

# 第五讲 构造函数以及切线归类

## 目录

题型 01 切线求参	1
题型 02 求“过点”型切线方程	2
题型 03“过点”切线求参	3
题型 04“过点”切线条数的判断	3
题型 05 由切线条数求参	4
题型 06 公切线	4
题型 07 特殊构造：幂积型构造	5
题型 08 特殊构造：幂商型构造	6
题型 09 特殊构造： $e^x$ 的积型构造	6
题型 10 特殊构造： $e^x$ 的商型构造	7
题型 11 特殊构造：对数型构造	8
题型 12 特殊构造：正弦型构造	9
题型 13 特殊构造：余弦型构造	10
题型 14 复合型构造	11
高考练场	12

## 热点题型归纳

### 题型 01 切线求参

#### 【解题攻略】

求曲线  $y=f(x)$  在点  $P(x_0, f(x_0))$  处的切线方程：

(1) 求出函数  $y=f(x)$  在点  $x=x_0$  处的导数，即曲线  $y=f(x)$  在点  $P(x_0, f(x_0))$  处切线的斜率。

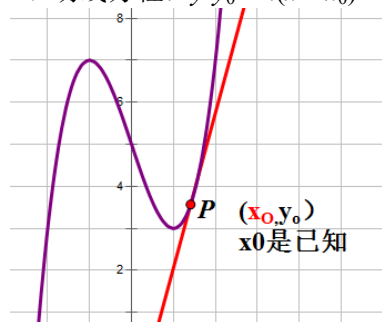
(2) 切线方程为： $y=y_0+f'(x_0)(x-x_0)$ .

1、设切点（或者给出了切点）： $P(x_0, y_0)$

2、 $y_0=f(x_0)$

3、 $y=f'(x) \Rightarrow k=f'(x_0)$

4、切线方程： $y-y_0=k(x-x_0)$



**【典例 1-1】** (2023 春·重庆·高二校联考期中) 若函数  $f(x)=x^2+2\ln x$  的图象在  $(a, f(a))$  处的切线与直线  $x+5y-5=0$  垂直，则  $a$  的值为 ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B. 2 或  $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 1 或  $\frac{1}{2}$

**【典例 1-2】** (山东省烟台市 2021-2022 学年高三数学试题) 已知曲线  $y=e^x$  在点  $(0, 1)$  处的切线与曲线  $y=ax^2+3x+3(a \neq 0)$  只有一个公共点，则实数  $a$  的值为 ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D.  $-\frac{1}{2}$

**【变式 1-1】** (河南省郑州市 2021-2022 学年高三考试数学 (理科) 试题) 若曲线  $y = (x-3)(x-1)x(x+1)(x+2) + 4\ln(3x+1) - 4\ln 4$  在点  $(1,0)$  处的切线与直线  $x = ay + 2$  平行, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

**【变式 1-2】** (河南省许昌市 2021-2022 学年高三数学文科试题) 已知曲线  $f(x) = axe^x + \ln x$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = 3x - b$ , 则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

**【变式 1-3】** 已知函数  $f(x) = 2x \ln x - mx$ , 函数  $g(x) = a^{x-2}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图象过定点 A, 若曲线  $y = f(x)$  在  $x = 1$  处的切线经过点 A, 则实数  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

## 题型 02 求“过点”型切线方程

### 【解题攻略】

- 1、设切点 (或者给出了切点):  $P(x_0, y_0)$
- 2、 $y_0 = f(x_0)$
- 3、 $y = f(x) \Rightarrow k = f'(x_0)$
- 4、切线方程:  $y - y_0 = k(x - x_0)$
- 5、过  $(a, b)$ , 代入  $y - y_0 = k(x - x_0)$ , 得  $b - y_0 = k(a - x_0) \Rightarrow x_0$

**【典例 1-1】** (2023 下·上海嘉定·高三上海市嘉定区第一中学校考) 已知曲线  $f(x) = 2x^3 - 3x$ , 过点  $(0,0)$  作曲线的切线, 则切线方程 \_\_\_\_\_.

**【典例 1-2】** (2023 下·上海浦东新·高三上海市实验学校校考开学考试) 已知曲线  $f(x) = 2x^3 - 3x$ , 过点  $M(0,32)$  作曲线的切线, 则切线的方程为 \_\_\_\_\_.

**【变式 1-1】** (云南民族大学附属中学 2022 届高三高考押题卷二数学 (理) 试题) 函数  $f(x) = e^{2x}$  过原点的切线方程是 \_\_\_\_\_.

**【变式 1-2】** (2023 春·河北邢台·高三统考) 过点  $(1,0)$  作曲线  $y = e^{x-1}$  的切线, 则该切线的斜率为 ( )  
 A. 1                      B.  $e^{-1}$                       C.  $e$                       D.  $e + 1$

**【变式 1-3】** (天津市北京师范大学天津附属中学 2022-2023 学年高三线上检测数学试题) 过点  $P(0, -e)$  作曲线  $y = x \ln x$  的切线, 则切线方程是 \_\_\_\_\_.

## 题型 03“过点”切线求参

**【典例 1-1】** (2023 上·辽宁锦州·高三渤海大学附属高级中学校考期中) 已知曲线  $y = x + \ln x$  过点  $(0, -1)$  处的切线与曲线  $y = ax^2 + (a+2)x + 1$  相切, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

**【典例 1-2】** (2023 下·吉林长春·高二长春市实验中学校考阶段练习) 已知函数  $f(x) = e^{ax}$  ( $a > 0$ ), 过点  $A(a, 0)$  作与  $y$  轴平行的直线交函数  $f(x)$  的图象于点  $P$ , 过点  $P$  作  $f(x)$  的切线交  $x$  轴于点  $B$ , 则  $\triangle APB$  面积的最小值 \_\_\_\_\_.

---

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/977141166036006060>