甘肃武威市凉州区2025年高三第二次模拟考试数学试题（文理）合卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

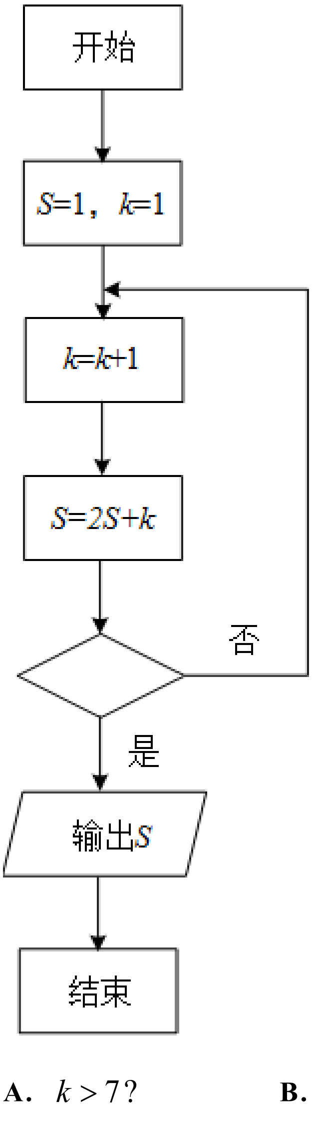
3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在复平面内，复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（i 为虚数单位）对应的点位于（　　）

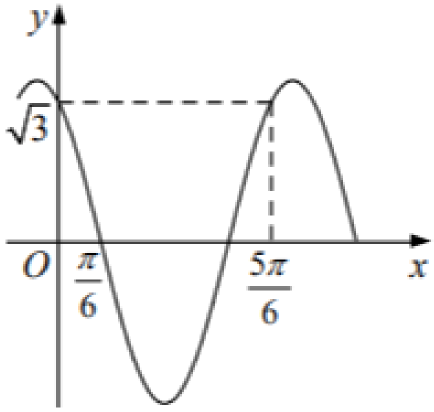
A． 第一象限　　**B．** 第二象限　　**C．** 第三象限　　**D．** 第四象限

2．某程序框图如图所示，若输出的 $S=120$，则判断框内为（　　）



A． $k>7$?　　**B．** $k>6$?　　**C．** $k>5$?　　**D．** $k>4$?

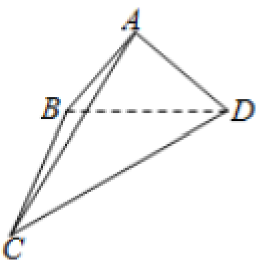
3．函数 $g(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,0<\varphi<2\pi)$ 的部分图象如图所示，已知 $g(0)=g\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$，函数 $y=f(x)$ 的图象可由 $y=g(x)$ 图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到，则函数 $f(x)$ 的解析式为（　　）



A. $f\left(x\right)=2\sin 2x$　　**B.** $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

C. $f\left(x\right)=-2\sin x$　　**D.** $f\left(x\right)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

4．如图，四面体$ABCD$中，面ABD和面BCD都是等腰直角三角形，$AB=\sqrt{2}$，$\angle BAD=\angle CBD=\dfrac{\pi}{2}$，且二面角$A-BD-C$的大小为$\dfrac{2\pi}{3}$，若四面体$ABCD$的顶点都在球$O$上，则球$O$的表面积为（　　）



A. $\dfrac{22\pi}{3}$　　**B.** $\dfrac{28\pi}{3}$　　**C.** $\dfrac{\pi}{2}$　　**D.** $\dfrac{2\pi}{3}$

5．已知$\triangle ABC$是边长为3的正三角形，若$\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A. $-\dfrac{3}{2}$　　**B.** $\dfrac{15}{2}$

C. $\dfrac{3}{2}$　　**D.** $-\dfrac{15}{2}$

6．已知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，满足$|\vec{b}|=2,|\vec{a}+\vec{b}|=1,\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$且$\lambda+2\mu=1$，若对每一个确定的向量$\vec{a}$，记$|\vec{c}|$的最小值为$m$，则当$\vec{a}$变化时，$m$的最大值为（　　）

A. $\dfrac{1}{4}$　　**B.** $\dfrac{1}{3}$　　**C.** $\dfrac{1}{2}$　　**D.** 1

7．偶函数$f\left(x\right)$关于点$\left(1,0\right)$对称，当$-1\leqslant x\leqslant 0$时，$f\left(x\right)=-x^2+1$，求$f\left(2020\right)=$（　　）

A. 2　　**B.** 0　　**C.** -1　　**D.** 1

8．复数$\dfrac{1+2i}{2-i}=$（　　）.

