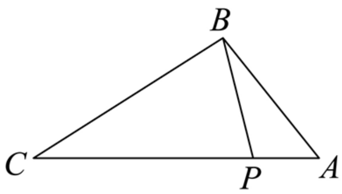
第 6 章 图形的相似章末题型过关卷

【苏科版】

参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1．（3 分）（2022·湖北荆州·中考真题）如图，点 P 在△ABC 的边 AC 上，要判断△ABP∽△ACB，添加一个条件，不正确的是（ ）



A．$\angle ABP=\angle C$　　B．$\angle APB=\angle ABC$

C．$\frac{AP}{AB}=\frac{AB}{AC}$　　D．$\frac{AB}{BP}=\frac{AC}{CB}$

【答案】D

【详解】解：A．当$\angle ABP=\angle C$时，

又∵$\angle A=\angle A$，

∴△ABP∽△ACB，

故此选项错误；

B．当$\angle APB=\angle ABC$时，

又∵$\angle A=\angle A$，

∴△ABP∽△ACB，

故此选项错误；

C．当$\frac{AP}{AB}=\frac{AB}{AC}$时，

又∵$\angle A=\angle A$，

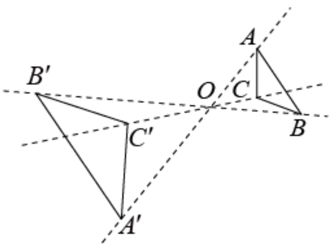
∴△ABP∽△ACB，

故此选项错误；

D．无法得到△ABP∽△ACB，故此选项正确．

故选：D．

2．（3 分）（2022·全国·九年级专题练习）如图，以点 O 为位似中心，把△ABC 放大为原图形的 2 倍得到△$A'B'C'$，以下说法中错误的是（　　）



A． $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ B． 点 C，O，C'在同一直线上

C． $AO:AA' = 1:2$ D． $AB \parallel A'B'$

【答案】C

【分析】根据位似图形的性质进行判断即可得．

【详解】解：∵以点O为位似中心，把$\triangle ABC$放大为原图形的 2 倍得到$\triangle A'B'C'$，

∴$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$、点$C,O,C'$在同一直线上、$AB \parallel A'B'$、$AO:OA' = 1:2$，

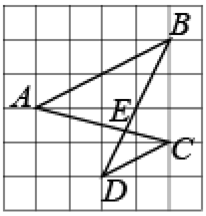
∴$AO:AA' = 1:3$，

即选项 A、B、D 说法正确，选项 C 说法错误，

故选：C．

【点睛】本题考查了位似图形，熟练掌握位似图形的性质是解题关键．

3．（3 分）（2022·内蒙古包头·中考真题）如图，在边长为 1 的小正方形组成的网格中，A，B，C，D 四个点均在格点上，AC与BD相交于点 E，连接AB,CD，则$\triangle ABE$与$\triangle CDE$的周长比为（ ）



A．1：4 B．4：1 C．1：2 D．2：1

【答案】D

【分析】运用网格图中隐藏的条件证明四边形 $DCBM$ 为平行四边形，接着证明$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$，最后利相似三角形周长的比等于相似比即可求出．

【详解】如图：由题意可知，$DM = 3$，$BC = 3$，

∴$DM = BC$，

而$DM \parallel BC$，

∴四边形 $DCBM$ 为平行四边形，

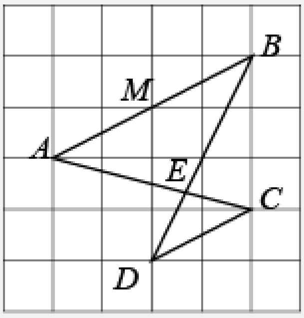
∴$AB \parallel DC$，

$\therefore \angle BAE = \angle DCE$，$\angle ABE = \angle CDE$，

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle CDE$，

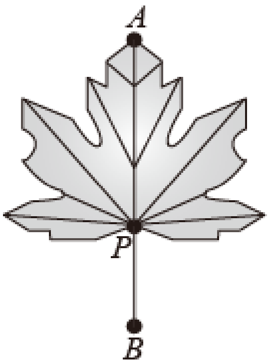
$\therefore \frac{C_{\triangle ABE}}{C_{\triangle CDE}} = \frac{AB}{CD} = \frac{\sqrt{2^2+4^2}}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{1}$.

