

2025 年华东师大版高一数学下册月考试卷 436

考试试卷

考试范围：全部知识点；考试时间：120 分钟

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

总分栏

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

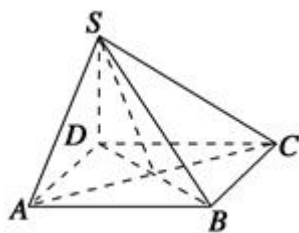
评卷人	得分

一、选择题(共 8 题，共 16 分)

1、在 $\triangle ABC$ 中； $3\sin A - 4\sin B = 6$ ， $4\cos B + 3\cos A = 1$ ，则 C 的大小为 ()

- A. 30°
- B. 60°
- C. 60° 或 120°
- D. 120°

2、【题文】如图，四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为正方形， $SD \perp$ 底面 $ABCD$ ；则下列结论中不正确的是()



- A. $AC \perp SB$
- B. $AB \parallel$ 平面 SCD
- C. SA 与平面 SBD 所成的角等于 SC 与平面 SBD 所成的角
- D. AB 与 SC 所成的角等于 DC 与 SA 所成的角

3、【题文】设集合 A, B 则 $A \subseteq B$ 是 $A \cap B = A$ 成立的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

D. 1

评卷人	得分

二、填空题(共 5 题, 共 10 分)

9、

【题文】求函数 $y = x^2 - 2x - 6$ $x \in [0, 3]$ 的值域_____

10、

【题文】已知 $f(x) = -\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + 3a)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上为增函数, 则实数 a 的取值范围为_____

11、定义集合运算“ $*$ ”: $A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$, 称为 A, B 两个集合的“卡氏积”. 若 $A = \{x | x^2 - 2|x| \leq 0, x \in \mathbb{N}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $(a \times b) \cap (b \times a) =$ _____.

12、(文) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + \frac{1}{2}n$, 则数列的通项公式 $a_n =$ _____;

(理) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = \frac{1}{4}n^2 + \frac{2}{3}n + 3$, 则数列的通项公式 $a_n =$ _____.

13、不等式 $\frac{x-2}{x+3} > 0$ 的解集是_____.

评卷人	得分

三、解答题(共 9 题, 共 18 分)

14、已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$; 且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 利用单调性的定义证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $[1; +\infty)$ 上是增函数.

15、计算:

(1) $(\sqrt[5]{a^6b^{\frac{3}{2}}})^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[5]{a^3b^4} \sqrt[5]{b^3}$ (其中 $a > 0, b > 0$);

(2) $(0.0081)^{-\frac{1}{4}} - [3 \times (\frac{5}{6})] \times [81^{-0.25} + (\frac{27}{8})^{-\frac{1}{3}}]^{\frac{1}{2}} - 10 \times (0.027)^{\frac{1}{3}}$.

16、已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x$ 且 $f(0) = 1$.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 在区间 $[-1; 2]$ 上求 $y = f(x)$ 的值域.

17、已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $B = \{x | y = \lg(x-1)(3x+1)\}$, 集合 $C = \{x | 2x^2 + mx - 8 < 0\}$.

(1) 求 $A \cap B$ 、 $A \cup (C_R B)$;

(2) 若 $(A \cap B) \subseteq C$; 求 m 的取值范围.

18、

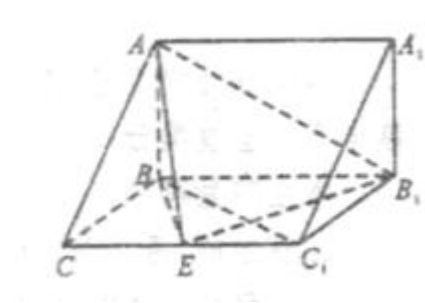
【题文】张林在李明的农场附近建了一个小型工厂，由于工厂生产须占用农场的部分资源，因此李明每年向张林索赔以弥补经济损失并获得一定净收入. 工厂在不赔付农场的情况下，工厂的年利润 x (元) 与年产量 t (吨) 满足函数关系 $x = 2000\sqrt{t}$. 若工厂每生产一吨产品必须赔付农场 s 元 (以下称 s 为赔付价格).