A． i　　　　**B．** $1+i$　　　　**C．** $-i$　　　　**D．** $1-i$

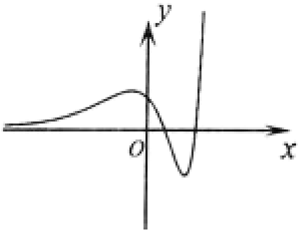
9．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$，$y=f(x)$的图象与直线$y=2$的两个相邻交点的距离等于$\pi$，则$f(x)$的一条对称轴是（　　）

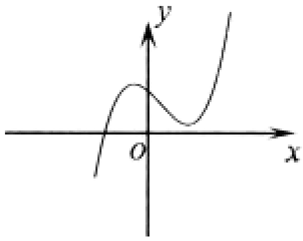
A． $x=-\dfrac{\pi}{12}$　　　　**B．** $x=\dfrac{\pi}{12}$　　　　**C．** $x=-\dfrac{\pi}{3}$　　　　**D．** $x=\dfrac{\pi}{3}$

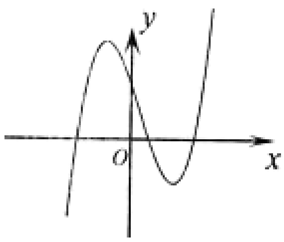
10．$(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots(nx+1)\left(n\in N^*\right)$的展开式中$x$的一次项系数为（　　）

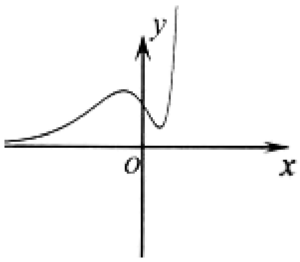
A． C_n^3　　　　**B．** C_{n+1}^2　　　　**C．** C_n^{n-1}　　　　**D．** $\dfrac{1}{2}C_{n+1}^3$

11．函数$f(x)=\left(x^2-4x+1\right)\cdot e^x$的大致图象是（　　）

A．


B．


C．


D．


12．已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{3}}x, x>0\\ a\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^x, x\le 0\end{cases}$，若关于$x$的方程$f[f(x)]=0$有且只有一个实数根，则实数$a$的取值范围是（　　）

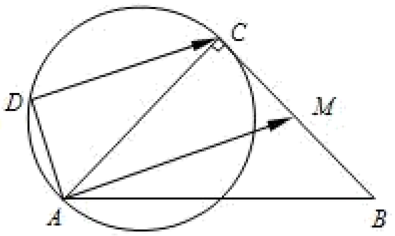
A． $(-\infty,0)\cup(0,1)$　　　　**B．** $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

C． $(-\infty,0)$　　　　**D．** $(0,1)\cup(1,+\infty)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．角**α**的顶点在坐标原点，始边与**x**轴的非负半轴重合，终边经过点**P**（**1**，**2**），则***sin***（**π- α**）的值是_____.

14．如图,已知$AC=BC=4$，$\angle ACB=90^\circ$，M为BC的中点，D为以AC为直径的圆上一动点，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{DC}$的最小值是_____.



15．已知三棱锥$P-ABC$，$PA=PB=PC$，$\triangle ABC$是边长为4的正三角形，D，E分别是PA、AB的中点，F为棱BC上一动点（点C除外），$\angle CDE=\dfrac{\pi}{2}$，若异面直线$AC$与$DF$所成的角为$\theta$，且$\cos\theta=\dfrac{7}{10}$，则$CF=$______.

16．甲、乙两人下棋，两人下成和棋的概率是$\dfrac{1}{2}$，乙获胜的概率是$\dfrac{1}{3}$，则乙不输的概率是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知$f\left(x\right)=x^3+ax^2-a^2x+2$.

（1）若$a\neq 0$，求函数$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）若不等式$2x\ln x\leq f'\left(x\right)+a^2+1$恒成立，求实数$a$的取值范围.