故选：D.



【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质、相似三角形的判定与性质及勾股定理，熟练掌握相关知识并正确计算是解题关键.

4．（3 分）（2022·全国·九年级专题练习）P是线段AB上一点（$AP > BP$），则满足$\frac{AP}{AB} = \frac{BP}{AP}$，则称点$P$是线段$AB$的黄金分割点．大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割点”．如图，一片树叶的叶脉AB长度为10cm，P为AB的黄金分割点（$AP > BP$），求叶柄BP的长度．设$BP = x$cm，则符合题意的方程是（　）



A．$(10-x)^2 = 10x$　　B．$x^2 = 10(10-x)$　　C．$x(10-x) = 10^2$　　D．$10(1-x)^2 = 10-x$

【答案】A

【分析】根据黄金分割的特点即可求解.

【详解】∵AB=10，BP=x，

∴AP=10-x，

∵P 点是黄金分割点，

$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{BP}{AP}$，

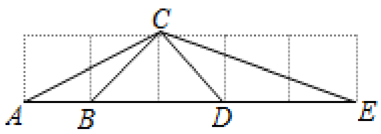
$\therefore AP^2 = AB \cdot BP$，

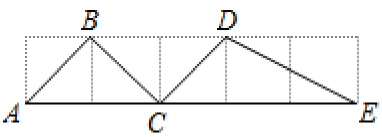
$\therefore (10-x)^2 = 10x$，

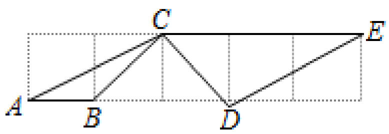
故选：A.

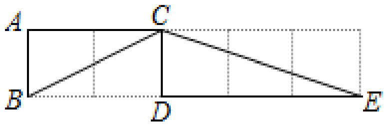
【点睛】本题主要考查了根据黄金分割点列一元二次方程的知识，依据$\frac{AP}{AB}=\frac{BP}{AP}$得到$AP^2=AB\cdot BP$是解答本题关键.

5．（3 分）（2022·全国·九年级课时练习）下列每个矩形都是由五个同样的小正方形拼合组成，其中$\triangle ABC$和$\triangle CDE$的顶点都在小正方形的顶点上，则$\triangle ABC$与$\triangle CDE$一定相似的图形是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【分析】由已知根据相似三角形的判定和性质对每个选项分析论证得出正确选项.

【详解】解：已知每个矩形都是由五个同样的小正方形拼合组成.

A：$\angle ABC$=90°+45°=135°，$\angle CDE$=90°+45°=135°，

$\therefore \angle ABC=\angle CDE$，

$BC=DC=\sqrt{2}$，

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{BC}{DE}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle CDE$；

B：$\triangle ABC$ 为等腰三角形，则$\triangle CDE$ 不是等腰三角形，所以不相似；

C：$\triangle ABC$ 中$\angle ABC$=90°+45°=135°，而$\triangle CDE$ 中$\angle CDE$=$\angle$135°，对应角不相等，所以不相似；

D：$\frac{CD}{CD}=1$，$\frac{BD}{DE}=\frac{2}{3}$，

$\therefore \frac{CD}{CD}\neq\frac{BD}{DE}$，所以不相似.

故选：A.

【点睛】此题考查的知识点是相似三角形的判定，解题的关键是根据相似三角形的判定和性质对每个选项分析论证得出正确选项.

