

中华人民共和国国家标准

GB/T 17989.9—2022/ISO 7870-9:2020

生产过程质量控制统计方法 控制图 第9部分：平稳过程控制图

Statistical method of quality control in production process—
Control charts—Part 9:Control charts for stationary processes

(ISO 7870-9:2020,Control charts—Part 9:Control charts for stationary
processes,IDT)

2022-03-09发布

2022-10-01实施

国家市场监督管理总局 发布
国家标准化管理委员会

目 次

前言	I
引言	II
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和定义、符号和缩略语	1
4 监测自相关过程均值的控制图	3
4.1 概述	3
4.2 残差图	3
4.3 调整控制限的控制图	5
4.4 监测自相关数据的控制图比较	7
5 平稳过程散度的监测	7
6 监测自相关过程的其他方法	9
附录 A(资料性) 随机过程和时间序列	11
附录B(资料性) 传统控制图在自相关数据上的表现	13
参考文献	17

前 言

本文件按照GB/T 1.1—2020《标准化工作导则第1部分：标准化文件的结构和起草规则》的规定起草。

本文件是GB/T 17989的第9部分。GB/T 17989 已经发布了以下部分：

- 控制图第1部分：通用指南；
- 控制图第2部分：常规控制图；
- 控制图第3部分：验收控制图；
- 控制图第4部分：累积和控制图；
- 生产过程质量控制统计方法控制图 第5部分：特殊控制图；
- 生产过程质量控制统计方法控制图 第6部分：指数加权移动平均控制图；
- 生产过程质量控制统计方法控制图 第7部分：多元控制图；
- 生产过程质量控制统计方法控制图 第8部分：短周期小批量的控制方法；
- 生产过程质量控制统计方法控制图第9部分：平稳过程控制图。

本文件等同采用ISO 7870-9:2020《控制图 第9部分：平稳过程控制图》。

本文件做了下列最小限度的编辑性改动：

- 将标准名称改为《生产过程质量控制统计方法控制图 第9部分：平稳过程控制图》。

请注意本文件的某些内容可能涉及专利。本文件的发布机构不承担识别专利的责任。

本文件由全国统计方法应用标准化技术委员会(SAC/TC 21)提出并归口。

本文件起草单位：清华大学、中国标准化研究院、山西嘉世达机器人技术有限公司、内蒙古蒙牛乳业(集团)股份有限公司、聊城科创节能设备有限公司。

本文件主要起草人：孙静、张昱妍、丁文兴、马岸原、牛立群、孙晓普、杨志刚、田桂艳、门广才。

引 言

控制图是过程控制中常用的统计工具，用来监测过程中的偏移，保持过程稳定。GB/T 17989控制图系列标准分为以下9部分：

- 控制图第1部分：通用指南。目的在于给出控制图基本术语、原理及分类，以及选择控制图的指南。
- 控制图第2部分：常规控制图。目的在于确立使用常规控制图进行过程控制的指南。
- 控制图第3部分：验收控制图。目的在于确立验收控制图进行过程控制的使用指南，并规定了确定子组样本量、行动限、和决策准则的一般程序。
- 控制图第4部分：累积和控制图。目的在于确立应用累积和技术进行过程检测、控制和回顾性分析的统计方法。
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第5部分：特殊控制图。目的在于确立理解和应用特殊控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第6部分：指数加权移动平均控制图。目的在于确立理解和应用指数加权移动平均(EWMA)控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第7部分：多元控制图。目的在于确立构建和应用多元控制图进行统计过程控制的指南，并建立了使用和理解计量数据多元控制图的常规方法。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第8部分：短周期小批量的控制方法。目的在于确立子组大小为1时，应用常规计量控制图检测短周期和小批量生产过程的方法。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第9部分：平稳过程控制图。目的在于确立构建和应用控制图对平稳过程进行控制的指南。