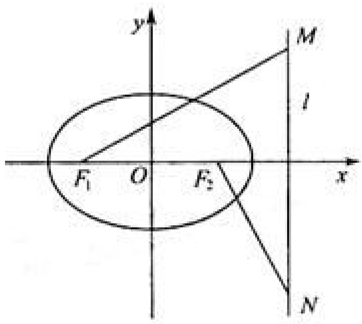
18．（12分）若数列$\left\{a_n\right\}$前n项和为$\left\{S_n\right\}$，且满足$S_n=\dfrac{t}{t-1}\left(a_n-2\right)$（$t$为常数，且$t\neq 0,t\neq 1$）

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式：

（2）设$b_n=1-S_n$，且数列$\left\{b_n\right\}$为等比数列，令$c_n=a_n\left|\log_3 b_n\right|$，.求证：$c_1+c_2+\ldots+c_n<\dfrac{3}{2}$.

19．（12分）设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\left(a>b>0\right)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，右准线为$l$，$M,N$是$l$上的两个动点，$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$.

（Ⅰ）若$\left|\overrightarrow{F_1M}\right|=\left|\overrightarrow{F_2N}\right|=2\sqrt{5}$，求$a,b$的值；



（Ⅱ）证明：当$\left|MN\right|$取最小值时，$\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$与$\overrightarrow{F_1F_2}$共线.

20．（12分）设函数$f(x)=\left(1+e^{-2}\right)e^x+kx-1$（其中$x\in(0,+\infty)$），且函数$f(x)$在$x=2$处的切线与直线$(e^2+2)x-y=0$平行.

（1）求 k 的值；

（2）若函数 $g(x)=-x\ln x$，求证：$f(x)>g(x)$ 恒成立.

21．（12 分）已知抛物线 M：$x^2=2py$（$p>0$）的焦点 F 到点 $N(-1,-2)$ 的距离为 $\sqrt{10}$.

（1）求抛物线 M 的方程；

（2）过点 N 作抛物线 M 的两条切线，切点分别为 A，B，点 A、B 分别在第一和第二象限内，求 ΔABN 的面积.

22．（10 分）如图 **1**，在等腰 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，D，E 分别为 AC，AB 的中点，F 为 CD 的中点，G 在线段 BC 上，且 $BG=3CG$。将 ΔADE 沿 DE 折起，使点 A 到 A_1 的位置（如图 **2** 所示），且 $A_1F\perp CD$。

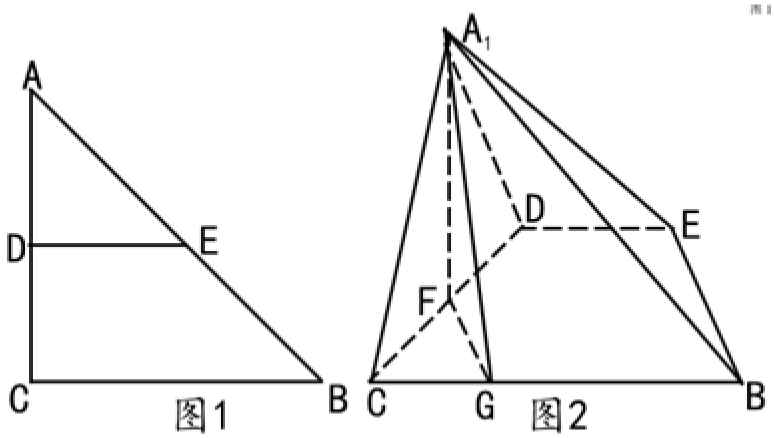


图1 图2

（1）证明：$BE//$ 平面 A_1FG；

（2）求平面 A_1FG 与平面 A_1BE 所成锐二面角的余弦值

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C

【解析】

化简复数为$a+bi$ (a 、$b\in R$) 的形式，可以确定z对应的点位于的象限．

【详解】

解：复数$z=\dfrac{2-i}{i}=\dfrac{(2-i)i}{i^2}=-(2i-i^2)=-1-2i$

故复数z对应的坐标为$\left(-1,-2\right)$位于第三象限

故选：C．

本题考查复数代数形式的运算，复数和复平面内点的对应关系，属于基础题．

2．C

【解析】

程序在运行过程中各变量值变化如下表：

	K	S	是否继续循环
循环前	1	1	
第一圈	2	4	是
第二圈	3	11	是
第三圈	4	26	是
第四圈	5	57	是
第五圈	6	120	否

故退出循环的条件应为 k>5?

本题选择 C 选项.

点睛：使用循环结构寻数时，要明确数字的结构特征，决定循环的终止条件与数的结构特征的关系及循环次数．尤其是统计数时，注意要统计的数的出现次数与循环次数的区别．

3．A

【解析】

由图根据三角函数图像的对称性可得$\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，利用周期公式可得$\omega$，再根据图像过$\left(\frac{\pi}{6},0\right),\left(0,\sqrt{3}\right)$，即可求出$\varphi,A$，再利用三角函数的平移变换即可求解.

