

四川省眉山市仁寿第二中学 2024-2025 学年高二上学期 11 月期

中校际联考数学试题

学校:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_ 考号:\_\_\_\_\_

一、单选题

1. 直线  $\frac{\sqrt{3}}{3}x + y = 0$  的倾斜角为

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{5\pi}{6}$                       D.  $\frac{2\pi}{3}$

2. 设  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  为空间一组基底, 若向量  $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ , 则向量  $\vec{p}$  在基底  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  下的坐标为  $(x, y, z)$ . 若  $\vec{q}$  在基底  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  下的坐标为  $(1, 3, 3)$ , 则向量  $\vec{q}$  在基底  $\{\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\}$  下的坐标为 ( )

- A.  $(1, 3, 3)$                       B.  $(3, 1, 3)$                       C.  $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{7}{2})$                       D.  $(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$

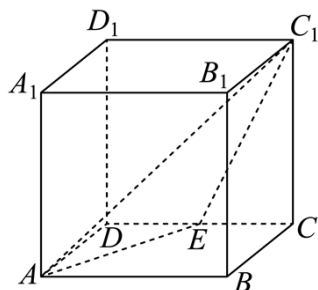
3. 设直线  $l$  的方程为  $6x - 6y \cos \beta + 13 = 0$ , 则直线  $l$  的倾斜角  $\alpha$  的范围是 ( )

- A.  $[0, \pi]$                       B.  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$                       C.  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$                       D.  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$

4. 投掷一枚均匀的骰子, 记事件  $A$ : “朝上的点数大于 3”,  $B$ : “朝上的点数为 2 或 4”, 则下列说法正确的是 ( )

- A. 事件  $A$  与事件  $B$  互斥                      B. 事件  $A$  与事件  $B$  对立  
C. 事件  $A$  与事件  $B$  相互独立                      D.  $P(A+B) = \frac{5}{6}$

5. 如图, 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1,  $E$  为  $CD$  的中点, 则点  $D_1$  到平面  $AEC_1$  的距离等于 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

6. 在以下 4 个命题中, 不正确的命题的个数为 ( )

① 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ , 则  $\vec{a} = \vec{c}$ ;

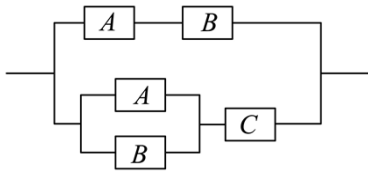
②若三个向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 两两共面，则向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面；

③若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 为空间的一个基底，则 $\{\vec{a}-\vec{b}, \vec{b}+\vec{c}, \vec{c}+\vec{a}\}$ 构成空间的另一基底；

④ $|(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\vec{c}|$ .

- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

7. 如图，某电子元件由A, B, C三种部件组成，现将该电子元件应用到某研发设备中，经过反复测试，A, B, C三种部件不能正常工作的概率分别为 $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ ，各个部件是否正常工作相互独立，则该电子元件能正常工作的概率是（ ）



- A.  $\frac{18}{25}$                       B.  $\frac{7}{25}$                       C.  $\frac{64}{75}$                       D.  $\frac{11}{75}$

8. 设 $m \in R$ ，过定点A的动直线 $x+my+1=0$ 和过定点B的动直线 $mx-y-2m+3=0$ 交于点 $P(x,y)$ ，则 $|PA|+|PB|$ 的最大值（ ）

- A.  $2\sqrt{5}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C. 3                      D. 6

## 二、多选题

9. 经过点 $P(0,-1)$ 作直线 $l$ ，且直线 $l$ 与连接点 $A(1,-2)$ ， $B(2,1)$ 的线段总有公共点，则下列结论正确的是（ ）

- A. 直线 $l$ 的倾斜角 $\alpha$ 的取值范围为 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$   
 B. 直线 $l$ 的倾斜角 $\alpha$ 的取值范围为 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$   
 C. 斜率 $k$ 的取值范围为 $[-1,1]$   
 D. 斜率 $k$ 的取值范围为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

