

2023-2024 学年福建省厦门市海沧区八年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 计算 3^0 的结果是()

A. 0

B. 1

C. 3

D. $\frac{1}{3}$

2. 下面所给的交通标志是轴对称图形的是()



3. 五边形的内角和为()

A. 360°

B. 540°

C. 720°

D. 900°

4. 下列计算正确的是()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $(a^3)^2 = a^5$

C. $(2a)^2 = 2a^2$

D. $a^5 \div a^3 = a^2$

5. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于点 D ， $BC = 7$ ，

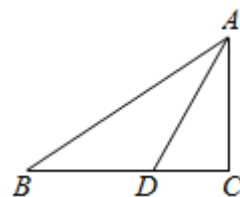
$BD = 4$ ，则点 D 到 AB 的距离是()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 7



6. 运用公式 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 直接对整式 $9x^2 - 12x + 4$ 进行因式分解，则公式中的 a 可以是()

A. $3x$

B. $9x$

C. $3x^2$

D. $9x^2$

7. 小海、小沧和小康三人在甲、乙、丙三所不同的学校读书，唱歌、阅读、绘画是三人的不同爱好.并且知道：①小海不在甲校读书，小沧在乙校读书；②在甲校读书的同学爱好唱歌，爱好绘画的同学不在丙校读书.根据以上信息，下列选项中正确的是()

A. 小海在乙校读书，爱好阅读

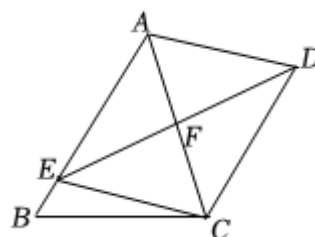
B. 小海在丙校读书，爱好绘画

C. 小沧在乙校读书，爱好绘画

D. 小康在甲校读书，爱好阅读

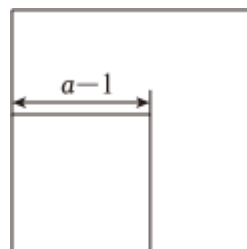
8. 如图，已知 $\triangle ADF \cong \triangle CEF$ ，点 E 是线段 AB 上一点， AC 交 DE 于点 F ，

下列与 $\angle BAF + \angle EDC$ 相等的是()



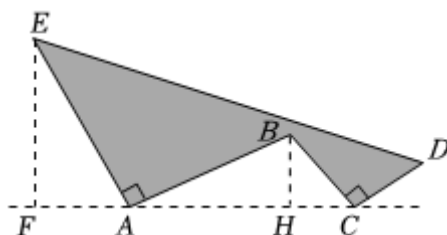
- A. $\angle BEC$
- B. $\angle EFC$
- C. $\angle AFE$
- D. $\angle ADC$

9. 为增加学生课外活动空间，某校打算将图一块边长为 $(a-1)$ 米 ($a > 1$) 的正方形操场进行扩建，扩建后的正方形边长比原来长 3 米，则扩建后操场面积增大了()



- A. $(2a^2 + a)$ 平方米
- B. $(3a + 3)$ 平方米
- C. $(6a + 3)$ 平方米
- D. $(2a + 1)$ 平方米

10. 如图， $AE \perp AB$ ， $AE = AB$ ， $BC \perp CD$ ， $BC = CD$. 若点 E ， B 到直线 AC 的距离分别为 6 和 3， $AC = 8$ ，则图中阴影部分的面积是()



- A. 50
- B. 44
- C. 38
- D. 32

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

11. 计算：

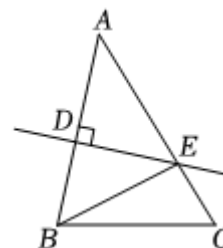
(1) $3xy \cdot 5x^3 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $6m^2 \div 3m = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 3，4， x ，则 x 的值可以是_____. (只需写出一个满足条件的 x 即可)

13. 如图， AB 的垂直平分线分别交 AB ， AC 于点 D ， E . 若 $AC = 18$ ， AE ：

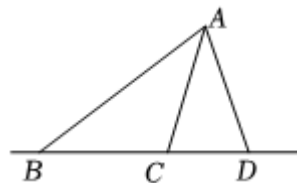
$EC = 2 : 1$ ，则 BE 的长为_____.