6．（3 分）（2022·黑龙江大庆·中考真题）已知两个直角三角形的三边长分别为 3，4，m和 6，8，n，且这两个直角三角形不相似，则$m+n$的值为（　）

A．$10+\sqrt{7}$或$5+2\sqrt{7}$ B．15　　C．$10+\sqrt{7}$　　D．$15+3\sqrt{7}$

【答案】A

【分析】判断未知边 m、n 是直角三角形的直角边还是斜边，再根据勾股定理计算出 m、n 的值，最后根据题目中两个三角形不相似，对应边的比值不同进行判断．

【详解】解：在第一个直接三角形中，若 m 是直角边，则$m=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，

若 m 是斜边，则$m=\sqrt{4^2+3^2}=5$；

在第二个直接三角形中，若 n 是直角边，则$n=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$，

若 n 是斜边，则$n=\sqrt{8^2+6^2}=10$；

又因为两个直角三角形不相似，故 m=5 和 n=10，m=$\sqrt{7}$ 和 n=2$\sqrt{7}$不能同时取，

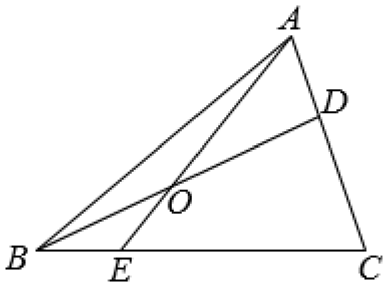
即当 m=5，$n=2\sqrt{7}$，$m+n=5+2\sqrt{7}$，

当$m=\sqrt{7}$，n=10，$m+n=10+\sqrt{7}$，

故选：A．

【点睛】本题主要考查了勾股定理以及相似三角形的性质，在直角三角形中对未知边是直角边还是斜边进行不同情况的讨论是解题的关键．

7．（3 分）（2022·全国·九年级专题练习）如图，在$\triangle ABC$中，D 在 AC 边上，AD:DC=1:2，O 是 BD 的中点，连接 AO 并延长交 BC 于 E，若 BE=1，则 EC=（　）

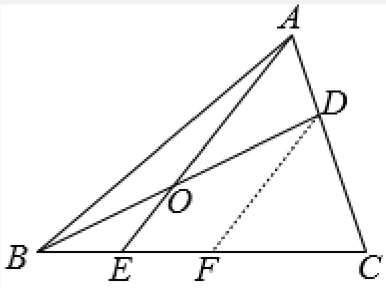


A．$\frac{3}{2}$　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】C

【分析】过点 D 作$DF\parallel AE$交 BC 于 F，根据平行线分线段成比例定理可得，$\frac{BE}{EF}=\frac{BO}{OD}$，$\frac{EF}{FC}=\frac{AD}{DC}=\frac{1}{2}$，再根据 O 是 BD 的中点，可得 BE=EF，进而解答即可．

【详解】解：过点 D 作$DF\parallel AE$交 BC 于 F，如图，



∵$OE\parallel DF$，

∴$\frac{BE}{EF}=\frac{BO}{OD}$，

∵O 是 BD 的中点，

∴$BO=OD$，

∴$BE=EF$，

∵$DF\parallel AE$，

∴$\frac{EF}{FC}=\frac{AD}{DC}=\frac{1}{2}$，

∴$CF=2EF$，

∴$BE:EC=BE:3BE=1:3$，

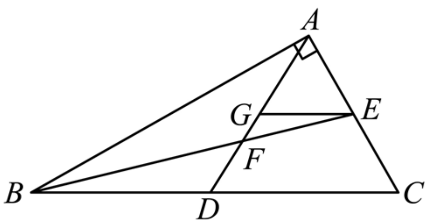
∵$BE=1$，

∴$EC=3$，

故选：C．

【点睛】本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例．过分点作平行线构建平行线分线段成比例定理的基本图形是解决问题的关键．

8．（3 分）（2022·全国·九年级单元测试）如图，在Rt△ABC中，$\angle BAC=90°$，中线AD，BE相交于点F．$EG\parallel BC$，交AD于点G．$GF=1$，则BC的长为（　）