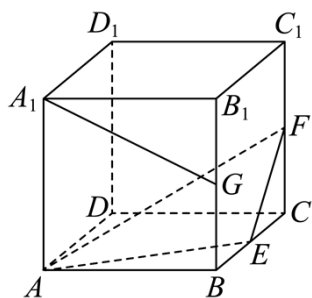
10. 下列说法正确的是（ ）

- A. 现有一组数据4, 7, 9, 3, 3, 5, 7, 9, 9, 6，则这组数据的第30百分位数为4  
 B. 某人打靶时连续射击三次，则事件“至少两次中靶”与事件“至多有一次中靶”是对立事件

C. 若样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的方差为 2, 则数据  $3x_1+1, 3x_2+1, \dots, 3x_{10}+1$  的方差为 18

D. 若事件  $A, B$  相互独立,  $P(A)=\frac{1}{5}, P(B)=\frac{1}{4}$ , 则  $P(\bar{A}\bar{B})=\frac{1}{5}$

11. 在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F, G$  分别为  $BC, CC_1, BB_1$  的中点, 则下列选项正确的是 ( )



A.  $D_1D \perp AF$

B. 直线  $A_1G$  与  $EF$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

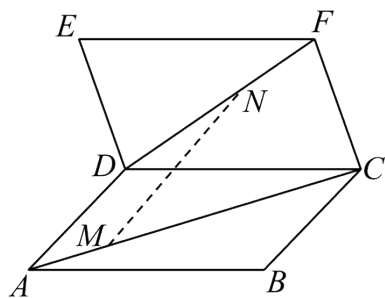
C. 三棱锥  $G-AEF$  的体积为  $\frac{1}{3}$

D. 存在实数  $\lambda, \mu$  使得  $\vec{A_1G} = \lambda \vec{AF} + \mu \vec{AE}$

### 三、填空题

12. 已知直线  $l_1: ax+(2a-1)y-1=0$  与直线  $l_2: x-ay+3=0$  互相垂直, 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 如图, 两个正方形  $ABCD, CDEF$  的边长都是 6, 且二面角  $A-CD-E$  为  $60^\circ$ ,  $M$  为对角线  $AC$  靠近点  $A$  的三等分点,  $N$  为对角线  $DF$  的中点, 则线段  $MN=$ \_\_\_\_\_.



14. 已知甲、乙、丙三人投篮的命中率分别为 0.7, 0.5, 0.4, 若甲、乙、丙各投篮一次 (三人投篮互不影响), 则至多有一人命中的概率为\_\_\_\_\_.

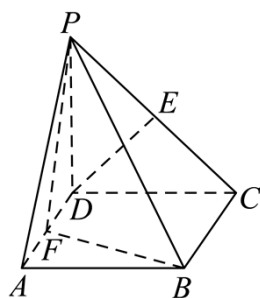
#### 四、解答题

15. 已知直线  $l$  经过点  $P(-2,3)$ ，且斜率为  $-\frac{1}{2}$ 。

(1) 求直线  $l$  的方程；

(2) 若直线  $m$  与  $l$  平行，且点  $P$  到直线  $m$  的距离为  $\sqrt{5}$ ，求直线  $m$  的方程。

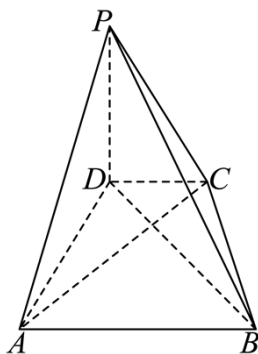
16. 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  是正方形， $PD \perp$  底面  $ABCD$ ， $E, F$  分别是  $PC, AD$  中点。



(1) 求证： $DE \parallel$  平面  $PFB$ ；

(2) 若  $PB$  与平面  $ABCD$  所成角为  $45^\circ$ ，求平面  $PFB$  与平面  $EDB$  夹角的余弦值。

17. 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $PD \perp$  平面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  为等腰梯形，其中  $AB \parallel CD$ ， $AB = 2CD = 4, AD = \sqrt{10}$ 。



(1) 证明：平面  $PAC \perp$  平面  $PBD$ 。

(2) 若  $PD = 3$ ，求二面角  $B-PA-C$  的余弦值。

. 为了研究学生每天总结整理数学错题情况, 某课题组在我市中学生中随机抽取了 100 名学生调查了他们期中考试的成绩和平时总结整理数学错题情况, 并绘制了下列两个统计图表, 图 1 为学生期中考试数学成绩的频率分布直方图, 图 2 为学生一个星期内总结整理数学错题天数的扇形图. 若本次数学成绩在 110 分及以上视为优秀, 将一个星期有 4 天及以上总结整理数学错题视为“经常总结整理”, 少于 4 天视为“不经常总结整理”. 已知数学成绩优秀的学生中, 经常总结整理错题的学生占 70%.