14. 如图, 把一长一短的两根木棍的一端固定在一起, 摆出 $\triangle ABC$,

$\angle ABC = 40^\circ$. 固定住长木棍 AB , 转动短木棍 AC , 得到等腰三角形

ABD ($BD > AD$), 此时 B, C, D 三点在同一条直线上, 则 $\angle CAD$ 的度数为_____.



15. 甲乙两地相距 n 千米, 提速前火车从甲地到乙地要用 t 小时 ($t > 1$), 提速后

两地间的行车时间减少了 1 小时, 则提速后火车的速度比提速前的快了_____千米/小时.

16. 在数学上, 对于两个正数 p 和 q 有三种平均数, 算术平均数 A 、几何平均数 G 、调和平均数 H , 其中

$A = \frac{p+q}{2}$, $G = \sqrt{pq}$. 调和平均数中的“调和”二字来自于音乐. 毕达哥拉斯学派通过研究发现, 如果三根

琴弦的长度 p, H, q 满足 $\frac{1}{p} - \frac{1}{H} = \frac{1}{H} - \frac{1}{q}$, 再把它们绷得一样紧, 并用同样的力弹拨, 它们将会分别发出

很调和的乐声. 我们称 p, H, q 为一组调和数, 而把 H 称为 p 和 q 的调和平均数. 若 $A = 3$, $G = 2$, 则 H 的值为_____.

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 8 分)

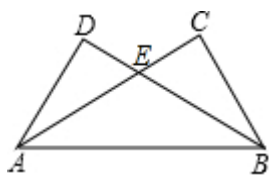
计算:

(1) $2a^2(a - 3b)$;

(2) $|-3| + 2^{-1} - \sqrt{4}$.

18. (本小题 8 分)

如图, $AD = BC$, $AC = BD$, 求证: $\angle C = \angle D$.



19. (本小题 8 分)

先化简, 再求值: $(\frac{x+1}{x} - 1) \div \frac{x^2-1}{x^2-x}$, 其中 $x = -2$.

20. (本小题 8 分)

为积极推进垃圾分类, 某社区购进相同数量的甲乙两种规格的分类垃圾桶, 分别花费 3200 元和 4800 元.

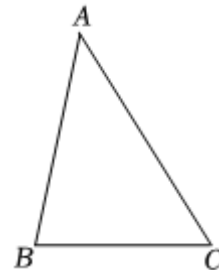
已知乙种垃圾桶的单价比甲种的要多 50 元. 求甲种垃圾桶的单价为多少元?

21. (本小题 8 分)

如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC > BC$, $\angle C = 60^\circ$.

(1) 尺规作图：在边 AC 上求作点 P ，使得 $\angle PBC = 60^\circ$ ；（不写作法，保留作图痕迹）

(2) 在 (1) 的条件下，若 $BD \perp AC$ 于点 D ， $BC = 6$ ，求 PD 的长.

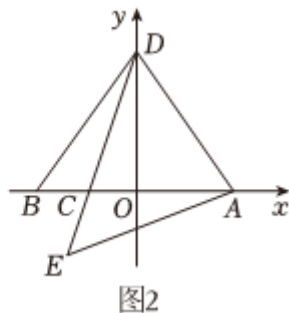
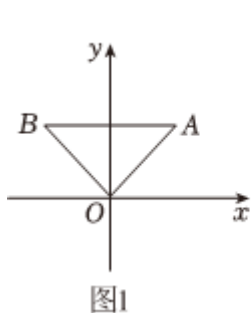


22. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A, B 关于 y 轴对称.

(1) 如图 1，若 $AB = 4$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ ，求点 A 的坐标；

(2) 如图 2，若点 $A(5, 0)$ ，点 $C(-2, 0)$ ，点 D 为 y 轴正半轴上一点， $CD = 7$ ，连接 BD . 点 E 在 DC 的延长线上，且 $CE = 3$ ，求证 $AD = AE$.



23. (本小题 8 分)

在多项式乘法的学习中，我们发现具有某些结构特征的整式的乘法运算及结果都有规律.

