福建省龙岩市长汀县长汀、连城一中等六校2024届高三第二次联考数学试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

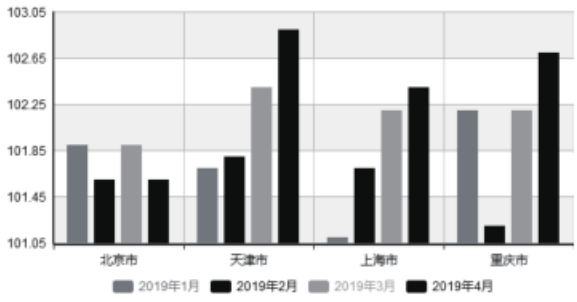
1．已知i是虚数单位，若$\frac{z}{1-i}=i$，则$|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．3

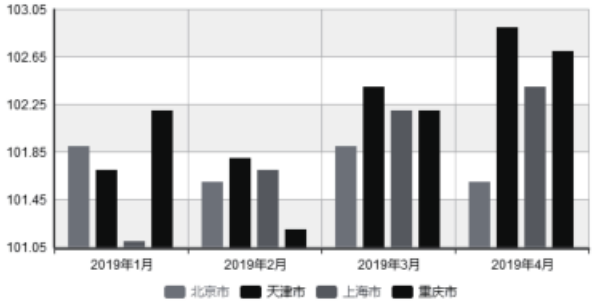
2.记集合$A=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 16\right\}$和集合$B=\left\{(x,y)\middle|x+y\le 4,x\ge 0,y\ge 0\right\}$表示的平面区域分别是$\Omega_1$和$\Omega_2$,若在区域$\Omega_1$内任取一点,则该点落在区域$\Omega_2$的概率为(　　)

A．$\frac{1}{4\pi}$　　B．$\frac{1}{\pi}$　　C．$\frac{1}{2\pi}$　　D．$\frac{\pi-2}{4\pi}$

3．以下两个图表是2019年初的4个月我国四大城市的居民消费价格指数（上一年同月$=100$）变化图表，则以下说法错误的是（　　）



图表一



图表二

（注：图表一每个城市的条形图从左到右依次是1、2、3、4月份；图表二每个月份的条形图从左到右四个城市依次是北京、天津、上海、重庆）

A．3月份四个城市之间的居民消费价格指数与其它月份相比增长幅度较为平均

B．4月份仅有三个城市居民消费价格指数超过102

C．四个月的数据显示北京市的居民消费价格指数增长幅度波动较小

D．仅有天津市从年初开始居民消费价格指数的增长呈上升趋势

4．某个命题与自然数n有关，且已证得“假设$n=k\left(k\in N^*\right)$时该命题成立，则$n=k+1$时该命题也成立”．现已知当$n=7$时，该命题不成立，那么（　　）

A．当$n=8$时，该命题不成立　　B．当$n=8$时，该命题成立

C．当$n=6$时，该命题不成立　　D．当$n=6$时，该命题成立

5．设m，n是空间两条不同的直线，α，β是空间两个不同的平面，给出下列四个命题：

①若$m//\alpha$，$n//\beta$，$\alpha//\beta$，则$m//n$；

②若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，$m\subset\alpha$，则$m//\alpha$；

③若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$\alpha//\beta$，则$n//\beta$；

④若$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，$m//\alpha$，$m\perp l$，则$m\perp\beta$.其中正确的是（　　）

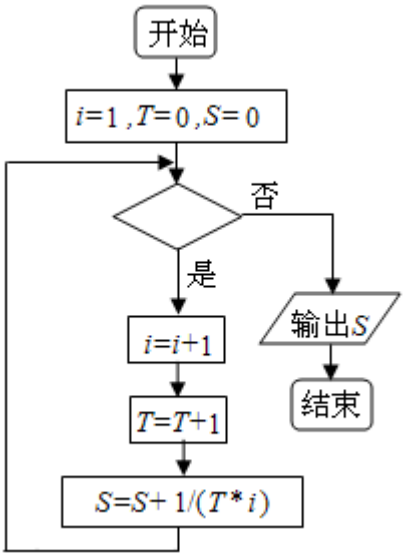
A．①②　　B．②③　　C．②④　　D．③④

6．达芬奇的经典之作《蒙娜丽莎》举世闻名.如图，画中女子神秘的微笑，，数百年来让无数观赏者人迷.某业余爱好者对《蒙娜丽莎》的缩小影像作品进行了粗略测绘，将画中女子的嘴唇近似看作一个圆弧，在嘴角A,C处作圆弧的切线，两条切线交于B点，测得如下数据：$AB=6cm,BC=6cm,AC=10.392cm$（其中$\frac{\sqrt{3}}{2}\approx0.866$）.根据测量得到的结果推算：将《蒙娜丽莎》中女子的嘴唇视作的圆弧对应的圆心角大约等于（　　）



