△CBE 由△DAM 平移得到若过点 E 作 EH⊥AC，H 为垂足，则有以下结论：①点 M 位置变化，使得∠DHC=60°时，2BE=DM；②无论点 M 运动到何处，都有 DM=$\sqrt{2}$HM；③无论点 M 运动到何处，∠CHM 一定大于 135°其中正确结论的序号为_______



解：由题可得，AM=BE，

∴AB=EM=AD，

∵四边形 ABCD 是正方形，EH⊥AC，

∴EM=AH，∠AHE=90°，∠MEH=∠DAH=45°=∠EAH，

∴EH=AH，