(I) 将工厂的年利润 w (元) 表示为年产量 t (吨) 的函数; 并求出工厂获得最大利润的年产量;

(II) 若农场每年受工厂生产影响的经济损失金额 $y = 0.002t^2$ (元), 在工厂按照获得最大利润的产量进行生产的前提下, 农场要在索赔中获得最大净收入, 应向张林的工厂要求赔付价格 s 是多少?

19、

【题文】(本小题满分 13 分) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp$ 侧面 BB_1C_1C , 已知 $AB=BC=1$, $BB_1=2$, $\angle BCC_1 = \frac{\pi}{3}$ E 为 CC_1 的中点.



(1) 求证: $C_1E \perp$ 平面 ABC ;

(2) 求二面角 $A-B_1E-B$ 的大小.

20、

【题文】已知集合 $A = \{a, a+b, a+2b\}$, $B = \{a, ac, ac^2\}$. 若 $A=B$, 求 c 的值.

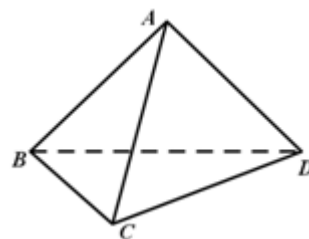
21、已知 $f(x) = \max\{x^2 - ax + a, ax - a + 1\}$, 其中 $\max\{x, y\} = \begin{cases} y, & x \leq y \\ x, & x > y \end{cases}$. (I) 若对任意 $x \in \mathbb{R}$, 恒有 $f(x) = x^2 - ax + a$; 求实数 a 的值;

(II) 若 $a > 1$, 求 $f(x)$ 的最小值 $m(a)$.

22、如图；在三棱锥 A-BCD 中， $AB=AC$, $BC=CD$, $\angle BCD=60^\circ$.

(I) 求证: $AD \perp BC$;

(II) 再若 $AB=CB=4$, $AD=2\sqrt{3}$ 求三棱锥 A-BCD 的体积.



评卷人	得分

四、证明题(共 2 题, 共 14 分)

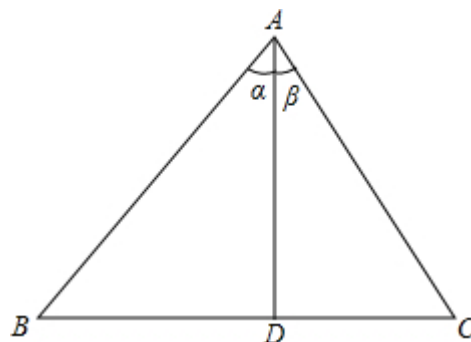
23、初中我们学过了正弦 余弦的定义, 例如 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, 同时也知道,

$\sin(30^\circ + 30^\circ) = \sin 60^\circ \neq \sin 30^\circ + \sin 30^\circ$; 根据如图, 设计一种方案, 解决问题:

已知在任意的三角形 ABC 中, $AD \perp BC$, $\angle BAD = \alpha$, $\angle CAD = \beta$, 设 $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$

(1) 用 b ; c 及 α , β 表示三角形 ABC 的面积 S ;

(2) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.



24、AB 是圆 O 的直径, CD 是圆 O 的一条弦, AB 与 CD 相交于 E, $\angle AEC = 45^\circ$, 圆 O 的半径为 1, 求证: $EC^2 + ED^2 = 2$.

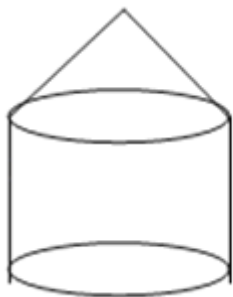
评卷人	得分

五、作图题(共 4 题, 共 24 分)

25、作出函数 $y = x - \frac{2}{3}$ 的图象.

26、画出计算 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}$ 的程序框图.

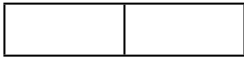
27、请画出如图几何体的三视图.



28、某潜艇为躲避反潜飞机的侦查, 紧急下潜 50m 后, 又以 15km/h 的速度, 沿北偏东 45° 前行 5min, 又以 10km/h 的速度, 沿北偏东 60° 前行 8min, 最后摆脱了反潜飞机的侦查. 试画出潜艇整个过程的位移示意图.

