2023-2024学年福建省泉州市第七中学高三下学期期末教学质量检查数学试题

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

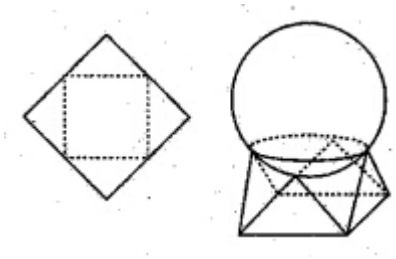
1．对于函数$f(x)$，若x_1,x_2满足$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)=f\left(x_1+x_2\right)$，则称$x_1,x_2$为函数$f(x)$的一对“线性对称点”．若实数$a$与$b$和$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$c$为函数$f(x)=3^x$的两对“线性对称点”，则$c$的最大值为（　　）

A．$\log_3 4$　　B．$\log_3 4+1$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\log_3 4-1$

2．设全集$U=R$，集合$A=\{x\mid x^2-3x-4>0\}$，则$\complement_U A=$（　　）

A．$\{x\mid -1<x<4\}$　　B．$\{x\mid -4<x<1\}$　　C．$\{x\mid -1\le x\le 4\}$　　D．$\{x\mid -4\le x\le 1\}$

3．如图所示，用一边长为$\sqrt{2}$的正方形硬纸，按各边中点垂直折起四个小三角形，做成一个蛋巢，将体积为$\frac{4\pi}{3}$的鸡蛋（视为球体）放入其中，蛋巢形状保持不变，则鸡蛋（球体）离蛋巢底面的最短距离为（　　）



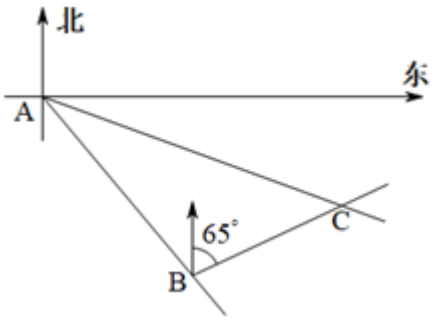
A．$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

C．$\frac{\sqrt{6}-1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

4．以下三个命题：①在匀速传递的产品生产流水线上，质检员每10分钟从中抽取一件产品进行某项指标检测，这样的抽样是分层抽样；②若两个变量的线性相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于1；③对分类变量X与Y的随机变量k^2的观测值k来说，k越小，判断“X与Y有关系”的把握越大；其中真命题的个数为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

5．一艘海轮从A处出发，以每小时24海里的速度沿南偏东40°的方向直线航行，30分钟后到达B处，在C处有一座灯塔，海轮在A处观察灯塔，其方向是南偏东70°，在B处观察灯塔，其方向是北偏东65°，那么B，C两点间的距离是（　　）



A．6 $\sqrt{2}$ 海里　　B．$6\sqrt{3}$ 海里　　C．$8\sqrt{2}$ 海里　　D．$8\sqrt{3}$ 海里

6．阿波罗尼斯（约公元前 262~190 年）证明过这样的命题：平面内到两定点距离之比为常数 $k\left(k>0,k\neq 1\right)$ 的点的轨迹是圆.后人将这个圆称为阿氏圆.若平面内两定点 A，B 间的距离为 2，动点 P 与 A，B 的距离之比为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，当 P，A，B 不共线时，ΔPAB 的面积的最大值是（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{3}$

7．正 ΔABC 的边长为 2，将它沿 BC 边上的高 AD 翻折，使点 B 与点 C 间的距离为 $\sqrt{3}$，此时四面体 $A-BCD$ 的外接球表面积为（　　）

A．$\frac{10\pi}{3}$　　B．4π　　C．$\frac{13\pi}{3}$　　D．7π

8．已知 α，β 是两平面，l，m，n 是三条不同的直线，则不正确命题是（　　）

A．若 $m\perp\alpha$，$n//\alpha$，则 $m\perp n$　　B．若 $m//\alpha$，$n//\alpha$，则 $m//n$

C．若 $l\perp\alpha$，$l//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　D．若 $\alpha//\beta$，$l\subset\beta$，且 $l//\alpha$，则 $l//\beta$

9．i 是虚数单位，若 $\frac{1+7i}{2-i}=a+bi(a,b\in R)$，则乘积 ab 的值是(　)

A．－15　　B．－3　　C．3　　D．15

10．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\theta)$，其中 $\omega>0$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，其图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，对满足 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|=2$ 的 x_1，x_2，有 $\left|x_1-x_2\right|_{\min}=\frac{\pi}{2}$，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，则函数 $g(x)$ 的单调递减区间是（）