在工业生产中，统计过程控制(SPC)技术被广泛用于过程控制和质量提升。多种基于统计的控制图被提出，用来监测过程的均值和散度。传统的统计过程控制理论是基于“过程数据统计独立”这一基本假设而建立的。然而，过程数据并不总是彼此统计独立。在诸如化工这类连续生产的行业，大多数描述质量特性的过程数据存在自相关。总的来说，自相关性可能由测量系统、动态过程或二者共同引起的。多数情况，数据会产生漂移。生物学中，随机的生物性变化可能会带来持续的影响，以至于几次连续的测量都受到同一个随机现象的影响。例如，某些影响血压的物质的随机爆发式分泌。在数据采集过程中，当采样间隔较短时，数据的自相关性，尤其是正自相关性，就成为要注意的问题。这种情况下，传统的统计过程控制方法不再适用于过程质量的监测、控制和提升。

根据是否平稳，自相关过程可以分为以下两类：

- 1) 平稳过程——独立同分布(i.i.d.)序列的直接延伸。若一个自相关过程处于“统计平衡”的状态，则是平稳的。这表明过程的基本表现不会随着时间而变化。特别是，平稳过程的均值和方差是不变的。

- 2) 非平稳过程

关于随机过程和时间序列的详细信息请见附录A。

为了监测自相关数据，提出了新的统计过程控制方法，主要分为两种：第一种方法是，先利用数据拟合时间序列模型或其他数学模型，然后利用过程的残差控制图进行监测。另一种更为直接的方法则是改进现有的控制图，例如，根据过程的自相关性，调整控制限。

本文件旨在概述了监测平稳过程均值和方差的几种主要控制图。

生产过程质量控制统计方法 控制图

第9部分：平稳过程控制图

1 范围

本文件给出了构建和应用控制图对平稳过程进行控制的指南。

2 规范性引用文件

下列文件中的内容通过文中的规范性引用而构成本文件必不可少的条款。其中，注日期的引用文件，仅该日期对应的版本适用于本文件；不注日期的引用文件，其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

GB/T 3358.2 统计学词汇及符号第2部分：应用统计(GB/T 3358.2—2009,ISO 3534-2:2006, IDT)

3 术语和定义、符号和缩略语

3.1 术语和定义

GB/T 3358.2界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

3.1.1

自协方差 autocovariance

按时间顺序排列的观测值序列中，观测值之间的内部协方差。

3.1.2

自相关过程的控制图 control charts for autocorrelated processes

用于自相关过程进行统计过程控制的控制图。

3.2 符号和缩略语

3.2.1 符号

下列符号适用于本文件。

a	AR(1)过程中t时刻的随机变量a
L,	Z, 的控制限的参数值(以Z, 的标准差的倍数表示)
$N(\mu, \sigma^2)$	均值为 μ , 方差为 σ^2 的正态分布
r	EWMS控制图的平滑参数
R,	t时刻的残差
R	R, 的算术平均
s	x的标准差

SR	{R, } 的标准差
S?	S?的初始值
S?	t时刻的EWMS
T	随机过程的指标集
X _t	t时刻的随机变量X
X _{t+h t}	X _t 的预测值
\bar{x}	x的算术平均
Z _t	t时刻的EWMA统计量
Z ₀	Z _t 的初值
ρ	自相关系数
$\hat{\rho}$	自相关系数的估值
γ	自协方差
$\hat{\gamma}$	自协方差的估值
Δ	均值的阶跃变化(以过程标准差的倍数表示)
λ	EWMA控制图的平滑参数
μ	过程均值的真值
σ	过程标准差的真值
σ_z	EWMA统计量的标准差
σ_a	AR(1)过程的白噪声随机变量a _t 的标准差
τ	两个时间点之间的时间间隔
ϕ	AR(1)过程的相关系数