A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

7．一个算法的程序框图如图所示，若该程序输出的结果是$\frac{3}{4}$，则判断框中应填入的条件是（　　）



A. $i>5?$ **B.** $i<5?$ **C.** $i>4?$ **D.** $i<4?$

8．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=7$，$a_4=15$，则数列$\{a_n\}$的前 10 项和$S_{10}=$（　　）

A．100 **B．210** **C．380** **D．400**

9．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点为$F_1$，$F_2$，且$C$上点$P$满足$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，$\left|\overrightarrow{PF_1}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{PF_2}\right|=4$，则双曲线$C$的离心率为

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D．5**

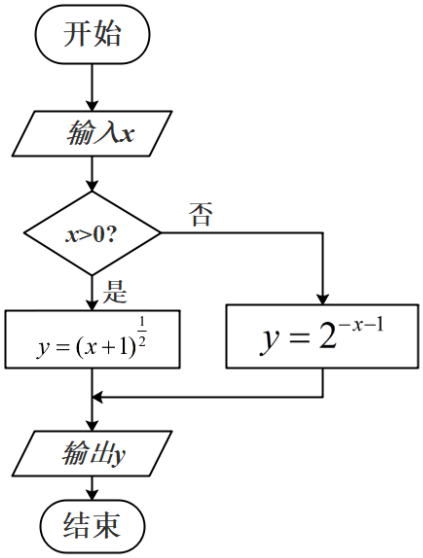
10．已知命题p：“关于x的方程$x^2-4x+a=0$有实根”，若$\neg p$为真命题的充分不必要条件为$a>3m+1$，则实数m的取值范围是（　　）

A. $[1,+\infty)$ **B.** $\left(1,+¥\right)$ **C.** $(-\infty,1)$ **D.** $(-\infty,1]$

11．复数$z_1=2+i$，若复数z_1,z_2在复平面内对应的点关于虚轴对称，则$\frac{z_1}{z_2}$等于（　　）

A. $-\frac{3+4i}{5}$ **B.** $\frac{3+4i}{5}$ **C.** $-3+4i$ **D.** $\frac{-3+4i}{5}$

12．执行如图的程序框图，若输出的结果$y=2$，则输入的x值为(　　)



A．3　　**B**．−2

C．3 或−3　　**D**．3 或−2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知全集 $U=\{-1,0,1\}$，集合 $A=\{0,|x|\}$，则 $\complement_U A=$ _____.

14．已知实数 *x*，*y* 满足 $\begin{cases}1\le x+y\le 3\\-1\le x-y\le 1\end{cases}$，则 $2x+y$ 的最大值为_____.

15．在 $(\sqrt{x}-\frac{2}{x})^n$ 的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为 256，则 $n=$_____，x 项的系数等于_____.

16．已知椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 的下顶点为 A，若直线 $x=ty+4$ 与椭圆交于不同的两点 M、N，则当 $t=$_____时，ΔAMN 外心的横坐标最大.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 Sn 满足：$S_n^2-(n^2+n-1)S_n-(n^2+n)=0$

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n；

(2)令 $b_n=\frac{n+1}{(n+2)^2 a_n^{\,2}}$，数列{bn}的前 n 项和为 Tn，证明：对于任意的 n∈N*，都有 Tn＜$\frac{5}{64}$.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=a\ln x+\frac{1}{x}$.

（1）讨论 $f(x)$ 的零点个数；

（2）证明：当 $0<a\le\frac{e}{2}$ 时，$f(x)>\frac{e^{1-x}}{2}$.

19.（12 分）在平面直角坐标系中，曲线 *C* 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）.以原点为极点，*x* 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系.

（1）求曲线 *C* 的极坐标方程；

（2）直线 $l:\begin{cases}x=1+t\cos\theta\\ y=t\sin\theta\end{cases}$（*t* 为参数）与曲线 *C* 交于 *A*，*B* 两点，求 $|AB|$ 最大时，直线 *l* 的直角坐标方程.

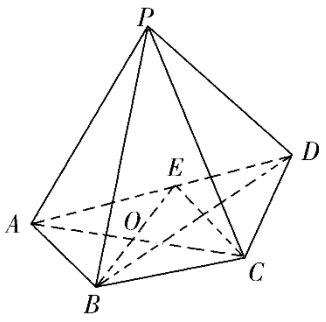
20.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），将曲线 C 上各点纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变）得到曲线 C_1，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $4\rho\cos\theta+3\rho\sin\theta-25=0$.

（1）写出 C_1 的极坐标方程与直线 l 的直角坐标方程；

（2）曲线 C_1 上是否存在不同的两点 $M\left(4,\theta_1\right)$，$N\left(4,\theta_2\right)$（以上两点坐标均为极坐标，$0<\theta_1<2\pi$，$0<\theta_2<2\pi$），使点 M、N 到 l 的距离都为 3？若存在，求 $|\theta_1-\theta_2|$ 的值；若不存在，请说明理由.