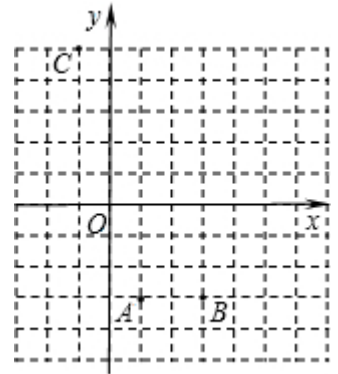
评卷人	得分

六、综合题(共 3 题, 共 30 分)



29、抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 过点 A (1; -3), B (3, -3), C (-1, 5), 顶点为 M 点.

- (1) 求该抛物线的解析式.
- (2) 试判断抛物线上是否存在一点 P; 使 $\angle POM=90^\circ$. 若不存在, 说明理由; 若存在, 求出 P 点的坐标.
- (3) 试判断抛物线上是否存在一点 K, 使 $\angle OMK=90^\circ$, 若不存在, 说明理由; 若存在, 求出 K 点的坐标.

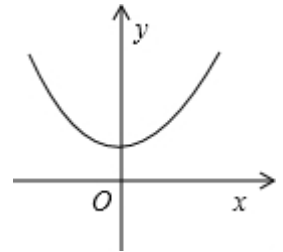


30、先阅读下面的材料再完成下列各题

我们知道, 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 对任意的实数 x 都有 $y \geq 0$, 则必有 $a > 0$, $\Delta=b^2-4ac \leq 0$; 例如 $y=x^2+2x+1=(x+1)^2 \geq 0$, 则 $\Delta=b^2-4ac=0$, $y=x^2+2x+2=(x+1)^2+1 > 0$, 则 $\Delta=b^2-4ac < 0$.

- (1) 求证: $(a_1^2+a_2^2+\dots+a_n^2) \cdot (b_1^2+b_2^2+\dots+b_n^2) \geq (a_1 \cdot b_1+a_2 \cdot b_2+\dots+a_n \cdot b_n)^2$
- (2) 若 $x+2y+3z=6$, 求 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值;
- (3) 若 $2x^2+y^2+z^2=2$; 求 $x+y+z$ 的最大值;
- (4) 指出 (2) 中 $x^2+y^2+z^2$ 取最小值时, x, y, z 的值 (直接写出答案).

31、若记函数 y 在 x 处的值为 $f(x)$, (例如 $y=x^2$, 也可记着 $f(x)=x^2$) 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 且 $ax^2+(b-1)x+c > 0$ 对所有的实数 x 都成立, 则下列结论成立的有_____.



- (1) $ac > 0$;
- (2) $\frac{(b-1)^2}{4} < ac$;
- (3) 对所有的实数 x 都有 $f(x) > x$;
- (4) 对所有的实数 x 都有 $f(f(x)) > x$.

参考答案

一、选择题(共 8 题, 共 16 分)

1、D

【分析】

$$\because 3\sin A - 4\sin B = 6; 4\cos B + 3\cos A = 1;$$

$\therefore$ 两式平方; 相加可得。

$$9(\sin^2 A + \cos^2 A) + 24(\cos A \cos B - \sin A \sin B) + 16(\sin^2 B + \cos^2 B) = 37$$

$$\text{即 } 9 + 24(\cos A \cos B - \sin A \sin B) + 16 = 37, \text{ 可得 } \cos A \cos B - \sin A \sin B = \frac{1}{2}$$

$$\because \cos C = -\cos(A+B) = -(\cos A \cos B - \sin A \sin B)$$

$$\therefore \cos C = -\frac{1}{2} \text{ 结合 } C \text{ 为三角形的内角, 可得 } C = 120^\circ$$

故选: D

【解析】

【答案】将已知的两个等式平方、将左右两边对应相加, 结合同角三角函数的关系化简得

$\cos A \cos B - \sin A \sin B = \frac{1}{2}$ 从而得到 $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$ 再由三角形内角和定理和诱导公式, 即可算出角 C 的大小.