3.2.2 缩略语

下列缩略语适用于本文件。

ACF	自相关函数(autocorrelation function)
ARL	平均链长(average run length)
AR(1)	一阶自回归过程(first order autoregressive process)
CUSUM	累积和(cumulative sum)
EWMA	指数加权移动平均(exponentially weighted moving average)
EWMAS	平稳过程的指数加权移动平均(exponentially weighted moving average for a stationary process)
EWMS	指数加权均方差(exponentially weighted mean squared deviation)
i.i.d	独立同分布(independent and identically distributed)
SPC	统计过程控制(statistical process control)

4 监测自相关过程均值的控制图

4.1 概述

许多统计学家和从事统计过程控制的工作人员都发现，过程数据中存在的自相关会影响传统的用于统计过程控制的控制图的表现。类似于自协方差(见3.1.1)，自相关系数是以时间为序的观测数据内部的相关系数。测量系统、过程的动态属性，都可能导致自相关性。自相关为正时对多种传统控制图的影响见附录B。

4.2 残差图

残差图用于监测过程均值可能发生的变化。若要构建残差图，则需要将时间序列或其数学模型用于过程数据的分析。

构建残差图前，需要对过程数据建模以得到过程的残差[2]。对于一组时序数据 $\{x_t, t=1, 2, \dots, N\}$ ，可建立时间序列或数学模型去进行数据拟合。在 t 时刻的残差被定义为：

$$R_t = x_t - \hat{x}_t$$

其中， \hat{x}_t 是基于时间序列或数学模型得到的 t 时刻的预测值。

假设模型正确，则残差在统计意义上彼此独立。传统进行统计过程控制的控制图，如单值 \bar{X} 图、CUSUM控制图、EWMA控制图，都能用来监测残差。若使用单值 \bar{X} 图监测残差，就得到 \bar{X} 残差图。一旦检测到残差过程中出现了均值变化，则判定过程本身的均值已处于失控状态。

相似地，CUSUM残差图和EWMA残差图分别在参考文献[3]和参考文献[4]中提出。关于残差图和其他控制图之间的对比，见参考文献[5]。

残差图的优势：

——残差图能用于任何自相关数据，包括非平稳序列。通常，使用软件来拟合时序模型。

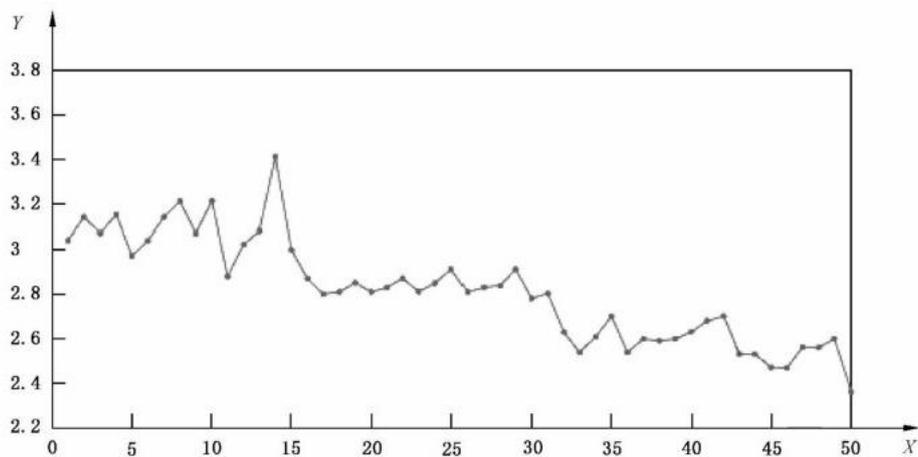
残差图的劣势：

——残差图和传统控制图的性质不尽相同。AR(1)过程[AR(1)过程见A.3.3]的 \bar{X} 残差图对均值变化的监测效果不佳。参考文献[6]表明当过程出现正自相关时， \bar{X} 残差图的效果并不理想。参考文献[7]表明，与单值 \bar{X} 图相比， \bar{X} 残差图的检测能力，有时更弱。