【详解】

由图像可知$\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即$T=\pi$，

所以$T=\frac{2\pi}{\omega}$，解得$\omega=2$，

又$g\left(\frac{\pi}{6}\right)=A\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=0$，

所以$\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，由$0<\varphi<2\pi$，

所以$\varphi=\frac{2\pi}{3}$或$\frac{5\pi}{3}$，

又$g\left(0\right)=\sqrt{3}$，

所以$A\sin\varphi=\sqrt{3}$，$\left(A>0\right)$，

所以$\varphi=\frac{2\pi}{3}$，$A=2$，

即$g\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

因为函数$y=f\left(x\right)$的图象由$y=g\left(x\right)$图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度而得到，

所以$y=f\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{2\pi}{3}\right]=2\sin 2x$.

故选：A

本题考查了由图像求三角函数的解析式、三角函数图像的平移伸缩变换，需掌握三角形函数的平移伸缩变换原则，属于基础题.

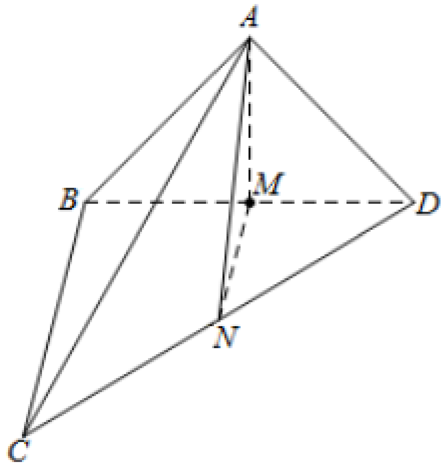
4．B

【解析】

分别取BD、CD的中点M、N，连接AM、MN、AN，利用二面角的定义转化二面角$A-BD-C$的平面角为$\angle AMN=\frac{2\pi}{3}$，然后分别过点$M$作平面$ABD$的垂线与过点$N$作平面$BCD$的垂线交于点$O$，在$Rt\Delta OMN$中计算出$OM$，再利用勾股定理计算出$OA$，即可得出球$O$的半径，最后利用球体的表面积公式可得出答案.

【详解】

如下图所示，



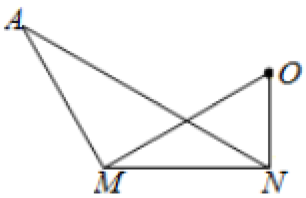
分别取 BD、CD 的中点 M 、N ，连接 AM、MN 、AN ，

由于 ΔABD 是以 $\angle BAD$ 为直角等腰直角三角形，M 为 BD 的中点，$\therefore AM \perp BD$，

Q $\angle CBD = \dfrac{\pi}{2}$，且 M 、N 分别为 BD、CD 的中点，所以，$MN//BC$，所以，$MN \perp BD$，所以二面角 $A-BD-C$ 的平面角为 $\angle AMN = \dfrac{2\pi}{3}$，

Q $AB = AD = \sqrt{2}$，则 $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2$，且 $BC = 2$，所以，$AM = \dfrac{1}{2}BD = 1$，$MN = \dfrac{1}{2}BC = 1$，

Q ΔABD 是以 $\angle BAD$ 为直角的等腰直角三角形，所以，ΔABD 的外心为点 M ，同理可知，ΔBCD 的外心为点 N，分别过点 M 作平面 ABD 的垂线与过点 N 作平面 BCD 的垂线交于点 O，则点 O 在平面 AMN 内，如下图所示，



由图形可知，$\angle OMN = \angle AMN - \angle AMO = \dfrac{2\pi}{3} - \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{\pi}{6}$，

在 $Rt\Delta OMN$ 中，$\dfrac{MN}{OM} = \cos\angle OMN = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore OM = \dfrac{MN}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以，$OA = \sqrt{OM^2 + AM^2} = \dfrac{\sqrt{21}}{3}$，

所以，球 O 的半径为 $R = \dfrac{\sqrt{21}}{3}$，因此，球 O 的表面积为 $4\pi R^2 = 4\pi \times \left(\dfrac{\sqrt{21}}{3}\right)^2 = \dfrac{28\pi}{3}$.

故选：B.