A．5　　　　B．6　　　　C．10　　　　D．12

【答案】D

【分析】首先根据 $GE\parallel CD$ 得到$\triangle AGF\backsim\triangle ADC$、$\triangle FEG\backsim\triangle FBD$，求出 $AD=6$，然后利用直角三角形斜边的中线性质得出结果．

【详解】解：∵$GE\parallel CD$，

∴$\triangle AGE\backsim\triangle ADC$，$\triangle FEG\backsim\triangle FBD$，

∴$\frac{AG}{AD}=\frac{GE}{CD}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{GE}{BD}=\frac{GF}{DF}$，

又∵$BD=CD$，

∴$\frac{GF}{DF}=\frac{1}{2}$，

∴$DF=2GF=2$，

∴$DG=DF+GF=3$

∴$AD=2DG=6$，

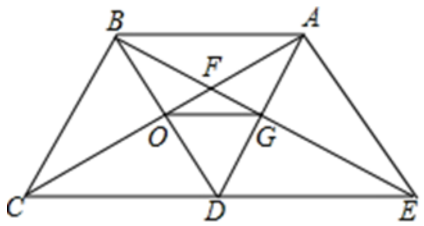
在直角$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，

∴$BC=2AD=12$，

故选 D．

【点睛】本题考查相似三角形的性质与判定以及直角三角形的性质，根据平行得到相似三角形是解决问题的关键．

9．（3 分）（2022·广西·来宾城南初级中学九年级阶段练习）如图，菱形 ABCD 中，∠BAD=60°，AC、BD 交于点 O，E 为 CD 延长线上的一点，且 CD=DE，连接 BE 分别交 AC，AD 于点 F、G，连结 OG、AE．则下列结论：①OG=$\frac{1}{2}$AB；②四边形 ABDE 是菱形；③$S_{四边形ODGF}=S_{\Delta ABF}$；其中正确的是（　　）



A．①②　　　　B．①③　　　　C．②③　　　　D．①②③

【答案】D

【分析】证明四边形 ABDE 为平行四边形可得 OB=OD，由菱形 ABCD 可得 AG=DG，根据三角形中位线定理可判断①；根据等边三角形的性质和判定可得△ABD 为等边三角形 AB=BD，从而可判断平行四边形 ABDE 是菱形，由此判断②；借助相似三角形的性质和判定，三角形中线有关的面积问题可判断③．

【详解】解：∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AB∥CD，AB=CD=AD，OA=OC，OB=OD，

∵CD=DE，

∴AB=DE．

又∵AB∥DE，

∴四边形 ABDE 是平行四边形，

∴BG=EG，AB=DE，AG=DG，

又∵OD=OB，

∴OG 是△BDA 是中位线，

∴OG=$\frac{1}{2}$AB，

故①正确；

∵∠BAD=60°，AB=AD，

∴△BAD 是等边三角形，

∴BD=AB，

∴▱$ABDE$是菱形，

故②正确；

∵OB=OD，AG=DG，

∴OG 是△ABD 的中位线，

∴OG∥AB，OG=$\frac{1}{2}$AB，

∴△GOD∽△ABD（ASA），△ABF∽△OGF（ASA），

∴△GOD 的面积=$\frac{1}{4}$△ABD 的面积，△ABF 的面积=△OGF 的面积的 4 倍，AF：OF=2：1，

∴△AFG 的面积=△OGF 的面积的 2 倍，

又∵△GOD 的面积=△AOG 的面积=△BOG 的面积，

∴$S_{四边形ODGF}=S_{\triangle ABF}$；

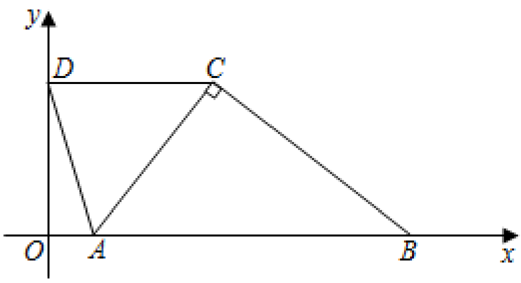
故③正确；

故选：D．

【点睛】本题考查了菱形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、三角形中位线定理、相似三角形的判定与性质等知识．判断①的关键是三角形中位线定理的运用，②的关键是利用等边三角形证明 BD=AB；③的关键是通过相似得出面积之间的关系．