——构建残差图，需要用时间序列或模型来处理数据。残差图的使用者应不断检查模型的有效性，以减弱建模误差和过程变化带来的混合效果。

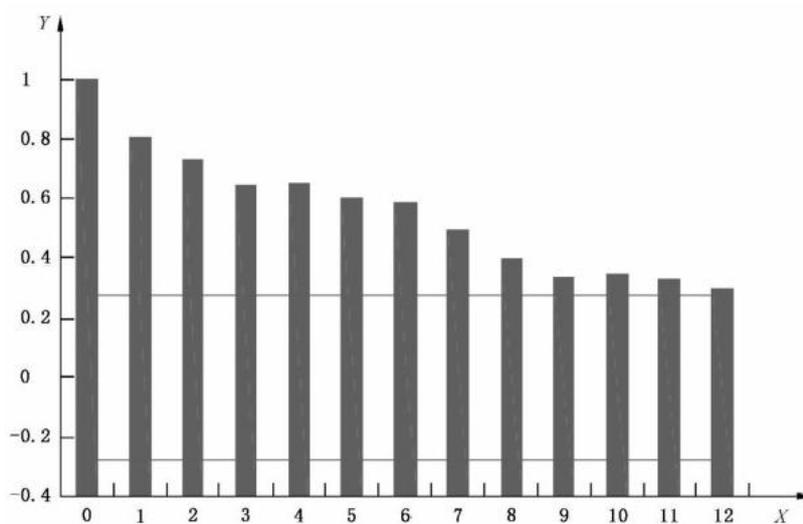
为了更直观地说明，给出一个示例。通过对铝冷轧过程中冷却剂的黏度进行测量，得到一个样本量为50的数据集[8]。图1表明，数据呈现下降的趋势。然而，怀疑这些观测数据并不相互独立。图2为间隔取为0到12时，得到的样本自相关函数(ACF)的图像。对于样本自相关和ACF，见附录A中的A.4.2、A.5和参考文献[9]。如A.5所述，基于独立同分布的正态序列的假设，间隔大于1的样本自相关系数应有约95%落在 $\pm 1.96/\sqrt{50}$ 之间。基于此，由图2可见，上述观测数据并不独立。参考文献[8]提供了一个预测 t 时刻冷却剂黏度的模型：