例如： $(a + 1)(a^2 - a + 1) = a^3 + 1$ ；

$(2 + y)(4 - 2y + y^2) = 8 + y^3$ ；

$(m + 3n)(m^2 - 3mn + 9n^2) = m^3 + 27n^3$.

(1) 请观察上述整式的乘法及其运算结果的规律，用含 a, b 的等式表示该规律并证明；

(2) 一个水平放置的长方体容器，其容积为 $t^3 - 64$ ($t > 4$)，底面积为 $(t + 2)^2 - n$ ，装满水时的高度为 $t - 4$.

求 n 的值.

24. (本小题 8 分)

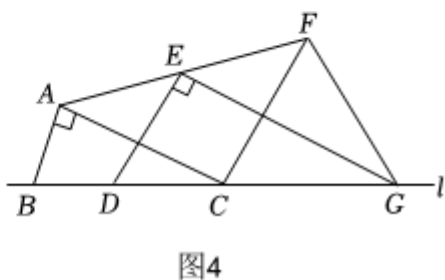
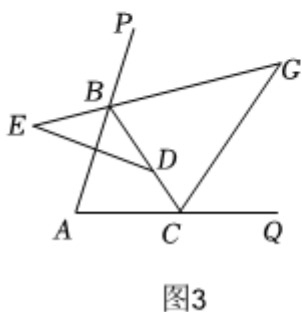
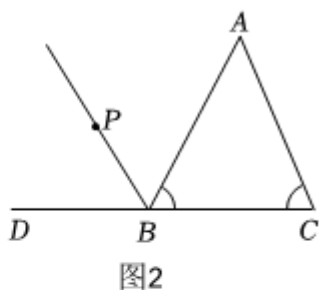
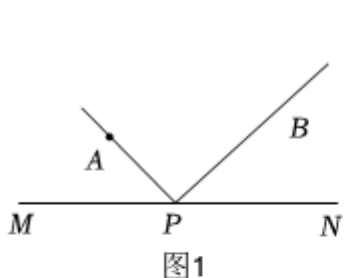
如图 1，已知 A, B 为直线 MN 同侧的两点，点 P 为直线 MN 上一点，连接 AP, BP . 若

$\angle APM = \angle BPN$ ，则称点 P 是点 A 和点 B 关于直线 MN 的“等角点”.

(1) 如图 2, $\angle ABD$ 是等边三角形 ABC 的外角, 点 P 是该外角平分线上一点, 试说明点 B 是点 P 和点 A 关于直线 CD 的“等角点”.

(2) 如图 3, 点 B, C 在 $\angle PAQ$ 的两边上, 且 $AB = AC$, 连接 BC , 点 D 是线段 BC 上的一点, 点 D 关于 AP 的对称点为 E , 连接 EB 并延长至点 G , 使点 C 是点 G 和点 B 关于直线 AQ 的“等角点”. 连接 DE , 当 $\angle BDE = 35^\circ$ 时, 求 $\angle BGC$ 的度数.

(3) 如图 4, 将两个大小不同的直角三角板 ABC 和 EDG ($\angle ABC = \angle EDG = 60^\circ, AB < DE$) 的斜边摆放在直线 l 上, 且点 D 与 BC 中点重合, 连接 AE 并延长至点 F , 使 $EF = AE$. 连接 CF, FG . 若 FG 上存在一点 M , 使得点 C 恰好是点 A 和点 M 关于直线 l 的“等角点”. 设 $AB = m, DE = n$, 求 MG 的长. (用含 m, n 的式子表示)



25. (本小题 8 分)

在等边三角形 ABC 中, 点 D 是边 BC 上的动点, 设 $\angle BAD = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$ 且 $\alpha \neq 30^\circ$), 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 折叠得到 $\triangle AED$, 射线 AE 与射线 BC 相交于点 G , 射线 BE 与射线 AC 相交于点 F .

(1) 如图, 当 $\alpha < 30^\circ$ 时.

① 求证: $AC = AE$;

② 求证: $\angle AGC = 2\angle CFE$;

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解： $3^0 = 1$ ，

故选：B.

根据零指数幂的运算法则进行计算即可.

本题考查了零指数幂，熟练掌握零指数幂的运算法则是解题的关键.