	数学成绩优秀	数学成绩不优秀	合计
经常总结整理			
不经常总结整理			
合计			

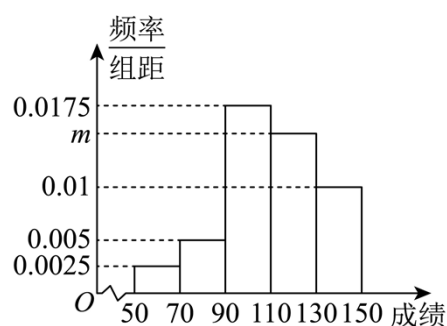


图1

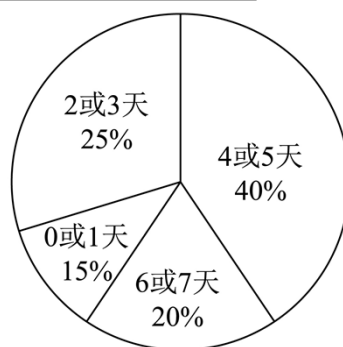


图2

(1) 根据图 1、图 2 中的数据, 补全表格;

(2) 求图 1 中  $m$  的值及学生期中考试数学成绩的第 65 百分位数;

(3) 抽取的 100 名学生中按“经常总结整理错题”与“不经常总结整理错题”进行分层抽样, 随机抽取 5 名学生, 再从这 5 名学生中随机抽取 2 人进行座谈; 求这 2 名同学均来自“经常总结整理错题”的概率.

19. 已知动直线  $l: 3(m+1)x + (m-1)y - 6m - 2 = 0 (m \in \mathbf{R})$  过定点  $P$ .

(1) 求  $P$  的坐标;

(2) 若直线  $l$  与  $x$ 、 $y$  轴的正半轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点,  $O$  为坐标原点, 是否存在直线  $l$  满足下列条件: ①  $\triangle AOB$  的周长为 12; ②  $\triangle AOB$  的面积为 6. 若存在, 求出直线  $l$  的方程; 若不存在, 请说明理由.

(3) 若直线  $l$  与  $x$ 、 $y$  轴的正半轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点, 当  $|PA| + \frac{3}{2}|PB|$  取得最小值时, 求直线

$l$ 的方程.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	D	C	C	C	C	D	BC	BCD
题号	11									
答案	BD									

1. C

【分析】求出直线的斜率即可得解.

【详解】直线  $\frac{\sqrt{3}}{3}x + y = 0$  即  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ , 则直线的斜率  $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 故其倾斜角为  $\frac{5\pi}{6}$ .

故选: C

2. C

【分析】根据题意中坐标的定义可得  $x(\overset{r}{a}-\overset{l}{b})+y(\overset{l}{b}-\overset{r}{c})+z(\overset{r}{a}+\overset{r}{c})=\overset{r}{a}+3\overset{l}{b}+3\overset{r}{c}$ , 由此可构造方程组求得  $x, y, z$ , 进而可得所求坐标.

【详解】由题意知:  $\overset{r}{q} = \overset{r}{a} + 3\overset{l}{b} + 3\overset{r}{c}$ ;

设向量  $\overset{l}{q}$  在基底  $\{\overset{r}{a}-\overset{l}{b}, \overset{l}{b}-\overset{r}{c}, \overset{r}{c}+\overset{r}{a}\}$  下的坐标为  $(x, y, z)$ ,

则  $x(\overset{r}{a}-\overset{l}{b})+y(\overset{l}{b}-\overset{r}{c})+z(\overset{r}{a}+\overset{r}{c})=\overset{r}{a}+3\overset{l}{b}+3\overset{r}{c}$ ,

$$\text{即 } (x+z)\overset{r}{a}+(y-x)\overset{l}{b}+(z-y)\overset{r}{c}=\overset{r}{a}+3\overset{l}{b}+3\overset{r}{c}, \therefore \begin{cases} x+z=1 \\ y-x=3 \\ z-y=3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \\ z=\frac{7}{2} \end{cases},$$

$\therefore$  向量  $\overset{l}{q}$  在基底  $\{\overset{r}{a}-\overset{l}{b}, \overset{l}{b}-\overset{r}{c}, \overset{r}{c}+\overset{r}{a}\}$  下的坐标为  $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ .

故选: C.

3. D

【分析】当  $\cos \beta = 0$  时, 可得倾斜角  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , 当  $\cos \beta \neq 0$  时, 由直线方程可得斜率

$k = \frac{1}{\cos \beta} = \tan \alpha$ , 然后由余弦函数和正切函数的性质求解.

【详解】当  $\cos \beta = 0$  时, 方程为  $6x + 13 = 0$ , 直线的倾斜角  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ,

当  $\cos \beta \neq 0$  时, 由直线方程可得斜率  $k = \frac{1}{\cos \beta} = \tan \alpha$ ,

$\because \cos \beta \in [-1, 1]$ , 且  $\cos \beta \neq 0$ ,

$\therefore k \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ , 即  $\tan \alpha \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ,

又  $\alpha \in [0, \pi)$ ,  $\therefore \alpha \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ ,

综上, 倾斜角  $\alpha$  的范围是  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ .

故选: D.

4. C

【分析】根据互斥事件以及对立事件的概念结合事件  $A$  与事件  $B$  的基本事件可判断 A, B; 根据独立事件的概率公式可判断 C; 求出事件  $A+B$  的概率可判断 D.

【详解】对于 A, B, 事件  $A$ : “朝上的点数大于 3”,  $B$ : “朝上的点数为 2 或 4”, 这两个事件都包含有事件: “朝上的点数为 4”, 故事件  $A$  与事件  $B$  不互斥, 也不对立, A, B 错误;

对于 C, 投掷一枚均匀的骰子, 共有基本事件 6 个,

事件  $A$ : “朝上的点数大于 3”包含的基本事件个数有 3 个, 其概率为  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,

$B$ : “朝上的点数为 2 或 4”, 包含的基本事件个数有 2 个, 其概率为  $P(B) = \frac{1}{3}$ ,

事件  $AB$  包含的基本事件个数有 1 个, 其概率为  $P(AB) = \frac{1}{6}$ ,

由于  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 故事件  $A$  与事件  $B$  相互独立, C 正确;

对于 D, 事件  $A+B$  包含的基本事件个数有朝上的点数为 2, 4, 5, 6 共 4 个,

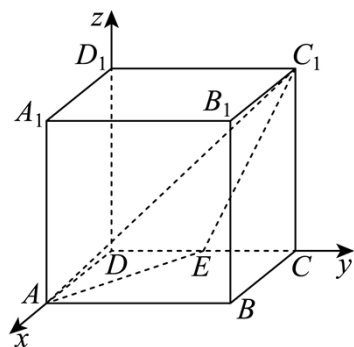
故  $P(A+B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ , D 错误,

故选: C

5. C

【分析】由题意建立空间直角坐标系, 求得平面的法向量, 利用点面距的向量公式, 可得答案.

【详解】由题意建立空间直角坐标系, 如下图:





则  $D_1(0,0,1)$ ,  $A(1,0,0)$ ,  $E\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$ ,  $C_1(0,1,1)$ ,

取  $\vec{AD}_1 = (-1, 0, 1)$ ,  $\vec{AE} = \left(-1, \frac{1}{2}, 0\right)$ ,  $\vec{AC}_1 = (-1, 1, 1)$ ,

设平面  $AEC_1$  的法向量为  $\vec{n}$ , 则  $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AE} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{AC}_1 = 0 \end{cases}$ , 可得  $\begin{cases} -x + \frac{1}{2}y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$ ,

令  $x=1$ , 则  $y=2$ ,  $z=-1$ , 所以平面  $AEC_1$  的一个法向量  $\vec{n} = (1, 2, -1)$ ,

点  $D_1$  到平面  $AEC_1$  的距离  $d = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AD}_1|}{|\vec{n}|} = \frac{|-1-1|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

故选: C.

## 6. C

【分析】利用向量的数量积、向量共面与向量基底的定义和性质, 结合特殊向量法, 逐一判断各命题即可得解.