$$x_t = a + bx_{t-1} + cx_{t-2} + dx_{t-3} + ex_{t-4}, t=1, \dots, 50$$



标引序号说明：
X——观测序号；
Y——黏度。

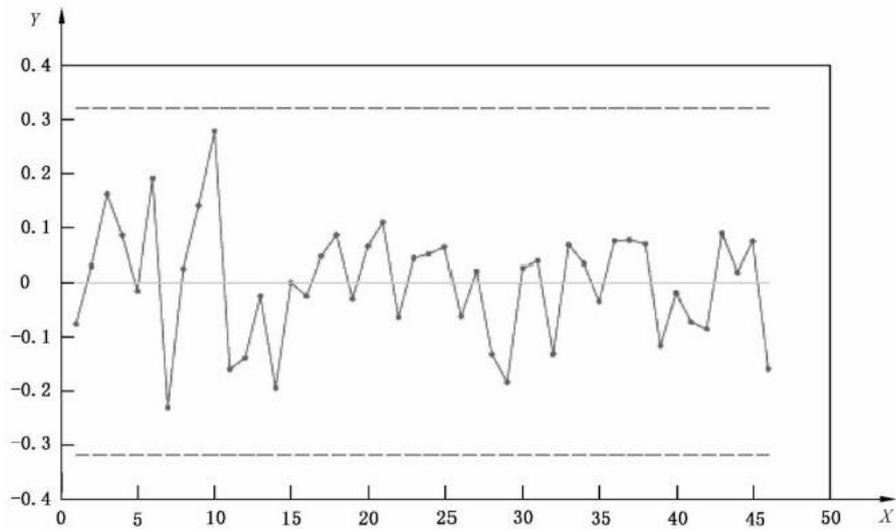
图 1 示例



标引序号说明：
X——间隔；
Y——自相关系数。

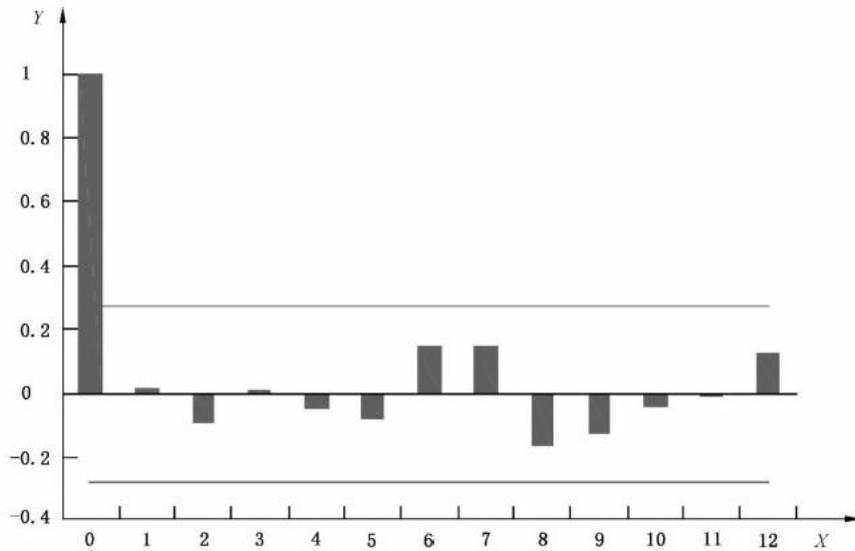
图 2 每日黏度的观测序列的自相关函数及近似95%置信带

参考文献[8]给出了a、b、c、d的估值，通过 $R_t = x_t - \bar{x}$, $t=1, \dots, 46$ 来计算残差，如图3所示。同样地，为了检验残差是否彼此独立，可再利用带有置信带的自相关函数ACF 图像，如图4所示。可证明残差不再存在自相关，可使用 3σ 控制限的单值X 图($R \pm 3S_r$, 其中R 为序列 $\{R_t\}$ 的均值, S_r 是序列 $\{R_t\}$ 的标准差)来监测残差。由图3可见，残差的均值以及过程的均值处于受控状态。



标引序号说明：
 X——时间；
 Y——残差。

图 3 黏度序列的残差以及 3σ 控制限的单值X 图



标引序号说明：
 X ——间隔；
 Y ——自相关系数。

图 4 黏度序列残差的自相关函数及其近似95%置信带

4.3 调整控制限的控制图

4.3.1 调整的EWMA 控制图

与残差图相比，更直接的方法是：不建立时序模型，而直接对控制图的控制限进行调整。基于此思路得到了一些方法，然而他们仅适用于一些特定的过程，如AR(1) 过程[10]。参考文献[11]提出了平稳过程的监测EWMA 的方法，即EWMAS_T 控制图，适用于常规意义的平稳过程。基于下面的统计量来

构建控制图[1]

$$Z_t = (1-\lambda)Z_{t-1} + \lambda X_t, \quad \dots \dots \dots (1)$$

其中, $Z_0 = \mu$ 即过程的均值; λ 是平滑参数($0 < \lambda \leq 1$)。

假设过程序列 $\{X_t; t=1, 2, \dots, N\}$ 是均值为 μ 方差为 σ^2 的平稳序列。当 t 值很大时, Z_t 的方差可近似为:

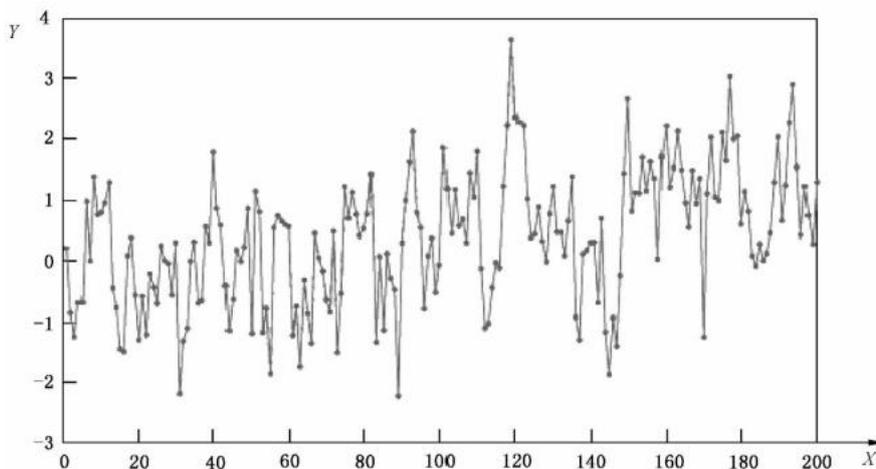
$$\sigma_z^2 \approx \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\sigma^2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^M \rho(k) (1-\lambda)^k [1 - (1-\lambda)^{2(M-k)}]\right] \dots \dots \dots (2)$$

其中, M 是整数, $\rho(k)$ 是间隔为 k 的过程自相关系数。注意, 当过程不存在自相关性时, σ_z^2 与传统 EWMA 控制图相同。假设 X_t 服从正态分布, 那么 Z_t 也服从均值为 μ 的正态分布。 Z_t 在图上打点, 得到 EWMAST 控制图, 控制图的中心线位于 μ 的位置, 且 Lz_0 控制限由下式给出:

$$\mu \pm Lz_0$$

一般情况下, 宜使用 $\lambda=0.2117$, Lz 通常取 2 或 3。当 μ 、 σ 和自相关系数未知时, 通常用过程处于统计控制状态的历史数据 $\{X_t\}$ 的算术平均值 \bar{x} 、样本标准差 s 和样本自相关系数 $\rho(k)$ 来进行估计。在用历史数据估计自相关系数时, 可以使用一些经验法则。参考文献 [12] (第 32 页) 表明, 只有当数据量 $N \geq 50$ 且 $k \leq N/4$ 时, 才能得到有效的 $\rho(k)$ 估值。因此, 公式 (2) 中的 M 宜足够大, 使得公式 (2) 给出的近似值可使用; 同时 M 要小于 $N/4$, 以避免自相关系数的估值有较大的误差。模拟研究表明, 当 $N \geq 100$ 时, $M=25$ 是推荐的取值 [11]。

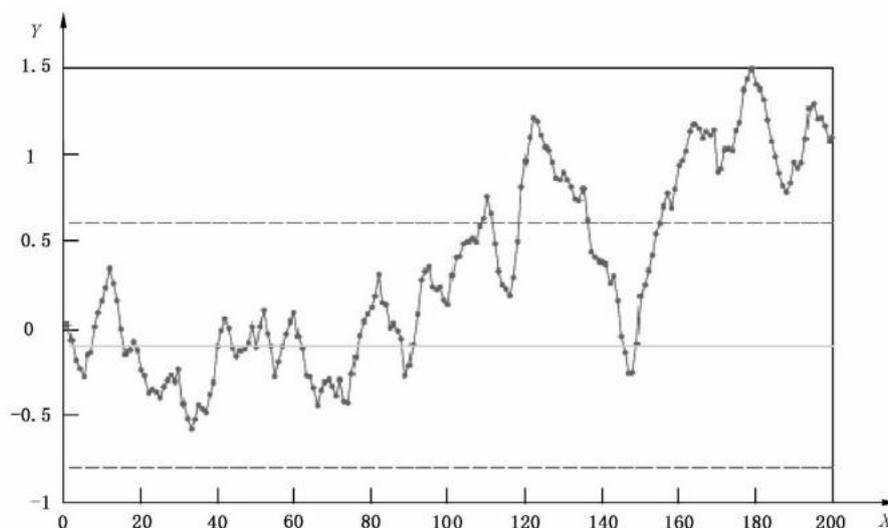
为了更直观地加以说明, 以 $\phi=0.5$ 、方差 $\sigma^2=1$ 、链长为 200 的 AR(1) 过程的模拟数据为例。白噪声 (见 A.3.2) 服从正态分布。前 100 个观测值的过程均值为 0。从第 101 个观测值, 过程均值出现从 0~1 (即 1σ) 的阶跃变化。图 5 给出这些模拟数据的折线图。