10．（3 分）（2022·四川绵阳·中考真题）如图，在平面直角坐标系中，$AB//DC$，$AC\perp BC$，$CD=AD=5$，

$AC=6$，将四边形$ABCD$向左平移m个单位后，点B恰好和原点O重合，则m的值是（　）



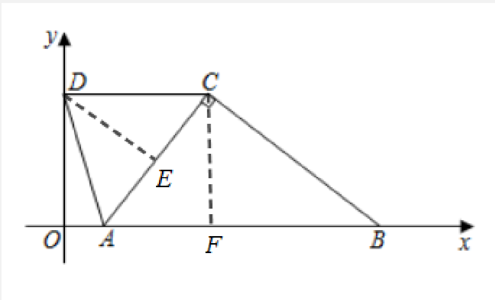
A．11.4　　B．11.6　　C．12.4　　D．12.6

【答案】A

【分析】由题意可得，m的值就是线段OB的长度，过点D作$DE\perp AC$，过点C作$CF\perp OB$，根据勾股定理求得DE的长度，再根据三角形相似求得BF，矩形的性质得到OF，即可求解．

【详解】解：由题意可得，m的值就是线段OB的长度，

过点D作$DE\perp AC$，过点C作$CF\perp OB$，如下图：



$\because CD=AD=5$，$DE\perp AC$

$\therefore CE=\frac{1}{2}AC=3$，$\angle DEC=90°$

由勾股定理得$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=4$

$\because AB//DC$

$\therefore \angle DCE=\angle BAC$，$\angle ODC=\angle BOD=90°$

又$\because AC\perp BC$

$\therefore \angle ACB=\angle CED=90°$

$\therefore \triangle DEC\backsim\triangle BCA$

$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{CE}{AC}=\frac{CD}{AB}$，即$\frac{4}{BC}=\frac{3}{6}=\frac{5}{AB}$

解得$BC=8$，$AB=10$

$\because CF\perp OB$

$\therefore\angle ACB=\angle BFC=90°$

$\therefore\triangle BCF\backsim\triangle BAC$

$\therefore\frac{BC}{AB}=\frac{BF}{BC}$，即$\frac{8}{10}=\frac{BF}{8}$

解得$BF=6.4$

由题意可知四边形$OFCD$为矩形，$\therefore OF=CD=5$

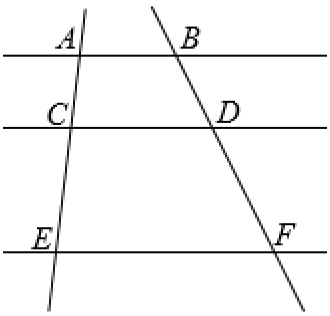
$$OB=BF+OF=11.4$$

故选 A

【点睛】此题考查了相似三角形的判定与性质，图形的平移，矩形的判定与性质，勾股定理等，熟练掌握相关基本性质是解题的关键.

二．填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

11．（3 分）（2022·江苏·九年级专题练习）如图，$AB\parallel CD\parallel EF$，若 $AC=2$，$CE=5$，$BD=3$ 则 $DF=$___.



【答案】7.5

【分析】直接根据平行线分线段成比例定理即可得出结论.

