

新疆维吾尔自治区普通高中 2023-2024 学年高三上数学期末检测试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

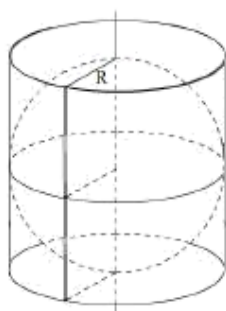
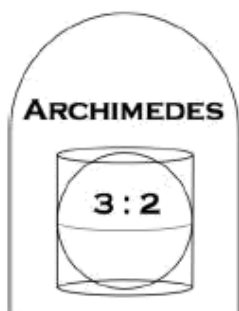
1. 已知全集为 $\mathbf{R}$ ，集合 $A = \left\{ x \mid y = (x-1)^{-\frac{1}{2}} \right\}$ ， $B = \{ x \mid x^2 - 2x < 0 \}$ ，则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = (\quad)$

- A. $(0, 2)$ B. $(1, 2]$ C. $[0, 1]$ D. $(0, 1]$

2. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F ，直线 l 经过点 F 且与双曲线的一条渐近线垂直，直线 l 与双曲线的左支交于不同的两点 A, B ，若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$ ，则该双曲线的离心率为 $(\quad)$ 。

- A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

3. 阿基米德（公元前 287 年—公元前 212 年）是古希腊伟大的哲学家、数学家和物理学家，他和高斯、牛顿并列被称为世界三大数学家。据说，他自己觉得最为满意的一个数学发现就是“圆柱内切球体的体积是圆柱体积的三分之二，并且球的表面积也是圆柱表面积的三分之二”。他特别喜欢这个结论，要求后人在他的墓碑上刻着一个圆柱容器里放了一个球，如图，该球顶天立地，四周碰边，表面积为 54π 的圆柱的底面直径与高都等于球的直径，则该球的体积为 $(\quad)$



- A. 4π B. 16π C. 36π D. $\frac{64\pi}{3}$

4. 以下四个命题：①两个随机变量的线性相关性越强，相关系数的绝对值越接近 1；②在回归分析中，可用相关指数 R^2 的值判断拟合效果， R^2 越小，模型的拟合效果越好；③若数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 1，则

$2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1, \dots, 2x_n+1$ 的方差为 4；④已知一组具有线性相关关系的数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，其

线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，则 (x_0, y_0) 满足线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 是 $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$ ， $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$

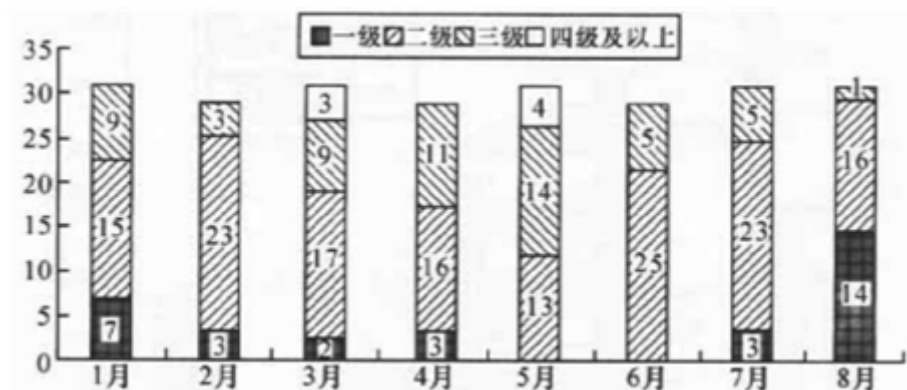
”的充要条件；其中真命题的个数为()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，准线与 x 轴的交点为 K ，点 P 为抛物线上任意一点 $\angle KPF$ 的平分线与 x 轴交于 $(m, 0)$ ，则 m 的最大值为()

- A. $3 - 2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3} - 3$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $2 - \sqrt{2}$

6. 随着人民生活水平的提高，对城市空气质量的关注度也逐步增大，下图是某城市1月至8月的空气质量检测情况，图中一、二、三、四级是空气质量等级，一级空气质量最好，一级和二级都是质量合格天气，下面叙述不正确的是()



- A. 1月至8月空气合格天数超过20天的月份有5个
 B. 第二季度与第一季度相比，空气达标天数的比重下降了
 C. 8月是空气质量最好的一个月
 D. 6月份的空气质量最差.

7. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 0 \leq 2x + y \leq 6 \\ 3 \leq x - y \leq 6 \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的最大值为()

- A. 10 B. 8 C. 5 D. 3

8. 方程 $f(x) = f'(x)$ 的实数根 x_0 叫作函数 $f(x)$ 的“新驻点”，如果函数 $g(x) = \ln x$ 的“新驻点”为 a ，那么 a 满足()

- A. $a = 1$ B. $0 < a < 1$ C. $2 < a < 3$ D. $1 < a < 2$

9. 若 $(x^2 + a)\left(\frac{1}{x} - 1\right)^5$ 的展开式中的常数项为 -12，则实数 a 的值为()

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

10. 已知集合 $A = \{y | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$ ， $B = \{x | y = \lg(x - 2x^2)\}$ ，则 $C_R(A \cap B) =$ ()

- A. $[0, \frac{1}{2})$ B. $(-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$
 C. $(0, \frac{1}{2})$ D. $(-\infty, 0] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

11. $\triangle ABC$ 中, $BC = 2\sqrt{5}$, D 为 BC 的中点, $\angle BAD = \frac{\pi}{4}$, $AD = 1$, 则 $AC =$ ()

- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $6 - \sqrt{5}$ D. 2

12. 复数 $z_1 = 2 + i$, 若复数 z_1, z_2 在复平面内对应的点关于虚轴对称, 则 $\frac{z_1}{z_2}$ 等于 ()

- A. $-\frac{3+4i}{5}$ B. $\frac{3+4i}{5}$ C. $-3+4i$ D. $\frac{-3+4i}{5}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若函数 $y = e^x + ax, x \in \mathbb{R}$ 有大于零的极值点, 则实数 a 的取值范围是_____

14. 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 4$, $AA_1 = 2\sqrt{3}$. 若 M 是侧面 BCC_1B_1 内的动点, 且 $AM \perp MC$, 则 A_1M 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的最大值为_____.

15. 若 $(\frac{5}{x} - 3\sqrt{x})^n$ 的展开式中各项系数之和为 32, 则展开式中 x 的系数为_____

16. 已知 $\square(\square)$ 为偶函数, 当 $\square \leq 0$ 时, $\square(\square) = e^{-\square-1} - \square$, 则曲线 $\square = \square(\square)$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程是_____.

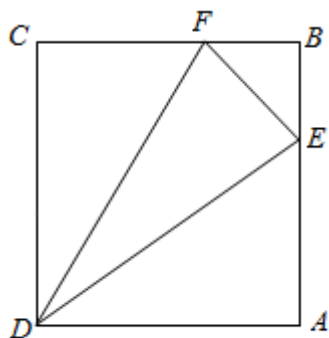
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $(a - \sqrt{3}b)\sin A + b\sin B = c\sin C$.

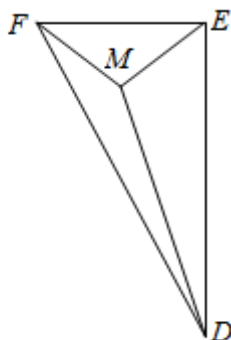
(1) 求角 C 的值;

(2) 若 $\sin A \sin B = \frac{1+\sqrt{3}}{4}$, $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分) 一张边长为 $2m$ 的正方形薄铝板 $ABCD$ (图甲), 点 E, F 分别在 AB, BC 上, 且 $AE = CF = x$ (单位: m). 现将该薄铝板沿 EF 裁开, 再将 $\triangle DAE$ 沿 DE 折叠, $\triangle DCF$ 沿 DF 折叠, 使 DA, DC 重合, 且 A, C 重合于点 M , 制作成一个无盖的三棱锥容器 $D - MEF$ (图乙), 记该容器的容积为 V (单位: m^3), (注: 薄铝板的厚度忽略不计)



图甲

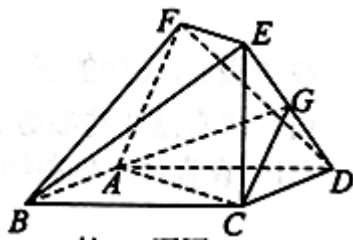


图乙

(1) 若裁开的三角形薄铝板 EFB 恰好是该容器的盖, 求 x, V 的值;

(2) 试确定 x 的值, 使得无盖三棱锥容器 $D-MEF$ 的容积 V 最大.

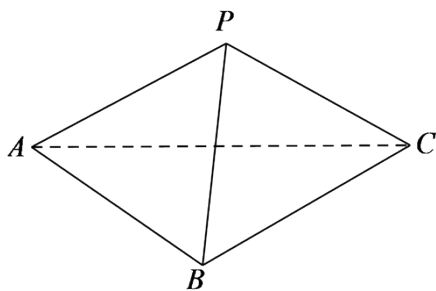
19. (12 分) 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $EF \parallel AC$, $EF=1$, $\angle ABC=60^\circ$, $CE \perp$ 平面 $ABCD$, $CE=\sqrt{3}$, $CD=2$, G 是 DE 的中点.



(I) 求证: 平面 $ACG \parallel$ 平面 BEF ;

(II) 求直线 AD 与平面 ABF 所成的角的正弦值.

20. (12 分) 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA=PC$, $AB=BC$, $\angle APC=120^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$, $AC=\sqrt{3}PB$.