A．$\left[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{2}\right]\left(k\in Z\right)$　　B．$\left[k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}\right]\left(k\in Z\right)$

C．$\left[k\pi+\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{5\pi}{6}\right]\left(k\in Z\right)$　　D．$\left[k\pi+\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{7\pi}{12}\right]\left(k\in Z\right)$

11．定义在 R 上的偶函数 f（x）满足 f（x+2）＝f（x），当 $x\in$[－3，－2]时，f（x）＝－x－2，则（　　）

A．$f\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)>f\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)$　　B．f（$\sin 3$）＜f（$\cos 3$）

C．$f\left(\sin\frac{4\pi}{3}\right)<f\left(\cos\frac{4\pi}{3}\right)$　　D．f（2020）＞f（2019）

12．$\tan 570^{\circ}$=（　　）

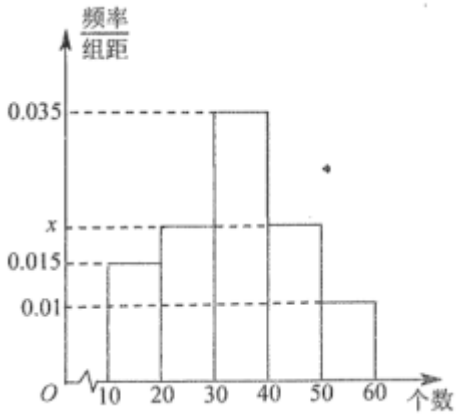
A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geq 0\\ x+y\geq 1\\ 2x+y\leq 2\end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最小值为_____.

14．用数字 0、1、2、3、4、5 组成无重复数字的 6 位自然数，其中相邻两个数字奇偶性不同的有_____个.

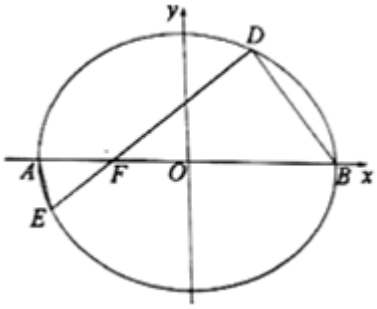
15．某校初三年级共有 500 名女生，为了了解初三女生 1 分钟“仰卧起坐”项目训练情况，统计了所有女生 1 分钟“仰卧起坐”测试数据（单位：个），并绘制了如下频率分布直方图，则 1 分钟至少能做到 30 个仰卧起坐的初三女生有_____个.



16．曲线 $y=\left(x^2+\frac{1}{x}\right)\ln x$ 在 $(1,0)$ 处的切线方程是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$．且经过点$(1,\ \frac{3}{2})$，$A$，$B$ 分别为椭圆 C 的左、右顶点，过左焦点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 D，E 两点（其中 D 在 x 轴上方）.



（1）求椭圆 *C* 的标准方程；

（2）若△*AEF* 与△*BDF* 的面积之比为 1：7，求直线 *l* 的方程.

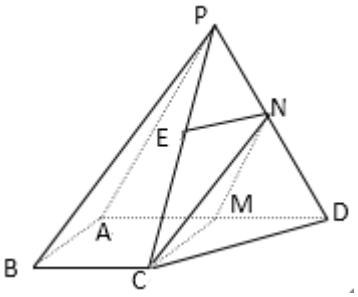
18.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)-ax+1-a\left(a\in R\right)$.

（1）若 $f\left(x\right)\le 0$ 对任意 $x>-1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（2）求证： $-\ln\left(x+1\right)+xe^{x-1}-x+1\ge 0$

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 为等边三角形，且垂直于底面 $ABCD$，

$AB=BC=1$，$\angle BAD=\angle ABC=90°$，$\angle ADC=45°$ ，M,N 分别是 AD，PD 的中点.



（1）证明：平面 $CMN//$ 平面 PAB；

（2）已知点 E 在棱 PC 上且 $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$，求直线 NE 与平面 PAB 所成角的余弦值.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=(x+1)\left(e^{x}-1\right)$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 在点 $(-1,f(-1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）已知 $f(x)\ge ax$ 在 R 上恒成立，求 a 的值.

（Ⅲ）若方程 $f(x)=b$ 有两个实数根 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$，证明： $x_2-x_1\le b+1+\frac{eb}{e-1}$.

21.（12 分）在直角坐标系中，已知圆 $M:(x-a)^2+(y-1)^2=a^2+1$，以原点为极点，*x* 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$ 平分圆 *M* 的周长.