【详解】对于①, 设  $\vec{b} = \vec{0}$ ,  $\vec{a}$  与  $\vec{c}$  可以为任意向量, 因为  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{0} = 0$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{0} \cdot \vec{c} = 0$ , 此时  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ , 但  $\vec{a}$  不一定等于  $\vec{c}$ , 所以①不正确,

对于②, 例如在墙角处的三条交线对应的向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,

它们两两共面 (两两垂直), 但是向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  不共面, 所以②不正确,

对于③, 假设  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{c} + \vec{a}$  共面,

则存在实数  $\lambda$ ,  $\mu$  使得  $\vec{a} - \vec{b} = \lambda(\vec{b} + \vec{c}) + \mu(\vec{c} + \vec{a})$ ,

即  $\vec{a} - \vec{b} = \mu\vec{a} + \lambda\vec{b} + (\lambda + \mu)\vec{c}$ ,

由  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  为基底, 所以  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  不共面, 则  $\begin{cases} \mu = 1 \\ \lambda = -1 \\ \lambda + \mu = 0 \end{cases}$ , 这个方程组无解,

所以  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{c} + \vec{a}$  不共面,  $\{\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\}$  构成空间的另一基底, ③正确,

对于④,  $|(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |\vec{a} \cdot \vec{b}| |\vec{c}|$ ,

而  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| |\cos \theta|$  ( $\theta$  为  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角),

所以  $|(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| |\cos \theta| |\vec{c}| \neq |\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}|$ , ④不正确,

故不正确的有: ①②④, 共 3 个.

故选: C.

7. C

【分析】设上半部分正常工作作为事件  $M$ ，下半部分正常工作作为事件  $N$ ，该电子元件能正常工作作为事件  $A$ ，根据相互独立事件的概率公式求出  $P(M)$ 、 $P(N)$ ，即可求出  $P(\overline{M})$ 、 $P(\overline{N})$ ，再根据对立事件及独立事件的概率公式计算可得。

【详解】设上半部分正常工作作为事件  $M$ ，下半部分正常工作作为事件  $N$ ，该电子元件能正常工作作为事件  $A$ ，

$$\text{则 } P(M) = \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{5}, \quad P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5},$$

$$P(N) = \left(1 - \frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{19}{30}, \quad \text{所以 } P(\overline{N}) = 1 - P(N) = 1 - \frac{19}{30} = \frac{11}{30},$$

$$\text{所以 } P(A) = 1 - P(\overline{M})P(\overline{N}) = 1 - \frac{2}{5} \times \frac{11}{30} = \frac{64}{75},$$

即该电子元件能正常工作的概率是  $\frac{64}{75}$ 。

故选：C

【点睛】关键点睛：本题解答的关键是利用对立事件的概率公式及相互独立事件的概率公式求出  $P(A) = 1 - P(\overline{M})P(\overline{N})$ 。

8. D

【分析】根据动直线方程求出定点  $A, B$  的坐标，并判断两动直线互相垂直，进而可得

$$|PA|^2 + |PB|^2 = 18, \text{ 最后由基本不等式 } \frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} \geq \left(\frac{|PA| + |PB|}{2}\right)^2 \text{ 即可求解.}$$

【详解】解：由题意，动直线  $x + my + 1 = 0$  过定点  $A(-1, 0)$ ，

$$\text{直线 } mx - y - 2m + 3 = 0 \text{ 可化为 } (x - 2)m + 3 - y = 0, \text{ 令 } \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 3 - y = 0 \end{cases}, \text{ 可得 } B(2, 3),$$

又  $1 \times m + m \times (-1) = 0$ ，所以两动直线互相垂直，且交点为  $P$ ，

$$\text{所以 } |PA|^2 + |PB|^2 = |AB|^2 = (-1 - 2)^2 + (0 - 3)^2 = 18,$$

$$\text{因为 } \frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} \geq \left(\frac{|PA| + |PB|}{2}\right)^2,$$

$$\text{所以 } |PA| + |PB| \leq \sqrt{2(|PA|^2 + |PB|^2)} = \sqrt{2 \times 18} = 6, \text{ 当且仅当 } |PA| = |PB| = 3 \text{ 时取等号.}$$

故选：D.

9. BC

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/976155055242011004>