2、D

【分析】

【解析】选项 A 正确, 因为 SD 垂直于底面 $ABCD$, 而 $AC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $AC \perp SD$; 再由四边形 $ABCD$ 为正方形, 所以 $AC \perp BD$; 而 BD 与 SD 相交, 所以, $AC \perp$ 平面 SBD , $AC \perp SB$.

选项 B 正确, 因为 $AB \parallel CD$, 而 $CD \subset$ 平面 SCD , $AB \not\subset$ 平面 SCD , 所以 $AB \parallel$ 平面 SCD .

选项 C 正确, 设 AC 与 BD 的交点为 O , 易知 SA 与平面 SBD 所成的角就是 $\angle ASO$, SC 与平面 SBD 所成的角就是 $\angle CSO$; 易知这两个角相等.

选项 D 错误, AB 与 SC 所成的角等于 $\angle SCD$, 而 DC 与 SA 所成的角是 $\angle SAB$, 这两个角不相等.

【解析】

【答案】D

3、C

【分析】

【解析】因为 $A \subseteq B$ 等价于 $A \cap B = A$ 所以“ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的充要条件, 故选 C

【解析】

【答案】C

4、B

【分析】

解：根据题意；依次分析选项：

对于 A；函数 $y=x+1$ 是一次函数；在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数，不符合题意；

对于 B、函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 为对数函数；在区间 $(0, +\infty)$ 上为减函数，符合题意；

对于 C、函数 $y=2^x$ 为指数函数；在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数，不符合题意；

对于 D、函数 $y=-(x-1)^2$ 为二次函数；在区间 $(-\infty, 1)$ 上为增函数，区间 $(1, +\infty)$ 上为减函数，不符合题意；

故选：B.

根据题意；依次分析所给函数在区间 $(0, +\infty)$ 的单调性，即可得答案.

本题考查函数单调性的判定，关键是掌握常见函数的单调性.

【解析】

【答案】 B

5、 A

【分析】

解：角 α 的终边上一点 $P(1, \sqrt{3})$ ；

则 $r=|OP|=2$ ；

则 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$

故选：A

根据三角函数的定义进行求解即可.

本题主要考查三角函数的定义，比较基础.

【解析】

【答案】 A

6、 C

【分析】

解： $a_n=\frac{n-\sqrt{96}}{n-\sqrt{97}}=1+\frac{\sqrt{97}-\sqrt{96}}{n-\sqrt{97}}$ 该函数在 $(0, \sqrt{97})$ 和 $(\sqrt{97}+\infty)$ 上都是递减的；

图象如图；

$\therefore 9 < \sqrt{97} < 10.$

$\therefore$ 这个数列的前 30 项中的最大项和最小项分别是 a_{10} , a_9 .

故选：C.

把给出的数列的通项公式变形，把 a_n 看作 n 的函数；作出相应的图象，由图象分析得到答案.

本题考查了数列的函数特性，考查了数形结合的解题思想，解答的关键是根据数列通项公式画出图象，是基础题.

【解析】

【答案】C

7、D

【分析】

解：根据题意；分析所给等式的变形过程可得，先对左式变形，再利用基本不等式化简. 消去根号，得到右式；

对于给出的等式， $x+axn \geq n+1$

要先将左式 $x+axn$ 变形为 $x+axn=xn+xn+\dots+xn+axn$

在 $xn+xn+\dots+xn+axn$ 中；前 n 个分式分母都是 n

要用基本不等式，必有 $xn \geq xn \geq \dots \geq xn \geq axn$ 为定值；可得 $a=nn$

故选 D.

根据题意，分析给出的等式，类比对 $x+axn$ 变形，先将其变形为 $x+axn=xn+xn+\dots+xn+axn$ 再结合不等式的性质，可得 $xn \geq xn \geq \dots \geq xn \geq axn$ 为定值；解可得答案.

本题考查归纳推理，需要注意不等式左右两边的变化规律，并结合基本不等式进行分析.

【解析】

D

8、A

【分析】

解：由 $a_{n+1}=11 \geq a_n$ 且 $a_1=12$

得 $a_2=2a_3=11a_4=12$

则有 $a_{n+3}=a_n$ 数列的周期为 3.