（1）求圆 M 的半径和圆 M 的极坐标方程；

（2）过原点作两条互相垂直的直线 l_1, l_2，其中 l_1 与圆 M 交于 O，A 两点，l_2 与圆 M 交于 O，B 两点，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=x^2-(a+2)x+a\ln x$（a 为实常数）.

（1）讨论函数 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上的单调性；

（2）若存在 $x\in[1,e]$，使得 $f(x)\le 0$ 成立，求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据已知有 $3^{a+b}+3^c=3^{a+b+c}$，可得 $3^c=1+\dfrac{1}{3^{a+b}-1}$，只需求出 3^{a+b} 的最小值，根据 $3^{a+b}=3^a+3^b$，利用基本不等式，得到 3^{a+b} 的最小值，即可得出结论.

【详解】

依题意知，a 与 b 为函数 $f(x)=3^x$ 的“线性对称点”，

所以 $3^{a+b}=3^a+3^b\ge 2\sqrt{3^a\cdot 3^b}=2\sqrt{3^{a+b}}$，

故 $3^{a+b}\ge 4$（当且仅当 $a=b$ 时取等号）.

又 $a+b$ 与 c 为函数 $f(x)=3^x$ 的“线性对称点，

所以 $3^{a+b}+3^c=3^{a+b+c}$，

所以 $3^c=\dfrac{3^{a+b}}{3^{a+b}-1}=1+\dfrac{1}{3^{a+b}-1}\le\dfrac{4}{3}$，

从而 c 的最大值为 $\log_3 4-1$.

故选:D.

【点睛】

本题以新定义为背景，考查指数函数的运算和图像性质、基本不等式，理解新定义含义，正确求出c的表达式是解题的关键，属于中档题.

2、C

【解析】

解一元二次不等式求得集合A，由此求得$\complement_U A$

【详解】

由$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)>0$，解得$x<-1$或$x>4$.

因为$A=\{x\mid x<-1$或$x>4\}$，所以$\complement_U A=\{x\mid -1\le x\le 4\}$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查集合补集的概念和运算，属于基础题.

3、D

【解析】

因为蛋巢的底面是边长为1的正方形，所以过四个顶点截鸡蛋所得的截面圆的直径为1，又因为鸡蛋的体积为$\frac{4\pi}{3}$，所以球的半径为1，所以球心到截面的距离$d=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，而截面到球体最低点距离为$1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，而蛋巢的高度为$\frac{1}{2}$，故球体到蛋巢底面的最短距离为$\frac{1}{2}-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

点睛:本题主要考查折叠问题，考查球体有关的知识.在解答过程中，如果遇到球体或者圆锥等几何体的内接或外接几何体的问题时，可以采用轴截面的方法来处理.也就是画出题目通过球心和最低点的截面，然后利用弦长和勾股定理来解决.球的表面积公式和体积公式是需要熟记的.

4、C

【解析】

根据抽样方式的特征，可判断①；根据相关系数的性质，可判断②；根据独立性检验的方法和步骤，可判断③.

【详解】

①根据抽样是间隔相同，且样本间无明显差异，故①应是系统抽样，即①为假命题；

②两个随机变量相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于1；两个随机变量相关性越弱，则相关系数的绝对值越接近于0；故②为真命题；

③对分类变量 X 与 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k 来说，k 越小，“X 与 Y 有关系”的把握程度越小，故③为假命题.

故选：C.

【点睛】

本题以命题的真假判断为载体考查了抽样方法、相关系数、独立性检验等知识点，属于基础题.

5、A

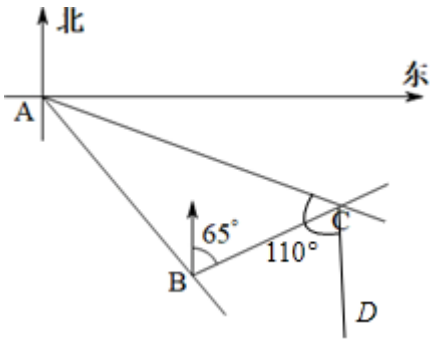
【解析】

先根据给的条件求出三角形 ABC 的三个内角，再结合 AB 可求，应用正弦定理即可求解.

【详解】

由题意可知：$\angle BAC=70°-40°=30°$.$\angle ACD=110°$，$\therefore\angle ACB=110°-65°=45°$，

$\therefore\angle ABC=180°-30°-45°=105°$.又 $AB=24\times0.5=12$.