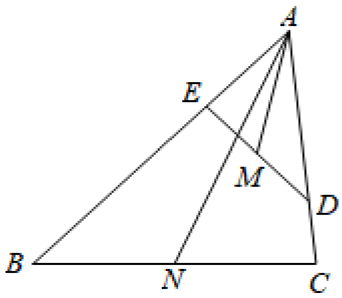
【详解】解：∵直线 $AB\parallel CD\parallel EF$，$AC=2$，$CE=5$，$BD=3$，

$\therefore\frac{AC}{CE}=\frac{BD}{DF}$，即$\frac{2}{5}=\frac{3}{DF}$，解得 $DF=7.5$.

故答案为：7.5.

【点睛】本题考查的是平行线分线段成比例定理，熟知三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例是解答此题的关键.

12．（3 分）（2022·江苏镇江·中考真题）如图，点 D，E 分别在$\triangle ABC$ 的边 AC，AB 上，$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，$M$，$N$ 分别是 DE，BC 的中点，若$\frac{AM}{AN}=\frac{1}{2}$，则$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=$__.



【答案】$\frac{1}{4}$

【分析】根据相似三角形对应中线的比等于相似比求出$\frac{DE}{BC}$，根据相似三角形面积的比等于相似比的平方解答即可．

【详解】解：∵M，N 分别是 DE，BC 的中点，

∴AM、AN 分别为△ADE、△ABC 的中线，

∵△ADE∽△ABC，

∴$\frac{DE}{BC}=\frac{AM}{AN}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{DE}{BC})^2=\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$ ．

【点睛】本题考查了相似三角形的性质，掌握相似三角形面积的比等于相似比的平方、相似三角形对应中线的比等于相似比是解题的关键．

13．（3 分）（2022·湖北·武汉二中广雅中学九年级阶段练习）将图 1 中的矩形和正方形纸片沿图 2 中的虚线剪成 5 块，再用这 5 块拼接成如图 3 所示矩形，其中阴影部分为空余部分，若 $AB=2AD$，则$\frac{b}{a}$的值为

________.

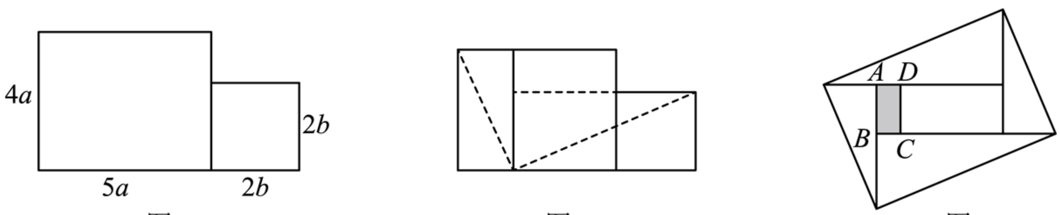


图1　　　　图2　　　　图3

【答案】$\frac{15-\sqrt{57}}{6}$

【分析】如图，设 $FH=EJ=AK=x$，则 $PF=5a+2b-x$，$AB=4a-2b$，首先证明 $x=3b-2a$，利用相似三角形的性质构建关系式，即可解决问题．