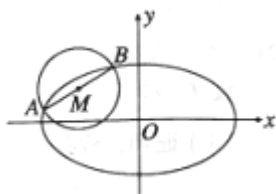
(1) 求证: $AC \perp PB$;

(2) 求直线 AC 与平面 PAB 所成角的正弦值.

21. (12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的半焦距为 c , 原点 O 到经过两点 $(c, 0)$, $(0, b)$ 的直线的距离为 $\frac{1}{2}c$.

(I) 求椭圆 E 的离心率;

(II) 如图, AB 是圆 $M: (x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ 的一条直径, 若椭圆 E 经过 A , B 两点, 求椭圆 E 的方程.



22. (10 分) 已知函数 $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, $x_1, x_2, x_3 \in R$, 且 $x_1 < x_2 < x_3$.

(1) 当 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的减区间;

(2) 求证: 方程 $f'(x)=0$ 有两个不相等的实数根;

(3) 若方程 $f'(x)=0$ 的两个实数根是 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$, 试比较 $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_2+x_3}{2}$ 与 α, β 的大小, 并说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

对于集合 A , 求得函数 $y=(x-1)^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域, 再求得补集; 对于集合 B , 解得一元二次不等式,

再由交集的定义求解即可.

【详解】

$$A = \left\{ x \mid y = (x-1)^{-\frac{1}{2}} \right\} = \left\{ x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right\} = \{ x \mid x > 1 \}, \therefore \complement_{\mathbb{R}} A = \{ x \mid x \leq 1 \},$$

$$B = \{ x \mid x^2 - 2x < 0 \} = \{ x \mid x(x-2) < 0 \} = \{ x \mid 0 < x < 2 \}, \therefore (\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = (0, 1].$$

故选:D

【点睛】

本题考查集合的补集、交集运算, 考查具体函数的定义域, 考查解一元二次不等式.

2、A

【解析】

直线 l 的方程为 $x = \frac{b}{a}y - c$, 令 $a=1$ 和双曲线方程联立, 再由 $\overline{AF} = 2\overline{FB}$ 得到两交点坐标纵坐标关系进行求解即可.

【详解】

由题意可知直线 l 的方程为 $x = \frac{b}{a}y - c$, 不妨设 $a=1$.

则 $x = by - c$, 且 $b^2 = c^2 - 1$

将 $x = by - c$ 代入双曲线方程 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 中, 得到 $(b^4 - 1)y^2 - 2b^3cy + b^4 = 0$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{2b^3c}{b^4-1}, y_1 \cdot y_2 = \frac{b^4}{b^4-1}$$

$$\text{由 } \overline{AF} = 2\overline{FB}, \text{ 可得 } y_1 = -2y_2, \text{ 故 } \begin{cases} -y_2 = \frac{2b^3c}{b^4-1} \\ -2y_2^2 = \frac{b^4}{b^4-1} \end{cases}$$

$$\text{则 } 8b^2c^2 = 1 - b^4, \text{ 解得 } b^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{则 } c = \sqrt{b^2 + 1} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\text{所以双曲线离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

故选：A

【点睛】

此题考查双曲线和直线相交问题，联立直线和双曲线方程得到两交点坐标关系和已知条件即可求解，属于一般性题目.

3、C

【解析】

设球的半径为 R ，根据组合体的关系，圆柱的表面积为 $S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times 2R = 54\pi$ ，解得球的半径 $R = 3$ ，再代入球的体积公式求解.

【详解】

设球的半径为 R ，

根据题意圆柱的表面积为 $S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times 2R = 54\pi$ ，

解得 $R = 3$ ，

$$\text{所以该球的体积为 } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi .$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查组合体的表面积和体积，还考查了对数学史了解，属于基础题.

4、C

【解析】

①根据线性相关性与 r 的关系进行判断，

②根据相关指数 R^2 的值的性质进行判断,

③根据方差关系进行判断,

④根据点 (x_0, y_0) 满足回归直线方程, 但点 (x_0, y_0) 不一定就是这一组数据的中心点, 而回归直线必过样本中心点, 可进行判断.

【详解】

①若两个随机变量的线性相关性越强, 则相关系数 r 的绝对值越接近于 1, 故①正确;

②用相关指数 R^2 的值判断模型的拟合效果, R^2 越大, 模型的拟合效果越好, 故②错误;

③若统计数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 1, 则 $2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1, \dots, 2x_n+1$ 的方差为 $2^2 = 4$, 故③正确;

④因为点 (x_0, y_0) 满足回归直线方程, 但点 (x_0, y_0) 不一定就是这一组数据的中心点, 即 $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$ 不一定成立, 而回归直线必过样本中心点, 所以当 $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$ 时, 点 (x_0, y_0) 必满足线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$; 因此“ (x_0, y_0) 满足线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ”是“ $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$ ”必要不充分条件. 故 ④错误; 所以正确的命题有①③.