在$\triangle ABC$ 中，由正弦定理得 $\frac{AB}{sin45°}=\frac{BC}{sin30°}$，

即 $\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{BC}{\frac{1}{2}}$，$\therefore BC=6\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查正弦定理的实际应用，关键是将给的角度、线段长度转化为三角形的边角关系，利用正余弦定理求解.属于中档题.

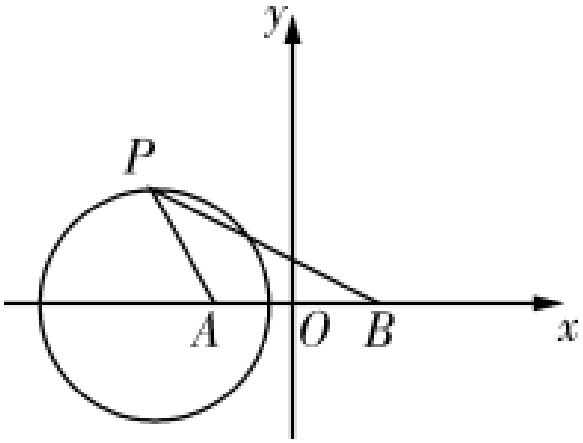
6、A

【解析】

根据平面内两定点 A，B 间的距离为 2，动点 P 与 A，B 的距离之比为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，利用直接法求得轨迹，然后利用数形结合求解.

【详解】

如图所示：



设 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，$P(x,y)$，则 $\frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

化简得 $(x+3)^2+y^2=8$，

当点 P 到 AB（x 轴）距离最大时，ΔPAB 的面积最大，

$\therefore \Delta PAB$ 面积的最大值是 $\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

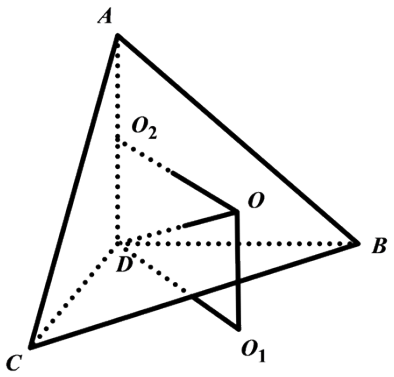
本题主要考查轨迹的求法和圆的应用，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于中档题.

7、D

【解析】

如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 的外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1, OO_2, OD，利用正弦定理可得 $DO_1=1$，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接

OO_1, OO_2, OD，则$OO_1 \perp$平面BCD，$OO_2 \perp AD$.

因为$CD = BD = 1, BC = \sqrt{3}$，故$\cos \angle BDC = \dfrac{2-3}{2\times 1\times 1} = -\dfrac{1}{2}$，

因为$\angle BDC \in (0, \pi)$，故$\angle BDC = \dfrac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得$2DO_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{\sin\dfrac{2\pi}{3}} = 2$，故$DO_1 = 1$，又因为$AD = \sqrt{3}$，故$DO_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为$AD \perp DB, AD \perp CD, DB \cap CD = D$，故$AD \perp$平面$BCD$，所以$OO_1 // AD$，

因为$AD \perp$平面BCD，$DO_1 \subset$平面BCD，故$AD \perp DO_1$，故$OO_2 // DO_1$，

所以四边形OO_2DO_1为平行四边形，所以$OO_1 = DO_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$OD = \sqrt{\dfrac{3}{4}+1} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$，故外接球的半径为$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，外接球的表面积为$4\pi \times \dfrac{7}{4} = 7\pi$.

故选：D.

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一定的难度.

8、B

【解析】

根据线面平行、线面垂直和空间角的知识，判断 A 选项的正确性.由线面平行有关知识判断 B 选项的正确性.根据面面垂直的判定定理，判断 C 选项的正确性.根据面面平行的性质判断 D 选项的正确性.

【详解】

A．若$n // \alpha$，则在α中存在一条直线l，使得$l // n,\ m \perp \alpha,\ l \subset \alpha$，则$m \perp l$，又$l // n$，那么$m \perp n$，故正确；

B．若$m // \alpha,\ n // \alpha$，则$m // n$或相交或异面，故不正确；

C．若$l // \beta$，则存在$a \subset \beta$，使$l // \alpha$，又$l \perp \alpha,\ \therefore a \perp \alpha$，则$\alpha \perp \beta$，故正确.

D．若$\alpha // \beta$，且$l // \alpha$，则$l \subset \beta$或$l // \beta$，又由$l \not\subset \beta,\ \therefore l // \beta$，故正确.

故选：B

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/986042213225010210