2. 【答案】A

【解析】解：A、是轴对称图形，故正确；

B、不是轴对称图形，故错误；

C、不是轴对称图形，故错误；

D、不是轴对称图形，故错误.

故选 A.

根据轴对称图形的概念求解.

本题考查了轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

3. 【答案】B

【解析】解：五边形的内角和是 $(5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$. 故选 B.

n 边形的内角和是 $180^\circ(n - 2)$ ，由此即可求出答案.

本题主要考查了多边形的内角和公式，是需要熟记的内容.

4. 【答案】D

【解析】解：A. $\because a^3 \cdot a^2 = a^5$ ， $\therefore$ 此选项的计算错误，故此选项不符合题意；

B. $\because (a^3)^2 = a^6$ ， $\therefore$ 此选项的计算错误，故此选项不符合题意；

C. $\because (2a)^2 = 4a^2$ ， $\therefore$ 此选项的计算错误，故此选项不符合题意；

D. $\because a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$ ， $\therefore$ 此选项的计算正确，故此选项符合题意；

故选：D.

A. 根据同底数幂相乘法则进行计算，然后判断即可；

B. 根据幂的乘方法则进行计算，然后判断即可；

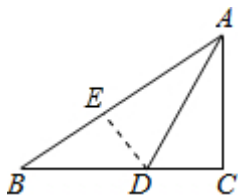
C. 根据积的乘方法则进行计算，然后判断即可；

D. 根据同底数幂相除法则进行计算，然后判断即可.

本题主要考查了同底数幂乘除、积的乘方和幂的乘方，解题关键是熟练掌握同底数幂乘除、积的乘方和幂的乘方法则.

5.【答案】A

【解析】解：过点 D 作 $DE \perp AB$ 交 AB 于点 E ，
如图所示：



$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore DC \perp AC,$$

又 $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ ，

$$\therefore CD = ED,$$

$$\text{又} \because BC = BD + DC, \quad BC = 7, \quad BD = 4,$$

$$\therefore DC = BC - BD = 7 - 4 = 3,$$

$$\therefore ED = 3,$$

即点 D 到 AB 的距离是 3，

故选：A.

由角平分线的性质，线段的和差，等量代换，求得点到直线的距离为 3.

本题综合考查了角平分线的性质和线段的和差，等量代换等知识点，重点掌握角平分线的性质.

6.【答案】A

【解析】解： $9x^2 - 12x + 4$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$= (3x - 2)^2.$$

$\therefore$ 公式中的 a 可以是 $3x$.

故选：A.

把整式因式分解后，再确定 a .

本题考查了整式的因式分解，掌握因式分解的完全平方公式是解决本题的关键.

7.【答案】C

【解析】解：∵小海不在甲校读书，小沧在乙校读书，

∴小康在甲校读书，小沧在乙校读书，小海在丙校读书，

∴在甲校读书的同学爱好唱歌，爱好绘画的同学不在丙校读书，

∴小康爱好唱歌，小沧爱好绘画，小海爱好阅读，

∴小康在甲校读书，爱好唱歌，小沧在乙校读书，爱好绘画，小海在丙校读书，爱好阅读，

故选：C.

根据题意分析出三人所在的学校以及三人的不同爱好，判断即可.

本题考查的是排列与组合问题，根据题意分析出三人所在的学校以及三人的不同爱好是解题的关键.

8. 【答案】B

【解析】解：∵ $\triangle ADF \cong \triangle CEF$ ，

∴ $AF = CF$ ， $DF = EF$ ，

∴ $\angle AFE = \angle CFD$ ，

∴ $\triangle AEF \cong \triangle CDF(SAS)$ ，

∴ $\angle BAF = \angle DCF$ ，

∴ $\angle EFC = \angle EDC + \angle DCF$ ，

∴ $\angle BAF + \angle EDC = \angle EFC$.

故选：B.

由全等三角形的性质推出 $AF = CF$ ， $DF = EF$ ，由对顶角的性质得到 $\angle AFE = \angle CFD$ ，即可证明

$\triangle AEF \cong \triangle CDF(SAS)$ ，得到 $\angle BAF = \angle DCF$ ，由三角形外角的性质得到 $\angle EFC = \angle EDC + \angle DCF$ ，

即可得到 $\angle BAF + \angle EDC = \angle EFC$.