标引序号说明:
 X——时间;
 Y——观测值。

图 5 列举 EWMAST 图对 AR(1) 过程的实现

若将前 100 个数据构成的过程视为平稳的, 据此对过程的均值、标准差和样本的自相关系数进行估计, 得到 $\bar{x}=-0.10$, $S=0.91$, 以及 $\rho(k)(k=1, 2, \dots, 25)$ 。取 $M=25, \lambda=0.2$, 由公式 (2) 得到, Z_t 标准差的估值 $\sigma_z=0.24$ 。图 6 为中心线为 $\bar{x}=-0.10$ 、 3σ 控制限由 $\bar{x} \pm 3\sigma_z = (-0.81; 0.60)$ 给出的 EWMAST 控制图。该控制图发出警报: 从第 110 个观测值开始, 控制图监测到过程均值增大。



标引序号说明:

X——时间;

Y——EWMA。

图 6 用于图5均值增大的模拟数据的 EWMAST 控制图

4.3.2 调整的CUSUM控制图

参考文献[13]讨论了在过程自相关较弱时,用CUSUM 控制图直接处理原始数据的效果。在过程自相关较强时,则考虑使用经过处理的观测数据。参考文献[10]和参考文献[14]还提出了将改进后的CUSUM 控制图应用于AR(1) 过程或其他时间序列过程的方法。

4.4 监测自相关数据的控制图比较

关于监测自相关数据的控制图之间的比较,已有文献进行了讨论。参考文献[10]和参考文献[5]通过数据模拟,对比了平稳AR(1) 过程的单值X 控制图、X 残差图、CUSUM 残差图、EWMA 残差图,以及EWMAST 控制图的效果。研究发现,EWMAST 控制图的表现要优于CUSUM 残差图和EWMA 残差图。总体来看,EWMAST 控制图的表现同样优于单值X 控制图和X 残差图。模拟结果还表明,CUSUM 残差图和EWMA 残差图的效果相差无几。当过程自相关不强时,CUSUM 残差图和EWMA 残差图的效果优于X 残差图。与之相反,当过程自相关较强时,X 残差图的效果则要优于其他残差图。当过程自相关很强时,此时过程已近乎不平稳,EWMAST 控制图的表现相对来说仍优于其他控制图。

应用EWMAST 控制图的一个明显的优势,就是不需要为平稳过程数据构建时间序列模型。EWMAST 控制图的使用,仅需要对过程处于受控状态的过程均值、标准差和自相关系数进行估计。总之,当过程存在自相关且平稳时,宜使用EWMAST 控制图来监测过程均值。

5 平稳过程散度的监测

参考文献[15]讨论了两种可用于监测过程散度的控制图:一种是基于目标的指数加权均方差构建的,称为指数加权均方差(EWMS) 控制图。另一种则是基于指数加权移动方差构建的,称为指数加权移动方差(EWMOV) 控制图,其过程均值由观测值的EWMA 控制图估计得到。