21.（12 分）自湖北武汉爆发新型冠状病毒感染的肺炎疫情以来，武汉医护人员和医疗、生活物资严重缺乏，全国各地纷纷驰援.截至 1 月 30 日 12 时，湖北省累计接收捐赠物资 615.43 万件，包括医用防护服 2.6 万套 *N*95 口罩 47.9 万个，医用一次性口罩 172.87 万个，护目镜 3.93 万个等.中某运输队接到给武汉运送物资的任务，该运输队有 8 辆载重为 6*t* 的 *A* 型卡车，6 辆载重为 10*t* 的 *B* 型卡车，10 名驾驶员，要求此运输队每天至少运送 720*t* 物资.已知每辆卡车每天往返的次数：*A* 型卡车 16 次，*B* 型卡车 12 次；每辆卡车每天往返的成本：*A* 型卡车 240 元，*B* 型卡车 378 元.求每天派出 *A* 型卡车与 *B* 型卡车各多少辆，运输队所花的成本最低？

22.（10 分）如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 PCD，底面 *ABCD* 满足 *AD*∥*BC*，$AP=AB=BC=\frac{1}{2}AD=2$，$\angle ABC=90°$，*E* 为 *AD* 的中点，*AC* 与 *BE* 的交点为 *O*.



（1）设 *H* 是线段 *BE* 上的动点，证明：三棱锥 $H-PCD$ 的体积是定值；

（2）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

（3）求直线 BC 与平面 PBD 所成角的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

直接将 $\frac{z}{1-i}=i$ 两边同时乘以 $1-i$ 求出复数 z，再求其模即可.

【详解】

解：将 $\frac{z}{1-i}=i$ 两边同时乘以 $1-i$，得

$z=i(1-i)=1+i$

$|z|=\sqrt{2}$

故选：A

【点睛】

考查复数的运算及其模的求法，是基础题.

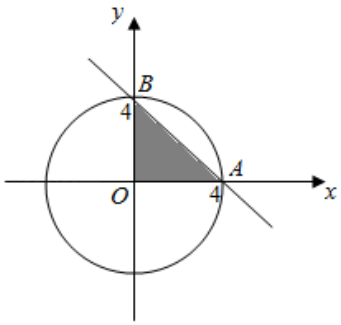
2、C

【解析】

据题意可知，是与面积有关的几何概率，要求 M 落在区域 Ω_2 内的概率，只要求 A 、 B 所表示区域的面积，然后代入概率公式 $P=\frac{\text{区域}\Omega_2\text{的面积}}{\text{区域}\Omega_1\text{的面积}}$，计算即可得答案.

【详解】

根据题意可得集合 $A=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\text{„}16\}$ 所表示的区域即为如图所表示：



的圆及内部的平面区域，面积为16π，

集合$B=\{(x,y)|x+y-4\leqslant 0,\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0\}$表示的平面区域即为图中的$\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{AOB}$，$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$，

根据几何概率的计算公式可得$P=\frac{8}{16\pi}=\frac{1}{2\pi}$，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了几何概率的计算，本题是与面积有关的几何概率模型．解决本题的关键是要准确求出两区域的面积.

3、D

【解析】

采用逐一验证法，根据图表，可得结果.

【详解】

A 正确，从图表二可知，

3 月份四个城市的居民消费价格指数相差不大

B 正确，从图表二可知，

4 月份只有北京市居民消费价格指数低于 102

C 正确，从图表一中可知，

只有北京市 4 个月的居民消费价格指数相差不大

D 错误，从图表一可知

上海市也是从年初开始居民消费价格指数的增长呈上升趋势

故选：D

【点睛】

本题考查图表的认识，审清题意，细心观察，属基础题.

4、C

【解析】

写出命题“假设$n=k\left(k\in N^{*}\right)$时该命题成立，则$n=k+1$时该命题也成立”的逆否命题，结合原命题与逆否命题的真假性一致进行判断.

【详解】

由逆否命题可知，命题“假设$n=k\left(k\in N^{*}\right)$时该命题成立，则$n=k+1$时该命题也成立”的逆否命题为“假设当$n=k+1\left(k\in N^{*}\right)$时该命题不成立，则当$n=k$时该命题也不成立”，

由于当$n=7$时，该命题不成立，则当$n=6$时，该命题也不成立，故选：C.

【点睛】

本题考查逆否命题与原命题等价性的应用，解题时要写出原命题的逆否命题，结合逆否命题的等价性进行判断，考查逻辑推理能力，属于中等题.

5、C

【解析】

根据线面平行或垂直的有关定理逐一判断即可.