本题考查全等三角形的判定和性质，关键是证明 $\triangle AEF \cong \triangle CDF(SAS)$ ，得到 $\angle BAF = \angle DCF$ ，

9. 【答案】C

【解析】解：扩建前，正方形的边长为 $(a - 1)$ 米，因此面积为 $(a - 1)^2$ 平方米，

扩建后，正方形的边长为 $(a - 1 + 3) = (a + 2)$ 米，因此面积为 $(a + 2)^2$ 平方米，

所以扩建后面积比扩建前增加 $(a + 2)^2 - (a - 1)^2 = (6a + 3)$ 平方米.

故选：C.

根据正方形的面积的计算方法分别用代数式表示扩建前、扩建后正方形的面积，再求差即可.

本题考查完全平方公式的几何背景，掌握完全平方公式的结构特征以及正方形面积的计算方法是正确解答的关键.

10. 【答案】D

【解析】解：作 $EF \perp AC$ ， $BH \perp AC$ ， $DG \perp AC$ ，分别交直线 AC 于点 F 、 H 、 G ，则 $EF \parallel DG$ ，

$\therefore$ 点 E 、 B 到直线 AC 的距离分别为 6、3， $AC = 8$ ，

$\therefore EF = 6$ ， $BH = 3$ ，

$\therefore AE \perp AB$ ， $BC \perp CD$ ，

$\therefore \angle F = \angle AHB = \angle EAB = 90^\circ$ ， $\angle BHC = \angle G = \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EAF = \angle ABH = 90^\circ - \angle BAH$ ， $\angle BCH = \angle CDG = 90^\circ - \angle DCG$ ，

在 $\triangle EAF$ 和 $\triangle ABH$ 中，

$$\begin{cases} \angle F = \angle AHB \\ \angle EAF = \angle ABH, \\ EA = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle EAF \cong \triangle ABH (AAS)$ ，

$\therefore EF = AH = 6$ ， $AF = BH = 3$ ，

同理 $\triangle BCH \cong \triangle CDG (AAS)$ ，

$\therefore BH = CG = 3$ ， $CH = DG = 8 - 6 = 2$ ，

$\therefore FG = AF + AH + CH + CG = 3 + 6 + 2 + 3 = 14$ ， $AC = AH + CH = 6 + 2 = 8$ ，

$\therefore S = S_{\text{梯形} EFGD} - S_{\triangle EAF} - S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CDG} = \frac{1}{2} \times (6 + 2) \times 14 - \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 8 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 32$ ，

故选：D.

由题意可知 $EF \parallel BH$ ， $EF = 6$ ， $BH = 3$ ， $AC = 8$ ，可证明 $\triangle EAF \cong \triangle ABH$ ， $\triangle BCH \cong \triangle CDG$ ，

则 $EF = AH = 6$ ， $AF = BH = 3$ ， $BH = CG = 3$ ， $CH = DG = 8 - 6 = 2$ ，可求得 $FG = 14$ ，

$AC = 8$ ，进而求得 $S = S_{\text{梯形} EFGD} - S_{\triangle EAF} - S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CDG} = 32$ ，于是得到问题的答案.

此题重点考查等腰直角三角形的性质、同角的余角相等、全等三角形的判定与性质、梯形的面积公式、三角形的面积公式等知识，证明 $\triangle EAF \cong \triangle ABH$ 及 $\triangle BCH \cong \triangle CDG$ 是解题的关键.

11. 【答案】 $15x^4y$ $2m$

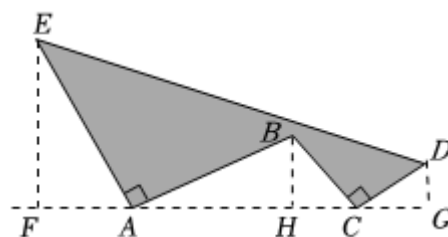
【解析】解：(1) $3xy \cdot 5x^3 = 15x^4y$ ，

故答案为： $15x^4y$ ；

(2) $6m^2 \div 3m = 2m$ ，

故答案为： $2m$.

(1) 利用单项式乘单项式的法则进行计算，即可解答；



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/977055135033006053>