假设 $\{X_t, t=1, 2, \dots\}$ 是过程均值为 μ 、方差为 σ^2 且服从联合正态分布的过程序列。指数加权移动均方差的定义为:

$$S^2_t = (1-r)S^2_{t-1} + r(X_t - \mu)^2$$

其中 $t=1,2,\dots,r$ 为 EWMS 控制图的平滑参数 ($0 < r \leq 1$)。

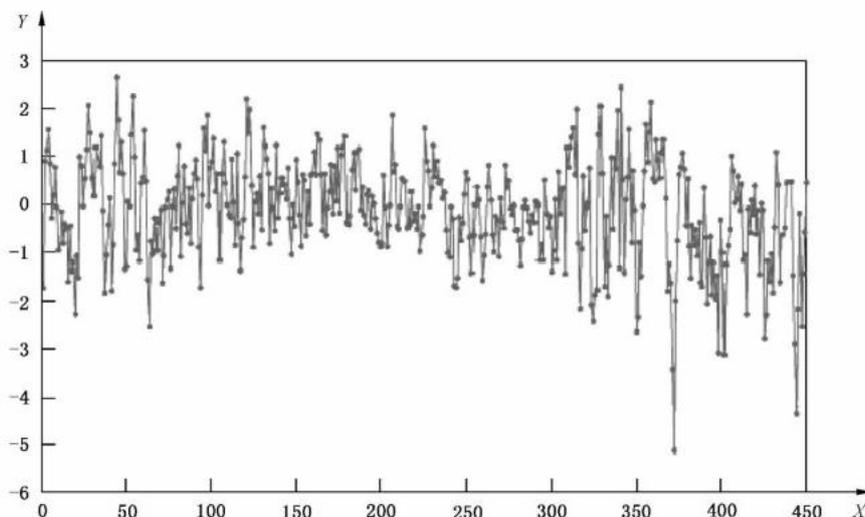
通常令 $S^2 = \sigma^2$ 为过程的方差。 S^2_t 是过程在 t 时刻的均方差的估计值。通过 S^2_t 打点，来构建 EWMS 控制图，其中心线 $S^2 = \sigma^2$ 、控制限由 σ^2 和卡方分布来确定，该卡方分布的自由度在每一时刻 t 都是 r 的函数。参考文献[15]提出，可将 EWMS 控制图用于一个独立同分布序列以及可用一个 AR(1) 过程加上白噪声来表示的过程。参考文献[16]提出，用残差图来监测过程方差可能发生的变化，而该过程由一个 AR(1) 过程加上白噪声项来表示。

参考文献[17]将 EWMS 控制图的应用延伸到平稳过程的情况。若与 EWMAST 控制图结合使用，EWMS 控制图能用于监测平稳过程方差可能发生的变化。

为了更直观地说明 EWMS 控制图，以一个均值 $\mu = 0$ 、相关系数 ϕ 为 0.5 的 AR(1) 过程为例。过程方差 σ^2 在 $t=1$ 和 $t=150$ 之间为 $\sigma^2 = 1$ ，在 $t=151$ 和 $t=300$ 之间为 $\sigma^2 = 0.5$ ，在 $t=301$ 和 $t=450$ 之间为 $\sigma^2 = 2$ 。图 7 展示了该过程的观测结果。

用 EWMAST 控制图对数据进行了处理，其中参数 $\lambda = 0.2$ 。由公式 (2) 得到，EWMAST 控制图中的 EWMA 统计量的标准差是 0.51。图 8 给出了带 3σ 控制限的控制图。由图可见，尽管 t 在 372 到 448 之间有 9 个点落在控制限外，过程均值看起来依然稳定。因此，该过程的均值被认为是不变的。

对 EWMS 控制图，取 $r = 0.05$ 、 $\alpha = 0.05$ ，渐进的上下控制限分别为 0.52 和 1.64，如图 9 所示。从 $t = 158$ 时刻开始，监测到均方差的下降；从 $t = 329$ 时刻开始，监测到均方差的上升。因图 8 表明过程均值一直保持稳定，故可认为过程方差发生了变化。



标引序号说明：
 X —— 时间；
 Y —— EWMS 值。

图7 EWMS控制图对AR(1)过程的实现(过程均值固定为0,过程方差出现两次变化)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/986024135001010200>