【详解】

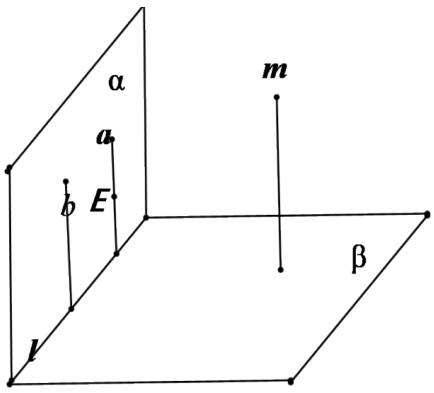
解：①：m、n也可能相交或异面，故①错

②：因为$\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，所以$m\subset\alpha$或$m//\alpha$，

因为$m\not\subset\alpha$，所以$m//\alpha$，故②对

③：$n//\beta$或$n\subset\beta$，故③错

④：如图



因为$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，在内α过点E作直线l的垂线a，

则直线$a\perp\beta$，$a\perp l$

又因为$m//\alpha$，设经过m和α相交的平面与α交于直线b，则$m//b$

又$m\perp l$，所以$b\perp l$

因为$a\perp l$，$b\perp l$，$b\subset\alpha,a\subset\alpha$

所以$b//a//m$，所以$m\perp\beta$，故④对.

故选：C

【点睛】

考查线面平行或垂直的判断，基础题.

6、A

【解析】

由已知 $AB=BC=6$，设 $\angle ABC=2\theta$．可得 $\sin\theta=\frac{5.196}{7}=0.866$．于是可得 θ，进而得出结论.

【详解】

解：依题意 $AB=BC=6$，设 $\angle ABC=2\theta$.

则 $\sin\theta=\frac{5.196}{7}=0.866\approx\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$，$2\theta=\frac{2\pi}{3}$.

设《蒙娜丽莎》中女子的嘴唇视作的圆弧对应的圆心角为 α.

则 $\alpha+2\theta=\pi$，

$\therefore\alpha=\frac{\pi}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了直角三角形的边角关系、三角函数的单调性、切线的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

7、D

【解析】

首先判断循环结构类型，得到判断框内的语句性质，然后对循环体进行分析，找出循环规律，判断输出结果与循环次数以及i的关系，最终得出选项.

【详解】

经判断此循环为“直到型”结构，判断框为跳出循环的语句，

第一次循环：$S=0+\frac{1}{1\times2}=\frac{1}{2}$，$i=1+1=2$；

第二次循环：$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\times3}=\frac{2}{3}$，$i=2+1=3$；

第三次循环：$S=\frac{2}{3}+\frac{1}{3\times4}=\frac{3}{4}$，$i=3+1=4$，

此时退出循环，根据判断框内为跳出循环的语句，$\therefore i<4?$，故选 D.

【点睛】

题主要考查程序框图的循环结构流程图，属于中档题． 解决程序框图问题时一定注意以下几点：(1) 不要混淆处理框和输入框；(2) 注意区分程序框图是条件分支结构还是循环结构；(3) 注意区分当型循环结构和直到型循环结构；(4)

处理循环结构的问题时一定要正确控制循环次数；(5) 要注意各个框的顺序，（6）在给出程序框图求解输出结果的试题中只要按照程序框图规定的运算方法逐次计算，直到达到输出条件即可.

8、B

【解析】

设$\{a_n\}$公差为d，由已知可得a_3，进而求出$\{a_n\}$的通项公式，即可求解.

【详解】

设$\{a_n\}$公差为d，$a_2=7$，$a_4=15$，

$\therefore a_3=\frac{a_2+a_4}{2}=11, d=a_3-a_2=4$，

$\therefore a_n=4n-1, \therefore S_{10}=\frac{10\times(3+39)}{2}=210$.

故选：B.

【点睛】

本题考查等差数列的基本量计算以及前n项和，属于基础题.

9、D

【解析】

根据双曲线定义可以直接求出a，利用勾股定理可以求出c，最后求出离心率.

【详解】

依题意得，$2a=|PF_2|-|PF_1|=1$，$|F_1F_2|=\sqrt{|PF_2|^2+|PF_1|^2}=5$，因此该双曲线的离心率

$e=\frac{|F_1F_2|}{|PF_2|-|PF_1|}=5$.

【点睛】

本题考查了双曲线定义及双曲线的离心率，考查了运算能力.

10、B

【解析】

命题 p：$a\le 4$，$\neg p$ 为$a>4$，又$\neg p$ 为真命题的充分不必要条件为$a>3m+1$，故$3m+1>4\Rightarrow m>1$

11、A

【解析】

先通过复数z_1, z_2在复平面内对应的点关于虚轴对称，得到$z_2=-2+i$，再利用复数的除法求解$\frac{z_1}{z_2}$.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/977143120042006104