【详解】解：如图，设 $FH=EJ=AK=x$，则 $PF=5a+2b-x$，$AB=4a-2b$，

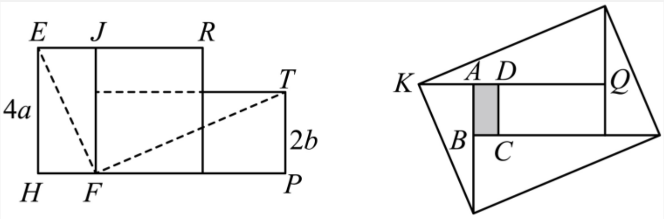


图1　　　　图2

∵$JR=DQ=5a-x$，$AB=2CD$，

∴$CD=2a-b$，

∵$KQ=PF$，

∴$x+2a-b+5a-x=5a+2b-x$，

∴$x=3b-2a$，

∵$\angle EHF=\angle P=\angle EFT=90°$，

∴$\angle HFE+\angle PFT=90°$，$\angle PFT+\angle FTP=90°$，

∴$\angle EFH=\angle FTP$，

∴$\triangle EHF\backsim\triangle FPT$，

∴$\frac{EH}{FP}=\frac{HF}{PT}$，

∴$\frac{4a}{5a+2b-(3b-2a)}=\frac{3b-2a}{2b}$，

整理得，$3b^2-15ab+14a^2=0$，

∴$b=\frac{15\pm\sqrt{57}}{6}a$，

∵$4a-2b>0$，

∴$\frac{b}{a}<2$，

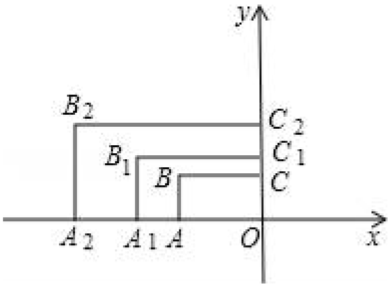
∴$\frac{b}{a}=\frac{15-\sqrt{57}}{6}$.

故答案为：$\frac{15-\sqrt{57}}{6}$.

【点睛】本题考查图形拼剪，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.

14．（3 分）（2022·湖南·宁远县中和镇中学九年级阶段练习）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $AOCB$ 的两边 OA，OC 分别在 x 轴和 y 轴上，且 $OA=2$．$OC=1$，则矩形 $AOCB$ 的对称中心的坐标是___；在第二象限内，将矩形 $AOCB$ 以原点 O 为位似中心放大为原来的$\frac{3}{2}$倍，得到矩形 $A_1OC_1B_1$，再将矩形 $A_1OC_1B_1$ 以原点

O 为位似中心放大$\frac{3}{2}$倍，得到矩形 A_2OC_2B，…，按此规律，则矩形 $A_4OC_4B_4$ 的对称中心的坐标是___.



【答案】　（－1，$\frac{1}{2}$），　（－$\frac{81}{16}$，$\frac{81}{32}$）．

【分析】先利用矩形的性质写出 B 点坐标，则根据线段中点坐标公式可写出矩形 AOCB 的对称中心的坐标；再利用以原点为位似中心的对应点的坐标之间的关系分别写出 B_1、B_2、B_3、B_4 的坐标，然后矩形 $A_4OC_4B_4$ 的对称中心的坐标．

【详解】解：∵OA=2．OC=1，

∴B（-2，1），

∴矩形 AOCB 的对称中心的坐标为（-1，$\frac{1}{2}$），

∵将矩形 AOCB 以原点 O 为位似中心放大为原来的$\frac{3}{2}$倍，得到矩形 $A_1OC_1B_1$，

∴B_1（-3，$\frac{3}{2}$），

同理可得 B_2（-$\frac{9}{2}$，$\frac{9}{4}$），B_3（-$\frac{27}{4}$，$\frac{27}{8}$），B_4（-$\frac{81}{8}$，$\frac{81}{16}$），

∴矩形 $A_4OC_4B_4$ 的对称中心的坐标是（－$\frac{81}{16}$，$\frac{81}{32}$）．

故答案为（-1，$\frac{1}{2}$），（－$\frac{81}{16}$，$\frac{81}{32}$）．

【点睛】本题考查作图-位似变换：先确定位似中心；再分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；接着根据位似比，确定能代表所作的位似图形的关键点；然后顺次连接上述各点，得到放大或缩小的图形．

15．（3 分）（2022·全国·九年级专题练习）如图，在△ABC 中，AB=9、BC=6，∠ACB=2∠A，CD 平分∠ACB 交于 AB 点 D，点 M 是 AC 一动点（$AM<\frac{1}{2}AC$），将△ADM 沿 DM 折叠得到△EDM，点 A 的对应点为点 E，ED 与 AC 交于点 F，则 CD 的长度是__________；若 $ME//CD$，则 AM 的长度是___________；