$a_{2017}=a_{672 \times 3+1}=a_1=12$.

故选：A .

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2a_{n+1}=1$ 且 $a_{n+3}=a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 可得 $a_{n+3}=a_n$ 利用周期性即可得出.

本题考查了数列的递推关系、数列的周期性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

【解析】

A

二、填空题(共 5 题，共 10 分)

9、略

【分析】

【解析】略

【解析】

【答案】_____

10、略

【分析】

【解析】略

【解析】

【答案】 $\{-4,4\}$

11、 $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

【分析】

【解答】解：集合 $A=\{x|x^2-2|x|\leq 0, x\in\mathbb{N}\}=\{x|0\leq|x|\leq 2, x\in\mathbb{N}\}=\{0, 1, 2\}$ ， $b=\{1, 2, 3\}$ ；

所以 $a\times b=\{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$ ；

$b \times a = \{ (1; 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2) \};$

所以 $(a \times b) \cap (b \times a) = \{ (1; 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2) \}.$

故答案为: $\{ (1; 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2) \}.$

【分析】根据新概念的定义, 写出 $a \times b$ 与 $b \times a$, 再根据交集的定义进行计算即可.

12、略

【分析】

解: (文) 依题意, $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = (n+1)^2 + \frac{1}{2}(n+1) - (n^2 + \frac{1}{2}n) = 2(n+1) - \frac{1}{2}$

又 $\because a_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 满足上式;

$$\therefore a_n = 2n - \frac{1}{2}$$

(理) 依题意, $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = \frac{1}{4}(n+1)^2 + \frac{2}{3}(n+1) + 3 - (\frac{1}{4}n^2 + \frac{2}{3}n + 3) = \frac{6(n+1) + 5}{12}$

又 $\because a_1 = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + 3 = \frac{47}{12}$ 不满足上式;

$$\therefore a_n = \begin{cases} \frac{47}{12}, & n=1 \\ \frac{6n+5}{12}, & n \geq 2 \end{cases}.$$

$$\text{故答案为: } 2n - \frac{1}{2} \begin{cases} \frac{47}{12}, & n=1 \\ \frac{6n+5}{12}, & n \geq 2 \end{cases}.$$

利用 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 计算出 a_n ($n \geq 2$); 进而可得结论.

本题考查数列的通项, 注意解题方法的积累, 属于基础题.

【解析】

$$2n - \frac{1}{2} \begin{cases} \frac{47}{12}, & n=1 \\ \frac{6n+5}{12}, & n \geq 2 \end{cases}$$

13、略

【分析】

解：分式不等式 $\frac{x-2}{x+3} > 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+3) > 0$;

所以 $x < -3$ 或 $x > 2$.

故不等式 $\frac{x-2}{x+3} > 0$ 的解集是 $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$

故答案为: $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$.

【解析】

$(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$

三、解答题(共 9 题, 共 18 分)

14、略

【分析】

(1) $\because$ 函数 $f(x) = x^2 + ax + b$; 且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称;

$\therefore -\frac{a}{2} = 1$; 解得 $a = -2$. (3 分)

(2) 根据 (1) 可知 $f(x) = x^2 - 2x + b$;

下面证明函数 $f(x)$ 在区间 $[1; +\infty)$ 上是增函数.

设 $x_1 > x_2 \geq 1$, 则 $f(x_1) - f(x_2)$ (5 分)

$$= (x_1^2 - 2x_1 + b) - (x_2^2 - 2x_2 + b)$$

$$= (x_1^2 - x_2^2) - 2(x_1 - x_2)$$

$$= (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2) \quad (8 \text{ 分})$$

$\because x_1 > x_2 \geq 1$, 则 $x_1 - x_2 > 0$, 且 $x_1 + x_2 - 2 > 2 - 2 = 0$;

$\therefore f(x_1) - f(x_2) > 0$, 即 $f(x_1) > f(x_2)$; (11 分)

故函数 $f(x)$ 在区间 $[1; +\infty)$ 上是增函数. (12 分)

【解析】

【答案】 (1) 由函数 $f(x) = x^2 + ax + b$, 且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 知 $-\frac{a}{2} = 1$; 由此能求出 a .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/976225125131011034>