故选: C.

【点睛】

本题考查两个随机变量的相关性, 拟合性检验, 两个线性相关的变量间的方差的关系, 以及两个变量的线性回归方程, 注意理解每一个量的定义, 属于基础题.

5、A

【解析】

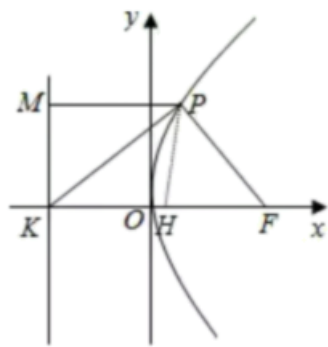
求出抛物线的焦点坐标, 利用抛物线的定义, 转化求出比值, $\frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2 + 4x}} = \frac{1-m}{1+m}$,

求出等式左边式子的范围, 将等式右边代入, 从而求解.

【详解】

解: 由题意可得, 焦点 $F(1, 0)$, 准线方程为 $x=-1$,

过点 P 作 PM 垂直于准线, M 为垂足,



由抛物线的定义可得 $|PF|=|PM|=x+1$,

记 $\angle KPF$ 的平分线与 x 轴交于 $H(m,0)$, $(-1 < m < 1)$

根据角平分线定理可得 $\frac{|PF|}{|PK|} = \frac{|PM|}{|PK|} = \frac{|FH|}{|KH|}$,

$$\therefore \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2 + 4x}} = \frac{1-m}{1+m},$$

当 $x=0$ 时, $m=0$,

$$\text{当 } x \neq 0 \text{ 时, } \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2 + 4x}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{x + \frac{1}{x} + 2}}} \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right),$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{1-m}{1+m} < 1 \Rightarrow 0 < m \leq 3 - 2\sqrt{2},$$

综上: $0 \leq m \leq 3 - 2\sqrt{2}$.

故选: A.

【点睛】

本题主要考查抛物线的定义、性质的简单应用, 直线的斜率公式、利用数形结合进行转化是解决本题的关键. 考查学生的计算能力, 属于中档题.

6、D

【解析】

由图表可知5月空气质量合格天气只有13天, 5月份的空气质量最差. 故本题答案选D.

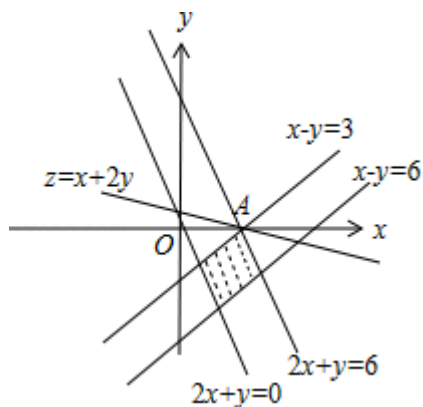
7、D

【解析】

画出可行域, 将 $z=x+2y$ 化为 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$, 通过平移 $y=-\frac{1}{2}x$ 即可判断出最优解, 代入到目标函数, 即可求出最值.

【详解】

解:由约束条件 $\begin{cases} 0 \leq 2x + y \leq 6 \\ 3 \leq x - y \leq 6 \end{cases}$ 作出可行域如图,



化目标函数 $z=x+2y$ 为直线方程的斜截式, $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$. 由图可知

当直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$ 过 $A(3,0)$ 时, 直线在 y 轴上的截距最大, z 有最大值为 3.

故选: **D**.

【点睛】

本题考查了线性规划问题. 一般第一步画出可行域, 然后将目标函数转化为 $y=ax+bz$ 的形式, 在可行域内通过平移 $y=ax$ 找到最优解, 将最优解带回到目标函数即可求出最值. 注意画可行域时, 边界线的虚实问题.

8、 **D**

【解析】

由题设中所给的定义, 方程 $f(x)=f'(x)$ 的实数根 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的“新驻点”, 根据零点存在定理即可求出 a 的大致范围

【详解】

解: 由题意方程 $f(x)=f'(x)$ 的实数根 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的“新驻点”,

对于函数 $g(x)=\ln x$, 由于 $g'(x)=\frac{1}{x}$,

$$\therefore \ln x = \frac{1}{x},$$

设 $h(x)=\ln x - \frac{1}{x}$, 该函数在 $(0, +\infty)$ 为增函数,

$$\therefore h(1)=-1 < 0, \quad h(2)=\ln 2 - \frac{1}{2} = \ln 2 - \ln \sqrt{e} > 0,$$

$\therefore h(x)$ 在 $(1, 2)$ 上有零点,

故函数 $g(x)=\ln x$ 的“新驻点”为 a , 那么 $1 < a < 2$

故选: **D**.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/976134210011010105>