本题考查球体的表面积，考查二面角的定义，解决本题的关键在于找出球心的位置，同时考查了计算能力，属于中等题.

5．A

【解析】

由 $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ 可得 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，因为$\triangle ABC$是边长为3的正三角形，所以

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC})\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}^2=3\times3\cos120°+\frac{1}{3}\times3^2=-\frac{3}{2}$，故选 A.

6．B

【解析】

根据题意,建立平面直角坐标系.令 $\overrightarrow{OP}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$. E 为 OB 中点.由 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=1$即可求得 P 点的轨迹方程.将 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$变形,结合 $\lambda+2\mu=1$ 及平面向量基本定理可知 P,C,E 三点共线.由圆切线的性质可知$|\vec{c}|$的最小值 m 即为 O 到直线 PE 的距离最小值,且当 PE 与圆 M 相切时,m 有最大值.利用圆的切线性质及点到直线距离公式即可求得直线方程,进而求得原点到直线的距离,即为 m 的最大值.

【详解】

根据题意,$|\vec{b}|=2$, 设 $\overrightarrow{OP}=\vec{a}=(x,y),\overrightarrow{OB}=\vec{b}=(2,0),\overrightarrow{OC}=\vec{c},E(1,0)$

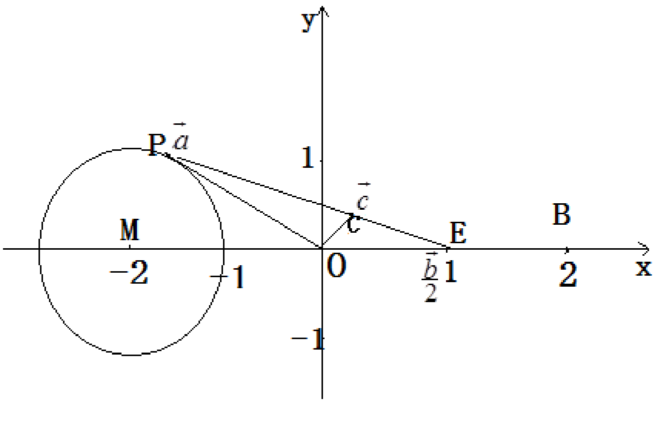
则 $\overrightarrow{OE}=\frac{\vec{b}}{2}$

由$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=1$代入可得 $\sqrt{(x+2)^2+y^2}=1$

即 P 点的轨迹方程为$(x+2)^2+y^2=1$

又因为$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$,变形可得 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+2\mu\left(\frac{\vec{b}}{2}\right)$,即 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OP}+2\mu\overrightarrow{OE}$,且 $\lambda+2\mu=1$

所以由平面向量基本定理可知 P,C,E 三点共线,如下图所示:



所以$|\vec{c}|$的最小值 m 即为 O 到直线 PE 的距离最小值

根据圆的切线性质可知,当 PE 与圆 M 相切时,m 有最大值

设切线 PE 的方程为 $y=k(x-1)$,化简可得 $kx-y-k=0$

由切线性质及点 M 到直线距离公式可得 $\dfrac{|-2k-k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$,化简可得 $8k^2=1$

即 $k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

所以切线方程为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}x-y-\dfrac{\sqrt{2}}{4}=0$ 或 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}x+y-\dfrac{\sqrt{2}}{4}=0$

所以当 $\overset{\prime}{a}$ 变化时，O 到直线 PE 的最大值为 $m=\dfrac{\left|-\frac{\sqrt{2}}{4}\right|}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2+(\pm1)^2}}=\dfrac{1}{3}$

即 m 的最大值为 $\dfrac{1}{3}$

故选:B

本题考查了平面向量的坐标应用,平面向量基本定理的应用, 圆的轨迹方程问题,圆的切线性质及点到直线距离公式的应用,综合性强,属于难题.

7．D

【解析】

推导出函数 $y=f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数，由此可得出 $f(2020)=f(0)$，代值计算即可.

【详解】

由于偶函数 $y=f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，则 $f(-x)=f(x)$， $f(2+x)+f(-x)=0$，

$\therefore f(x+2)=-f(-x)=-f(x)$，则 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，

所以，函数 $y=f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数，

由于当 $-1\leqslant x\leqslant 0$ 时，$f(x)=-x^2+1$，则 $f(2020)=f(4\times 505)=f(0)=1$.

故选：D.

本题考查利用函数的对称性和奇偶性求函数值，推导出函数的周期性是解答的关键，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

8．A

【解析】